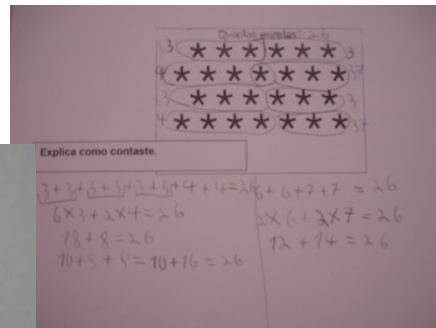




PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTÍNUA EM
MATEMÁTICA PARA PROFESSORES DOS 1º e 2º
CICLOS

Multiplicação e divisão (tarefas - 1)



Quantos olhos?

Quantos dedos?

Livros para as minhas amigas. Quantos para cada uma?

Escola Superior de Educação de Lisboa

Ana Paula Monteiro
Cristina Loureiro
Fernando Nunes
Henriqueta Gonçalves

Junho 2007

Introdução

Há muito mais na compreensão da multiplicação e divisão do que calcular quantidades. A criança deve aprender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de variáveis todos relacionados com a multiplicação e a divisão.

(Nunes *et al*, 1997, p. 142)

A compreensão das operações desempenha um papel central no conhecimento da matemática (NCTM, 1991). Mas compreender uma operação não se resume a *saber fazer o algoritmo*. Compreender uma operação é saber aplicá-la a situações do dia-a-dia, a situações da vida real, é saber que determinada situação se pode resolver, usando determinada operação, é saber usá-la significativamente. Desta forma o trabalho exploratório com situações problemáticas, envolvendo por vezes, materiais manipuláveis em que é possível “ver” os efeitos das operações, é fundamental para o desenvolvimento do significado destas, contextualizando assim a aprendizagem dos procedimentos de cálculo (Abrantes *et al*, 1999).

Verschaffel *et al* (1996) referem a necessidade do aluno passar por uma fase conceptual extensa, durante a qual contactará com uma grande variedade de modelos de situações para cada operação aritmética. Mas esta preocupação nem sempre é muito evidente. Nas escolas continua a sentir-se uma certa pressa em iniciar os registos escritos de procedimentos, muitas vezes com pouco significado para quem os faz (Serrazina, 2002). As crianças necessitam de muito tempo e de uma grande variedade de experiências para relacionarem a linguagem informal com a linguagem matemática na construção dos conceitos subjacentes às operações, antes do ensino explícito dos símbolos (Fernandes, 1994). A expectativa de que os alunos se apropriem muito rapidamente dos procedimentos de cálculo, leva alguns professores a centrar o ensino na memorização de factos e regras necessárias à execução de procedimentos, em lugar de trabalharem o uso reflectido das operações e das relações entre os números. Antes do ensino formal e do trabalho com os símbolos, no domínio das operações, é necessário dedicar algum tempo ao desenvolvimento conceptual pois este fornece significado e contexto para o trabalho subsequente em destrezas de cálculo (NCTM, 1991).

De acordo com o NCTM (1991), existem quatro componentes no sentido das operações:

- saber aplicar a operação a situações da vida real;
- ter a percepção dos modelos e das propriedades de uma operação;
- perceber as relações entre as operações;

- ter uma compreensão intuitiva dos efeitos duma operação num par de números.

De acordo com muitos autores, o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo é tanto mais rico quanto for a diversidade de situações com as quais a criança se depara. O mesmo tipo de conclusão se pode afirmar sobre a divisão.

Experiências feitas no Jardim de Infância mostram que as crianças já resolvem problemas de divisão e de multiplicação simples, usando material concreto para modelar as situações propostas e usando diferentes tipos de estratégias, muito antes da aprendizagem formal destes conceitos. Assim, estes devem ser introduzidos o mais cedo possível no currículo do 1º Ciclo, na medida em que propiciam às crianças bases para a aprendizagem formal destes conceitos, alargando as possibilidades do aluno resolver problemas em contextos variados. Tudo isto vai ajudar o aluno a desenvolver a sua compreensão matemática, no campo destas operações, numa forma que para ele tem mais significado.

Existe uma enorme variedade de classificações para os diferentes tipos de problemas de multiplicação e divisão. O fundamental é que as crianças precisam de uma variedade de experiências com problemas que apresentem diferentes tipos de situações, em vez de praticarem um número restrito de situações para cada operação

Este conjunto de tarefas está organizado segundo marcos fundamentais na construção e compreensão dos conceitos de multiplicação e divisão. Cada marco está perfeitamente definido pelos objectivos que para ele são indicados.

As tarefas apresentadas têm notas globais para o professor. Importa salientar que este conjunto de actividades foi pensada fundamentalmente para os 3ºs e 4ºs anos, no entanto, grande parte delas poderão ser usadas nos 1º e 2º anos de escolaridade.

Problemas que envolvam repetição da adição duma determinada quantidade e a partilha equitativa deverão ser introduzidos logo no 1º ano. Os alunos começam por escrever as operações sob a forma de adições ou subtracções sucessivas, as quais ao longo da escolaridade vão sendo substituídas pelas notações da multiplicação (x) e da divisão (:).

É claro que esta publicação não pretende esgotar o assunto, nem deve ser vista como um trabalho acabado. Muita da actividade de sala de aula que poderá ser originada nas ideias expostas deverá articular-se com outros temas curriculares, nomeadamente as grandezas e medidas, a estatística e a álgebra.

Multiplicação 1 – Relação entre adição e multiplicação

Objectivos:

- Desenvolver o sentido da multiplicação a partir de problemas simples e significativos, com números acessíveis.
- Introduzir a escrita da multiplicação com significado a partir da relação entre a multiplicação e a adição.
- Resolver problemas de multiplicação antes da aprendizagem formal do algoritmo da multiplicação.

