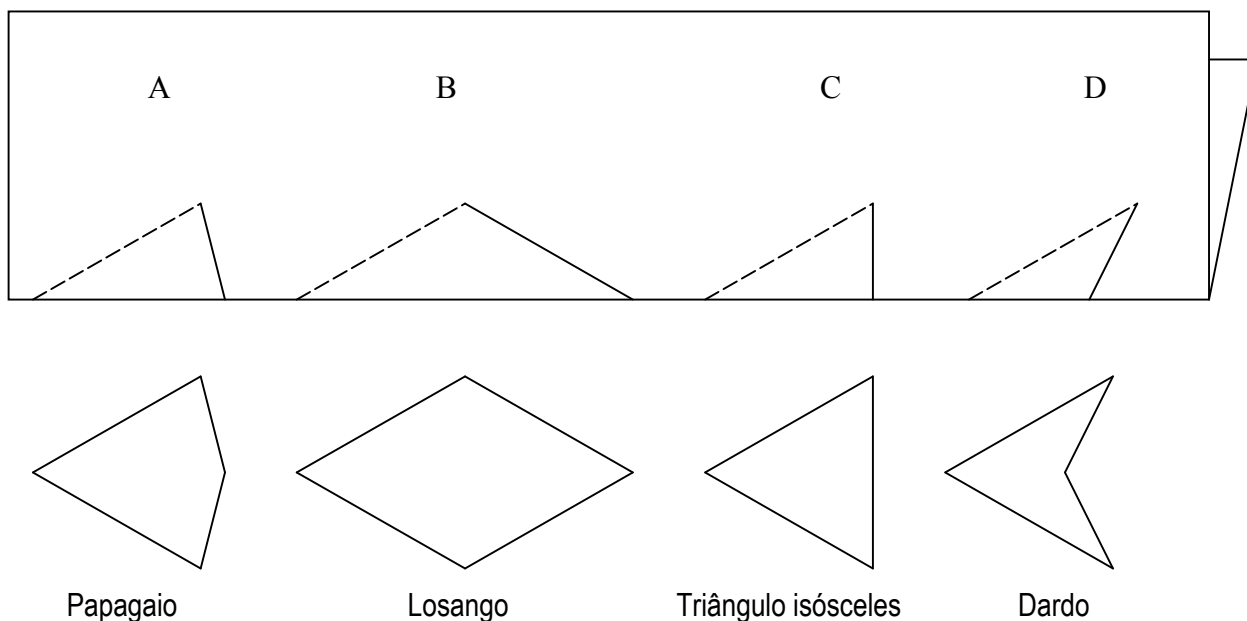




Uma dobragem e dois cortes: Exploração¹

Para estudarmos os tipos de polígonos que podemos obter cortando um triângulo na folha dobrada, podemos fixar um lado e fazer variar o outro, seguindo um método organizado. Fixemos, então, o primeiro corte (lado assinalado a tracejado):



No caso A, cortámos o segundo lado de tamanho diferente do primeiro mas de forma a formar mais um ângulo agudo no triângulo. Ao desdobrarmos o papel temos um quadrilátero cuja designação corresponde ao seu aspecto: um papagaio (dois lados consecutivos iguais).

No caso B, mantivemos o corte formando mais um ângulo agudo no triângulo, mas desta vez o corte tem um comprimento igual ao do primeiro lado. Ao “abrirmos” este triângulo isósceles ficamos com outro quadrilátero: um losango.

No caso C, fizemos o corte de forma a formar um ângulo recto com a dobra do papel, ficando assim com um triângulo rectângulo. Ao desdobrarmos o papel vemos que ficamos com um triângulo isósceles.

No caso D, formámos um ângulo obtuso no triângulo que cortámos. Ao “abrir” a figura vemos que obtemos um quadrilátero, desta vez côncavo, que se costuma designar por dardo.

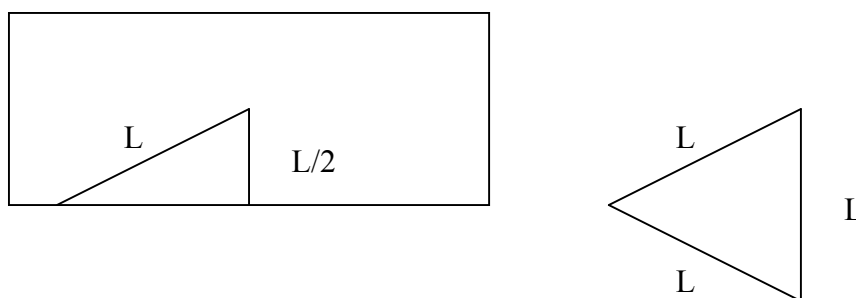
¹ Ligeira adaptação de um documento elaborado em 2005/2006 no âmbito do Programa de Formação em Matemática para professores do 1º ciclo da ESE de Setúbal.