Notas para o professor: Estes problemas pretendem que os alunos relacionem a linguagem matemática e o simbolismo das operações (adição/multiplicação) com situações problemáticas e a linguagem informal, permitindo ainda, estabelecer conexões entre as vivências dos alunos e a Matemática.

Em todas as situações é fundamental que os alunos usem as suas estratégias, explicando como encontraram a resposta. Esta explicação de início poderá ser oral, mas progressivamente deverá aparecer por escrito.

Inicialmente os alunos poderão recorrer ao desenho e conseqüentemente a adições sucessivas. Cabe depois ao professor levar os alunos a perceber que uma dada quantidade se repete um certo número de vezes, podendo assim ser representado por uma multiplicação (relação entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo).

Por exemplo, na **tarefa 2**, os alunos poderão usar várias estratégias para encontrar a resposta ao problema.

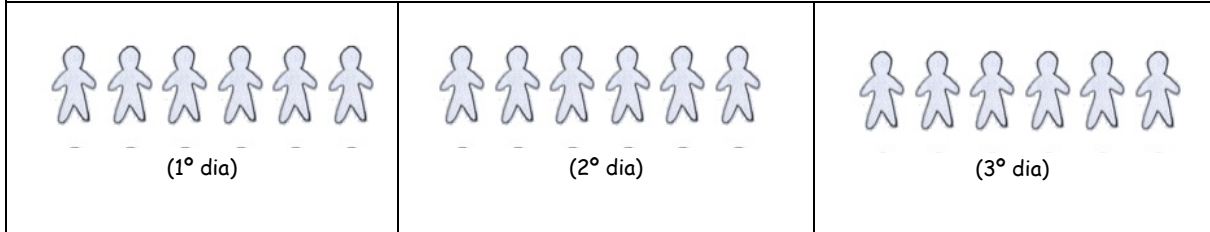
$$6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

$$4 \times 6 = 24 \quad \text{ou} \quad 2 \times 6 + 2 \times 6 = 12 + 12 = 2 \times 12 = 24$$

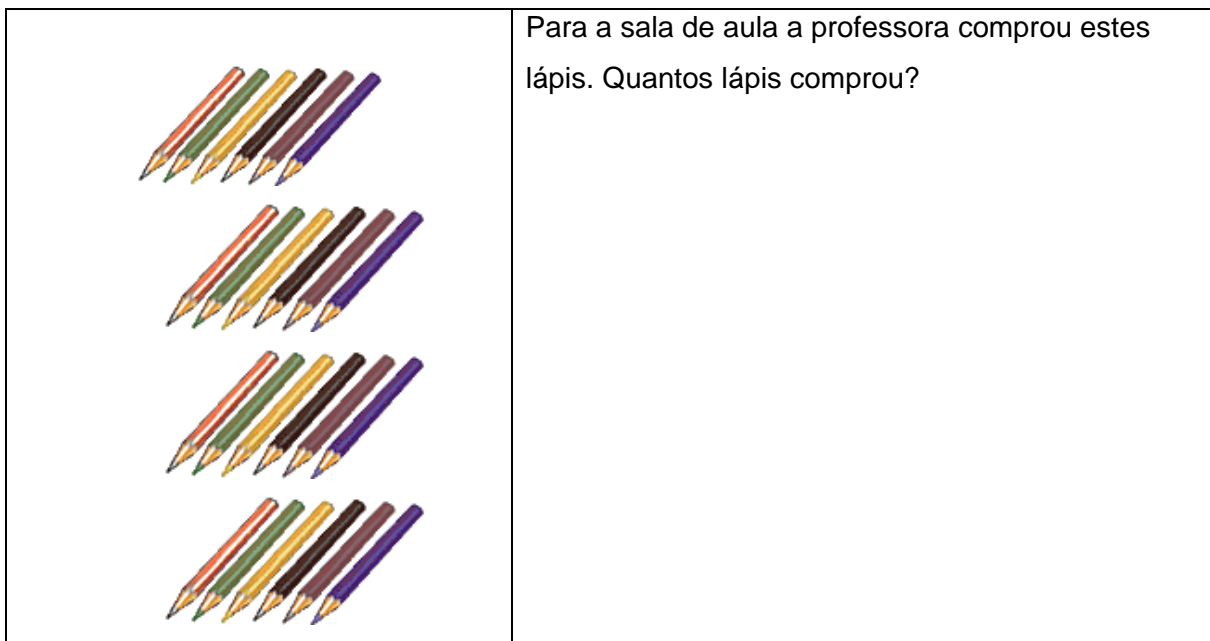
Na **tarefa 4**, o número de alunos a ser usado, poderá ser qualquer um (por ex. o número de alunos da turma). O professor poderá levantar outras questões, além das indicadas.

Tarefa 1: Enfeitar a sala

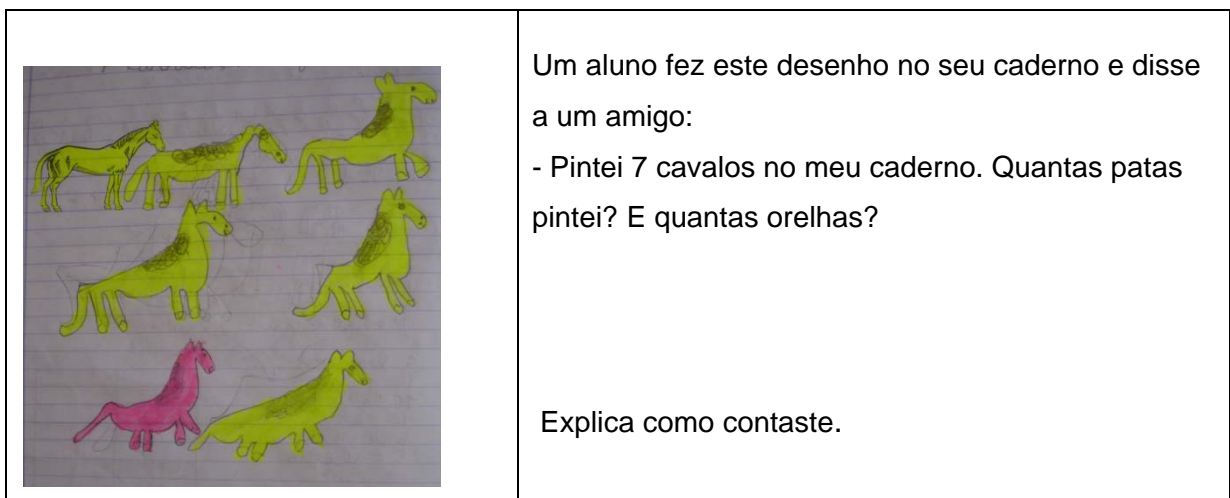
Na segunda-feira, na terça-feira e na quarta-feira, a Maria, o João e o David fizeram tiras de bonecos, iguais aos da figura. Quantos bonecos fizeram nos três dias?




Tarefa 2: Material para a sala de aula




Tarefa 3: Desenhando




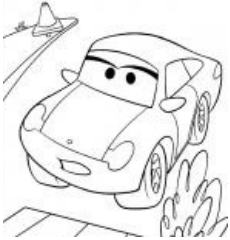
Tarefa 4: No supermercado

	<p>Numa prateleira do supermercado há 8 embalagens iguais à da figura. Quantas são as garrafas ali existentes?</p>
---	--

Tarefa 5: Vamos contar narizes, olhos, pernas, braços, mão, pés e dedos...

	<p>5.1. Na tua sala de aula há <input type="checkbox"/> alunos. Quantos são os narizes?</p> <p>5.2. E quantos são os olhos? E os dedos? ...</p>
--	---

Tarefa 6: Rodas de motas, automóveis e triciclos ...

 	<p>6.1. No parque de estacionamento há 12 motas. Quantas rodas há?</p> <p>6.2. E se houver o mesmo número de automóveis, quantas serão as rodas?</p> <p>6.3. E se fossem triciclos? Quantas seriam as rodas?</p>
--	--

Tarefa 7: Quantos chocolates



7.1. Qual é o total de chocolates da figura?

7.2. Se comprarmos 7 caixas de chocolates como a da figura, com quantos chocolates ficamos?



7.3. Para uma festa da escola compraram-se 5 embalagens de chocolates iguais às da figura. Qual foi o total de chocolates comprados?



7.4. Numa fábrica de chocolates todos os dias são produzidos 350 bombons. Quantos bombons são produzidos numa semana?

E num mês? E num ano?

Atenção que a fábrica está fechada aos sábados e aos domingos.

Tarefa 8: Ovos para muitos doces.



8.1. Para a festa de anos da Maria, a mãe fez vários doces. Como eles levavam muitos ovos ela teve que comprar 6 embalagens como a que vê na figura. Quantos ovos comprou a mãe?

8.2. Na cantina da escola da Maria os ovos vêm em embalagens que têm o dobro dos ovos, cada uma. Se ali se comprarem 3 embalagens, quantos serão os ovos que a escola adquire?

Tarefa 9: Fotos

Estas férias, vou arrumar em álbuns, as fotos que tenho lá em casa. Cada folha leva 4 fotos, de cada lado. Quantas fotos posso arrumar em 48 folhas deste álbum?

Multiplicação 2 - Contagens e disposição rectangular

Objectivos:

- Reconhecer situações de multiplicação a partir da adição de parcelas iguais.
- Trabalhar a multiplicação antes da aprendizagem formal do algoritmo.
- Trabalhar o sentido aditivo proporcional da multiplicação e a utilização de tabelas.
- Reconhecer situações de multiplicação partindo de disposição rectangular de objectos.
- Utilizar diferentes estratégias de contagem usando a multiplicação.

Notas para o professor: É importante trabalhar a leitura e a utilização de gráficos para registar dados desde cedo. Nesta altura os gráficos (de tipo pictograma) e tabelas são introduzidos como meio de representar relações multiplicativas.

As **tarefas 1 e 2** são importantes para familiarizar os alunos com esta forma de representação. Progressivamente, os gráficos e tabelas vão-se tornando menos figurativos e contendo mais representações formais, permitindo fazer generalizações.

A **tarefa 3** inclui um conjunto de situações que permitem trabalhar a disposição rectangular, ainda que em contextos diferentes. Esta abordagem facilita a compreensão da propriedade comutativa e da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição: Estas propriedades estão na base da compreensão do algoritmo e ainda do cálculo de áreas por decomposição. Para isso é fundamental que os alunos, perante tais propostas de trabalho, calculem produtos baseando – se nos seus próprios processos.

Na imagem da **tarefa 3.6.**, embora tenha uma disposição rectangular, não é possível multiplicar o nº de filas pelo nº de colunas.



$$1+3+5+7+7+7+7+7+5+3+1=$$

$$2 \times 1 + 2 \times 3 + 2 \times 5 + 5 \times 7 =$$

$$2+6+10+35= 8+45=53$$

ou...

$$4+3+4+3+4+3+4+3+4+3+4+3+4=$$

$$8 \times 4 + 7 \times 3 = 32 + 21 = 53$$

A **tarefa 4**, com uma disposição rectangular um pouco diferente das outras, permite trabalhar as relações de dobro e metade uma vez que as bolas pretas e brancas são em igual número.

Na **tarefa 5**, em que se pretende desenvolver a visualização e o conceito de área, os alunos poderão fazer o estudo para mosaicos de diferentes formas e tamanhos. No entanto, é possível identificar na figura mais de 2 tamanhos de quadrados todos eles relacionados entre

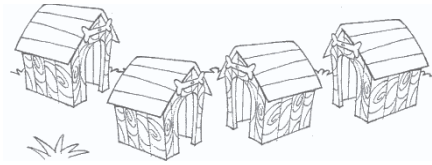
si, surgindo assim relações como dobro, dobro do dobro (quádruplo), metade e metade da metade (quarta parte).