Casos particulares

Triângulos (classificação quanto aos lados)

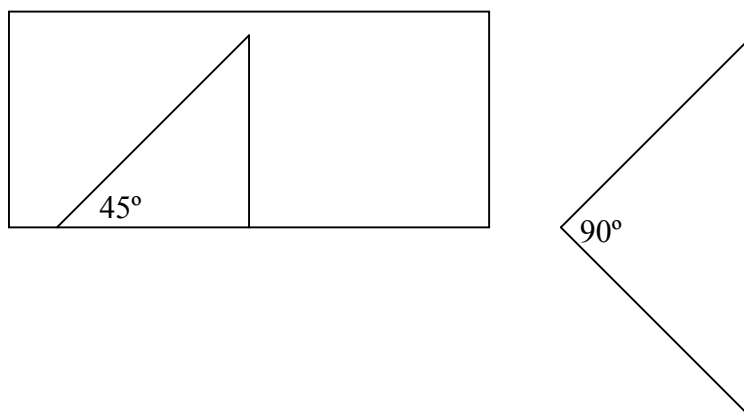
Já vimos que uma das figuras que é possível obter corresponde a um triângulo isósceles. Pensando bem, vemos que será sempre obrigatório obter 2 lados iguais, já que quando fazemos o primeiro corte estamos automaticamente a formar 2 lados do triângulo final. Portanto, não é possível obter triângulos escalenos. E poderemos obter um triângulo equilátero? Se repararmos, o terceiro lado do triângulo vai ter o dobro do tamanho do corte que fizemos perpendicular à dobra. Assim, basta que este corte tenha metade do tamanho do primeiro corte para, ao desdobrarmos o papel, obtermos um triângulo equilátero.



Triângulos (classificação quanto aos ângulos)

O triângulo equilátero, por ter todos os ângulos de amplitude igual a 60° , é um caso de um triângulo acutângulo, pelo que este tipo também é possível.

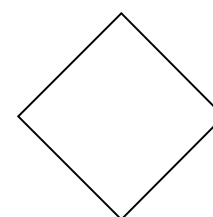
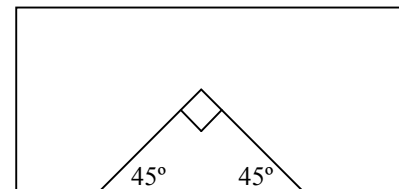
Para obter um triângulo rectângulo, basta que o primeiro corte forme um ângulo de 45° com a dobra para que, ao abrir, obtenhamos um ângulo de 90° e logo um triângulo rectângulo. Para obtermos um triângulo obtusângulo, podemos seguir o mesmo raciocínio, fazendo agora com o primeiro corte um ângulo de amplitude superior a 45° .





Quadriláteros

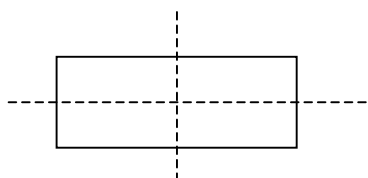
Todas as figuras possíveis de obter têm de “caber” dentro das categorias já anteriormente analisadas (losango, papagaio, dardo). Isso significa que talvez possamos encontrar mais figuras que correspondem a casos particulares das anteriores. Por exemplo, será possível obter um quadrado uma vez que este também é um losango (ver notas adicionais)? De facto, para termos um quadrado temos de conseguir, além dos lados todos iguais (já obtido no caso do losango), ângulos de amplitude 90° . Para isso, basta que o triângulo isósceles que cortarmos tenha um ângulo de 90° como mostra a figura. Assim, necessariamente os dois restantes terão 45° , o que faz com que ao abrir possamos obter ângulos de 90° .



Como não existem mais casos particulares dos encontrados anteriormente, podemos agora perguntar: Por que não encontramos rectângulos? E paralelogramos? E trapézios?

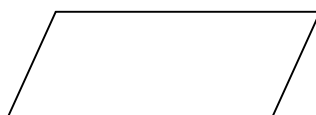
Uma das razões destas impossibilidades é que ao efectuarmos um corte estamos a formar, simultaneamente, dois lados do quadrilátero que necessariamente têm de ser iguais. Ora estes dois lados, além de iguais, têm de ser consecutivos, o que exclui todas as hipóteses anteriores.