Neste caso, se tivermos em conta a forma triangular do mosaico, ele é metade do quadrado pequeno, logo se pensarmos na totalidade de mosaicos necessários, o número de mosaicos triangulares será o dobro do de mosaicos quadrangulares pequenos.

Tarefa 1

1.1. Os cachorros

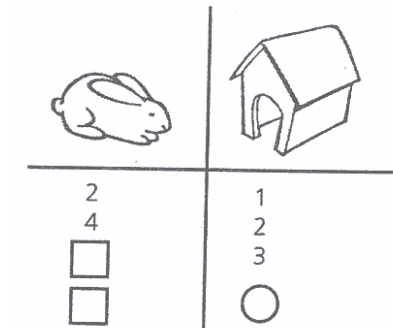
Em cada casota moram três cachorros.
 Quantos cachorros moram nas quatro casotas?
 E se em cada casa estivessem cinco cachorros?
 E se fossem cinco casas?



1.2 Os coelhos

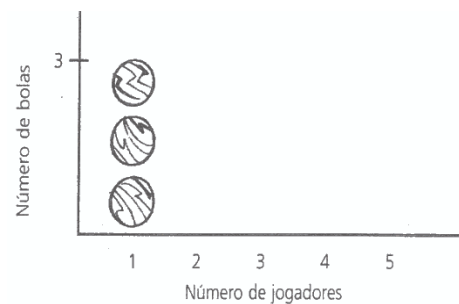
No quintal dos avós do Rui em cada coelheira dormem dois coelhos.

- Quantos coelhos podem dormir em 3 coelheiras? Responde no quadradinho.
- Agora pensa noutro número de coelheiras e escreve-o no círculo.
- Quantos coelhos podem dormir nessas coelheiras?



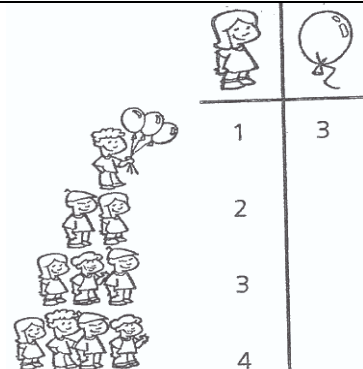
1.3 Bolas saltitonas

O Vasco está a organizar um jogo. Cada jogador precisa de 3 bolas saltitonas para entrar no jogo. São 5 jogadores. Quantas bolas precisa o Vasco para organizar o jogo?
 Completa o gráfico e responde à questão.



1.4 Os balões

Cada criança tem 3 balões. Desenha os balões das outras crianças.
 Completa a tabela respondendo às questões:
 Quantos balões têm duas crianças? E três crianças? E quatro?



Tarefa 2: Visitas de estudo

2.1. Numa escola, os alunos de algumas turmas vão realizar uma visita de estudo. Vão todos em automóveis, 4 em cada veículo. Os automóveis são guiados por professores e alguns pais. São 25 automóveis com todos os lugares ocupados.

- Quantos professores e pais foram à visita?
- Quantos alunos foram à visita?

2.2. Numa outra visita de estudo foram todos os alunos da escola, também em automóveis com as mesmas regras. Nessa altura foram 75 automóveis. Quantos alunos tem a escola?

Podés fazer uma tabela que indique o número de alunos que podem ir em 5, 10, 20 ... 75 automóveis.

2.3. A direcção da escola está a pensar organizar mais visitas de estudos mas em veículos maiores. Faz o estudo das diferentes hipóteses.

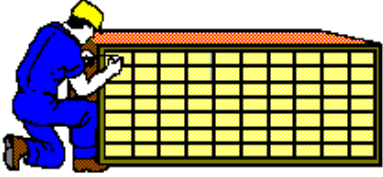

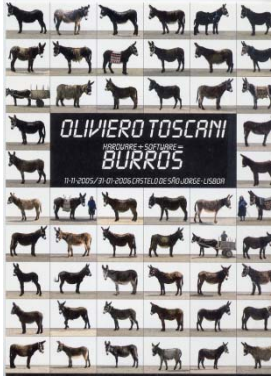
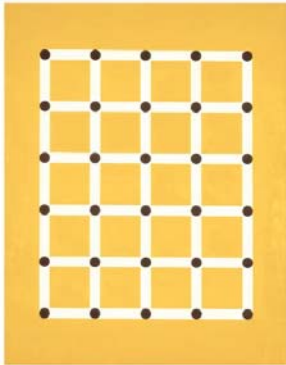
Faz tabelas que indiquem o número de alunos que podem ir em veículos que levem 8 alunos, 12 alunos, ... , 20 alunos, ...



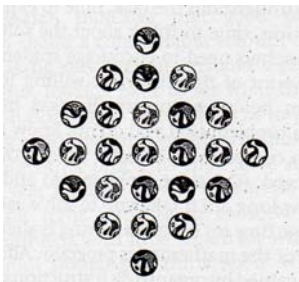
2.4. A Câmara Municipal organiza visitas para todos os alunos das escolas do 1º ciclo. Se forem todos os alunos, ao mesmo tempo, são necessárias 50 camionetas e cada uma leva 45 alunos.

Quantos alunos vão em 10 camionetas? Em 20? Em 30? Em 40? Em 50?

Faz uma tabela para organizares os teus registos.

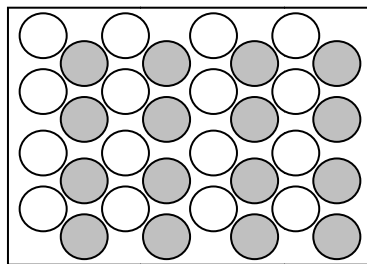
Tarefa 3: Vamos contar

	<p>3.1. Quantas gavetas tem este armário? Eu quero colocar puxadores em metade das gavetas. Quantos tenho de comprar?</p>
	<p>3.2. Tantas flores! Quantas? Vamos fazer ramos ...</p>
	<p>3.3. Burritos e mais burritos. Quantos são? Quantos estão virados para a esquerda? E para a direita? Explica como os contaste?</p>
	<p>3.4. Vamos contar pontos, quadrados e traços brancos. Explica como contaste.</p> <p>3.4.1. Quantos pontos pretos consegues contar nesta figura?</p>
	<p>3.4.2. Quantos são os quadrados que a compõem?</p>
	<p>3.4.3. Na figura estão muitos traços brancos. Quantos são?</p>

	<p>3.5. Este edifício tem muitas janelas na parte da frente. Por causa da árvore não se conseguem ver todas as janelas. Quantas janelas tem a frente deste edifício? E quantos são os vidros? Explica como contaste.</p>
	<p>3.6. Quantas são as estrelas? Explica como contaste.</p>
	<p>3.7. Quantas são as bolas que formam esta figura?</p>

Tarefa 4: Vamos contar pastilhas

Numa fábrica de chocolates as pastilhas brancas e pretas são colocadas automaticamente em tabuleiros como o que está na figura.



4. 1. Quantas pastilhas estão em cada tabuleiro?

4.2. Descobre maneiras diferentes de contar as pastilhas de chocolate?

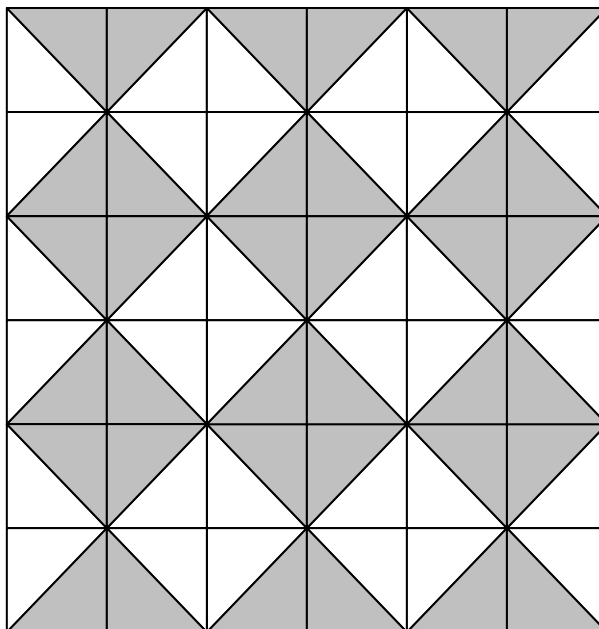
Faz os teus registos e explica como pensaste. Compara a tua estratégia com a (s) do (s) teu (s) colega (s).

4.3. Se quisermos colocar estas pastilhas, do tabuleiro, em embalagens com o mesmo número, como o podemos fazer?

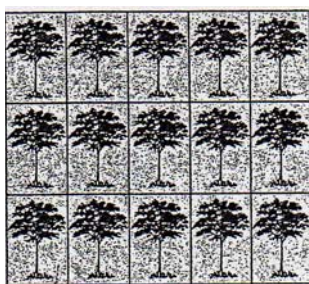
Faz o estudo para diferentes embalagens. Regista pelo menos 3 maneiras diferentes. Explica como pensaste.

Tarefa 5- A sala de aula da minha escola

A minha escola está em obras e uma das salas levou um chão novo, como o representado na figura. Agora queremos que cinco salas fiquem com um chão igual, mas não sabemos quantos mosaicos são necessários. Podes ajudar-nos?



Tarefa 6: A floresta

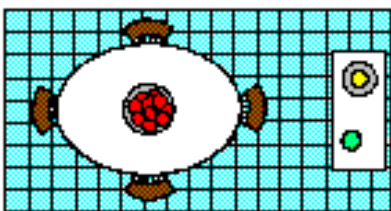


6.1. A figura ao lado mostra parte de uma floresta, onde foram plantadas árvores. Quantas são as árvores que já estão plantadas?

6. 2. Se a figura representar metade das árvores que se podem plantar no terreno, com quantas árvores ficará esta floresta?

6.3. E se a figura representar a quarta parte das árvores que se podem plantar, quantas serão as árvores que ficam na floresta, depois de todas as árvores estarem plantadas?

Tarefa 7: Mosaicos para a cozinha



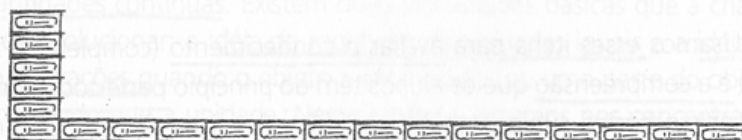
7.1. A foto ao lado mostra o chão da cozinha da D. Ruca. Este é coberto por mosaicos. Se ela quiser mudá-los, por outros do mesmo tamanho, quantos mosaicos tem de comprar?

7.2. Se ela optar por comprar mosaicos cujo tamanho seja 4 vezes maior que estes, de quantos mosaicos vai precisar?

Tarefa 8: Construindo um muro

7.1. O Sr. Luís quer saber quantos tijolos precisa comprar para construir um muro. Ele colocou tijolos no chão, marcando o comprimento do muro e fez uma coluna com tijolos para marcar a altura do muro.

Sabes quantos tijolos ele precisa comprar para fazer o muro?