Esta análise pode ser relacionada com um aspecto importante dos polígonos obtidos: a linha formada pela dobra do papel corresponde a um eixo de simetria das figuras que obtemos ao abrir o triângulo. Assim, se olharmos aos eixos de simetria dos rectângulos, paralelogramos e trapézios, percebemos outro motivo pelo qual é impossível construir aquelas figuras:



rectângulo

2 eixos de simetria



paralelogramo

sem eixos de simetria



trapézio

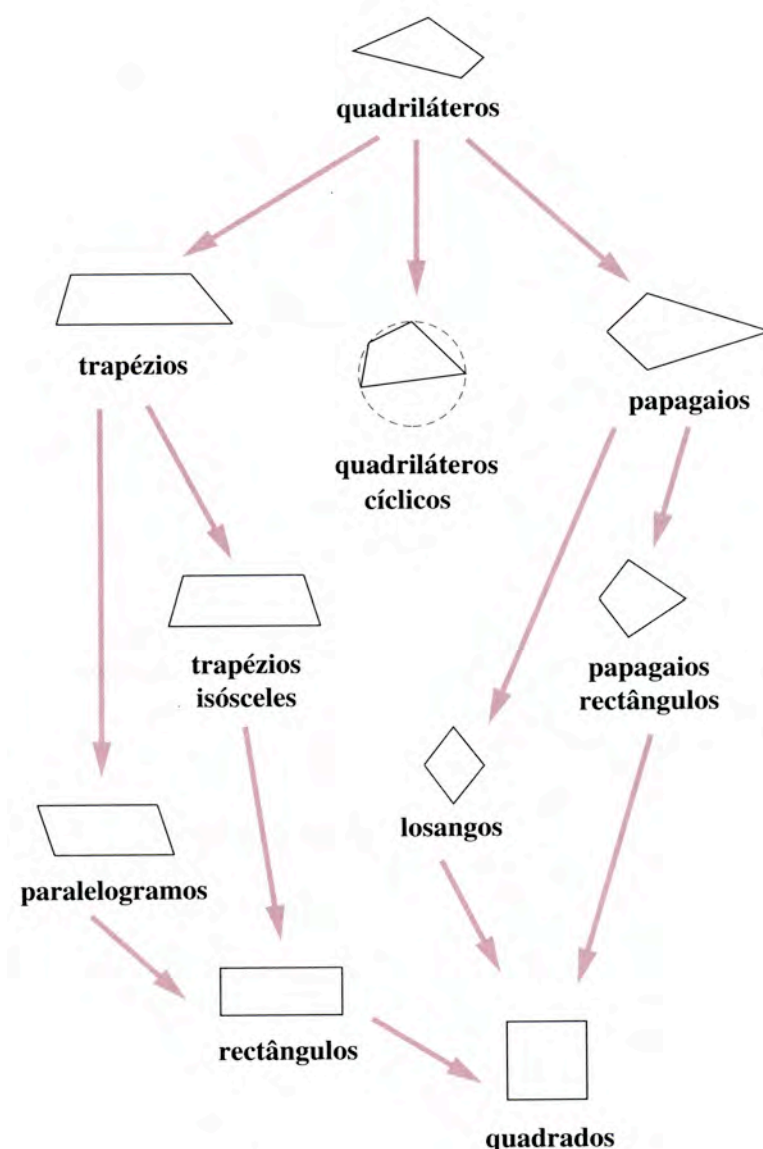
sem eixos de simetria*

*apenas os trapézios isósceles têm um eixo de simetria, mas que neste caso não resolve



Notas adicionais: Uma hierarquia dos quadriláteros

Como foi anteriormente referido, o quadrado é um caso particular de um losango, uma vez que também tem os lados todos iguais. Contudo, muitas mais relações se podem estabelecer entre os quadriláteros. Por exemplo, por estranho que nos pareça, um quadrado também é um rectângulo – tem dois pares de lados iguais e quatro ângulos rectos – só que, além disso, esses pares de lados iguais são também iguais entre si! Da mesma forma, um rectângulo também é um paralelogramo, um losango também é um papagaio, etc. Podemos, assim, falar de uma hierarquia entre os quadriláteros expressa no seguinte esquema²



² Esquema retirado de Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas actuais: materiais para professores*. IIE: Lisboa