7.2. E se o muro tivesse o dobro do comprimento, quantos tijolos seriam necessários?

7.3. E se o muro tivesse o quádruplo do comprimento, quantos tijolos seriam necessários?

Multiplicação 3 – Relações numéricas, propriedades da multiplicação e tabuadas

Objectivos:

- Reconhecer propriedades/relações das tabuadas da multiplicação e generalizá-las.
- Estabelecer relações numéricas entre produtos.
- Construir as tabuadas partindo de factos numéricos já conhecidos.
- Desenvolver estratégias de cálculo usando os dobros.
- Calcular produtos usando as propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) para resolver problemas.
- Praticar o cálculo mental

Notas para o professor: As tarefas que se seguem deverão continuar a ser exploradas antes da aprendizagem formal do algoritmo da multiplicação.

Na **tarefa 1**, em que se pretende fazer a contagem das mãos, pés e dedos, a estratégia inicial das crianças será, provavelmente, contar o conjunto dos pés, o conjunto das mãos... No entanto pretende-se que estas percebam que, por ex., para saber o número de dedos de uma mão, de uma turma de 16 meninos temos: 16×5 . Para saber das duas mãos será $2 \times (16 \times 5)$ – o dobro. Para saber das mãos e dos pés teremos o dobro do dobro, logo: $2 \times (2 \times (16 \times 5))$ ou o quádruplo da 1ª questão (dedos de uma mão) $4 \times (16 \times 5)$.

Quando os alunos contam de 2 em 2, 3 em 3... estão a fazer uso de regularidades. Eles são um contexto muito favorável à construção das tabuadas do 2, 3, 4, e até do 5 e das relações metade/dobro.

Algumas das tarefas, como por exemplo na **tarefa 1** e na **tarefa 2**, o contexto e os números usados têm uma determinada intencionalidade dado que permitem estabelecer relações de dobro/metade.

A 2ª parte da **tarefa 2** por ser bastante aberta permite que o aluno use os números que quiser, quer de cadeiras, quer de mesas.

As **tarefas 3 e 4**, são exemplo de situações onde emergem as propriedades, comutativa e distributiva, da multiplicação. Na **tarefa 3**, se o aluno já compreender a propriedade comutativa da multiplicação consegue facilmente encontrar a solução.

Na **tarefa 4** os alunos podem partir do 1º problema como uma pista para resolver o segundo, fazendo uso da propriedade distributiva. Ex: $(24 \times 15) + (1 \times 15) = 360 + 15$.

São vários os estudos que referem que o essencial no ensino do cálculo da multiplicação e divisão é trabalhar com situações que promovam a compreensão e o uso destas propriedades. A compreensão da propriedade distributiva não é simples. Mas o importante, nestes níveis de ensino, não é saber o nome da propriedade, nem saber indicar a equivalência usando expressões aritméticas como por ex. na **tarefa 4**: $(24 \times 15) + (1 \times 15) = 25 \times 15$; o importante é compreender a propriedade, mesmo sem saber explicitá-la.

Partindo de algumas situações, como a **tarefa 5**, pode-se ir pedindo aos alunos que procurem maneiras simples de calcular alguns produtos a partir de informações que se lhes pode ir dando, como por ex:

$18 \times 2 = 36$
Quanto será 19×2 ?
Porquê?

À medida que os alunos se tornam capazes de explicitar o raciocínio “ 19×2 é um 2 a mais do que 18×2 ”, os problemas podem tornar-se progressivamente mais complexos, como na situação a seguir.

Se 10×25 são 250
Quanto será 20×25 ?
Porquê?
E quanto será 21×25 ?

Quando os alunos compreendem que $10 \times 25 = 250$ e lhes é pedido para calcular 20×25 podem estabelecer a relação do dobro entre o 10 e o 20 e perceber que o total é o dobro de 250. Por sua vez, para saber 21×25 basta adicionar ao total (500) 1×25 .

Tarefa 1 – Mãos, pés e dedos

1.1. Se na tua sala de aula todos os meninos levantarem uma mão, quantas mãos ficam no ar? E quantos dedos?



1.2. E se levantarem as duas mãos, quantas mãos ficam no ar? E quantos dedos?

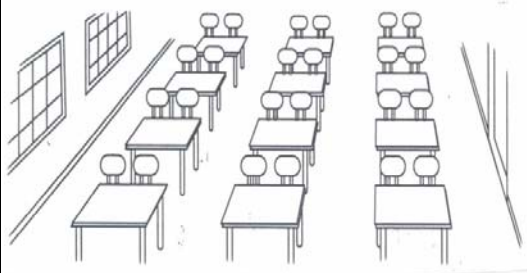


1.3. Quantas mãos e quantos pés há na tua sala de aula? E quantos dedos?

Tarefa 2: Mesas e cadeiras

1ª parte

Esta é uma sala de aula da escola da Maria. Responde às questões ao lado mas não te esqueças de explicar os teus raciocínios.



2.1. Quantas são as mesas e as cadeiras desta sala de aula?

2.2. Quantos são os pés das cadeiras?

E os pés das mesas?

Quantos são os pés ao todo?

2ª parte

2.3. Nas outras salas da escola, as mesas e cadeiras são em número diferente.

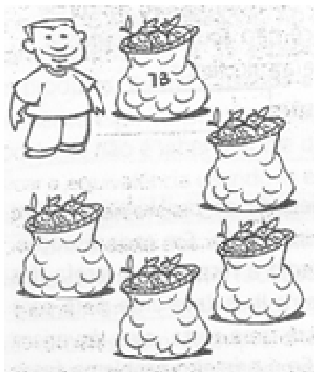
Na sala B, o número de cadeiras é o dobro do número de mesas. Quantas cadeiras são?

2.4. Na sala M, o número de cadeiras é o triplo do número de mesas. Quantas cadeiras são?

2.5. Na sala F, o número de cadeiras é o quádruplo do número de mesas. Quantas cadeiras são?

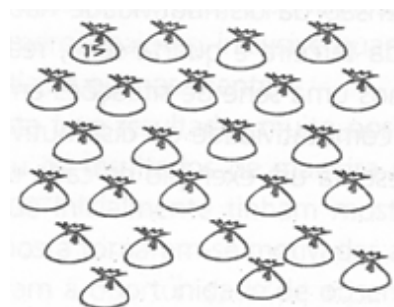
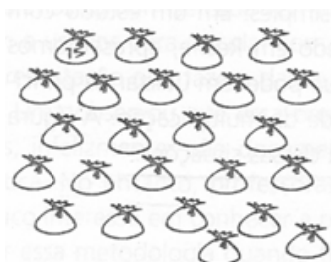
Tarefa 3: Quem terá mais laranjas?

O Pedro e o João estão a ajudar no refeitório da escola e estão a discutir qual deles tem mais laranjas. O Pedro tem 5 sacos com 18 laranjas em cada um e o João tem 18 sacos com 5 laranjas em cada um. Qual te parece que tem mais laranjas? Justifica o teu raciocínio, usando palavras, desenhos ou contas.



Tarefa 4: Quantos berlindes?

Numa loja há 24 sacos de berlindes, com 15 berlindes cada um, sendo ao todo 360 berlindes. Noutra loja há 25 sacos também com 15 berlindes cada. Quantos são os berlindes que existem nesta loja?



Tarefa 5: Livrinhos para a festa

O pai do Pedro foi comprar uns livrinhos para oferecer aos 18 amigos que tinham sido convidados para a festa de anos do filho. Cada livrinho custava 2 euros. A senhora que estava na caixa do supermercado fez a conta e disse que o pai devia pagar 36 euros. Nesse momento o pai do Pedro lembrou-se que se tinha esquecido de levar também um livrinho para o filho. Voltou atrás e trouxe mais um livrinho. Quanto vai o pai do Pedro pagar ao todo?

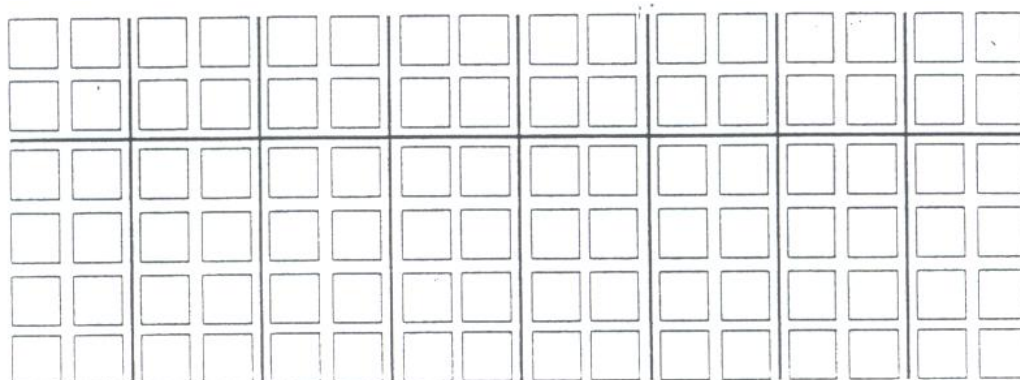
Tarefa 6: Janelas num prédio



Quantas são as janelas? Explica como contaste.

Tarefa 7: Os vidros das janelas

Quantos são os vidros destas janelas?

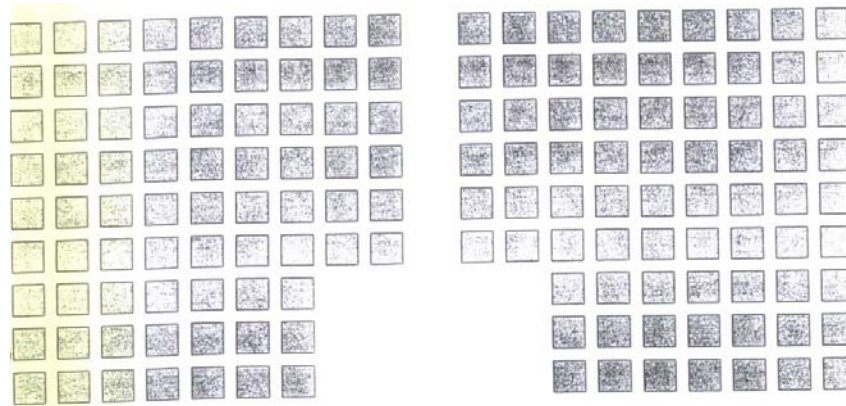


Explica como contaste.

Descobre outras maneiras diferentes de contar.

Tarefa 8: Sala de cinema

8. Esta figura representa as cadeiras da sala de cinema do Centro Comercial. Se a sala estiver cheia e todas as pessoas estiverem sentadas, quantas pessoas podem ir a cada sessão de cinema?



Explica como contaste.

Tarefa 9: Espelhos que dobram

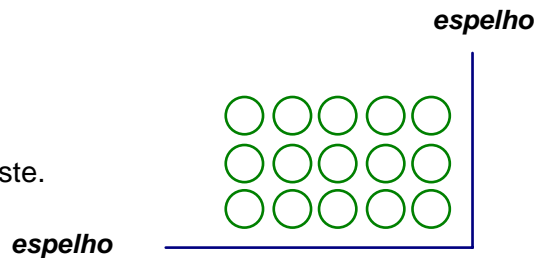
Material necessário: 1 espelho e 1 folha de trabalho para cada aluno, 3 lápis de cores diferentes.

Observa a figura e conta o número de círculos.

Regista como contaste.

Coloca 1 espelho numa das posições indicadas.

Quantos círculos vês agora? Explica como contaste.



Coloca agora 2 espelhos. Quantos círculos vês?

Como contaste? Faz o registo da forma como pensaste.

Observa a figura e conta o número de círculos.

Pinta alguns círculos de maneira que consigas, com a ajuda de 1 espelho, ver:

36 círculos vermelhos

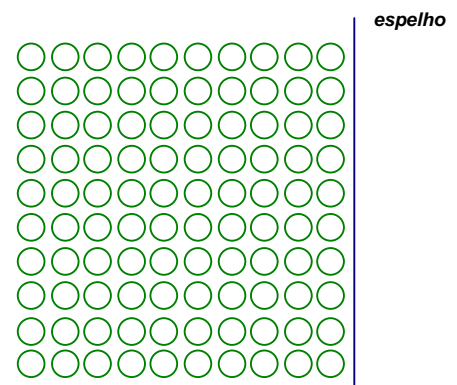
54 círculos verdes

72 círculos azuis

Quantos círculos tiveste que pintar de cada cor?

Quantos círculos ficaram brancos?

Explica como contaste.

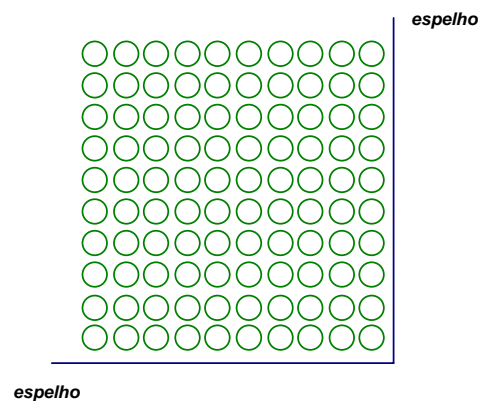


Pinta alguns círculos de maneira que consigas, com a ajuda de 2 espelhos, ver:

56 círculos vermelhos

76 círculos verdes

96 círculos azuis



Multiplicação 4 - Outras situações

Objectivos:

- Desenvolver a capacidade de resolver problemas.
- Contactar com outros sentidos da multiplicação, em diferentes contextos, com números decimais e em relação com as grandezas e medidas.

Notas para o professor:

O sentido combinatório da multiplicação é muito importante em níveis escolares mais avançados, mas a sua formalização não deve ser prematura. No 1º ciclo, os problemas que envolvem este sentido devem ser explorados de modo que as crianças:

- se apercebam do grande número de possibilidades que existem;
- comparem duas possibilidades e analisem se são ou não diferentes;
- sejam estimuladas pelo desafio de descobrir uma solução diferente da do colega do lado;
- organizem processos próprios e sistemáticos para obter as várias possibilidades;
- organizem, sozinhas ou em grupo, formas de controlar se obtiveram todas as soluções;

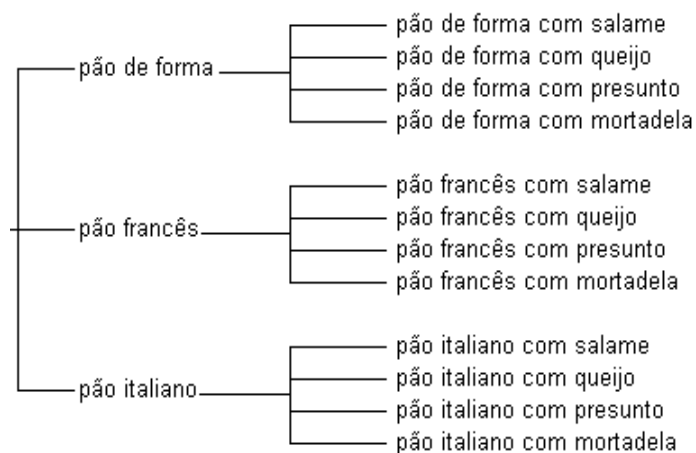
Para estes problemas é muito importante que os contextos escolhidos sejam facilitadores destas intenções.

No caso das **tarefas 1, 2, 3, 4 e 5**, (problemas de combinatória) é importante que, depois de uma fase de trabalho inicial, em que os alunos resolvem o problema optando pelas suas estratégias pessoais, o professor os ajude a organizar os dados recorrendo, por ex., a tabelas, esquemas em árvore, no sentido de permitir que o aluno consiga fazer generalizações. O mais importante nestes problemas é que o aluno vá desenvolvendo estas estratégias de resolução (tabelas, esquemas em árvore) e não que recorra à multiplicação para os resolver.

Organizando os dados numa tabela

	salame	queijo	presunto	mortadela
pão de forma	pão de forma com salame	pão de forma com queijo	pão de forma com presunto	pão de forma com mortadela
pão francês	pão francês com salame	pão francês com queijo	pão francês com presunto	pão francês com mortadela
pão italiano	pão italiano com salame	pão italiano com queijo	pão italiano com presunto	pão italiano com mortadela

Organizando os dados num esquema em árvore



Há ainda tarefas que estabelecem relações com outras áreas, tais como as grandezas e medidas, cálculo com decimais, ...

Deve-se propor exemplos diferentes, em vários dias, para que os alunos tenham oportunidade de reflectir sobre esse tipo de problemas. O cálculo deve aparecer após um período de tempo no qual os alunos analisaram os problemas.

Tarefa 1: Vamos ajudar o Nodi!

Apesar de ter chegado a Primavera, o Nodi estava triste. O Inverno tinha sido muito rigoroso e a chuva e o vento tinham estragado a pintura das casas da sua rua.

Para o alegrar, o seu amigo Orelhas teve uma ideia. Podiam pintar as casas com as tintas de cor azul, vermelho e amarelo que ele tinha guardado há algum tempo.

Para tal era preciso não esquecer algumas regras:

- cada casa teria de ter as 3 cores: o telhado, a porta e a parede teriam de ser de cores diferentes;
- as casas teriam de ficar todas diferentes umas das outras, ou seja não podiam ser pintadas de modo que ficassem iguais.



Quantas casas poderiam eles pintar?

Tarefa 2: Os bonecos de neve

Um grupo de amigos, que viviam na Serra da Estrela andava muito triste, pois estavam fartos de ver os bonecos de neve sempre da mesma cor: todos brancos.

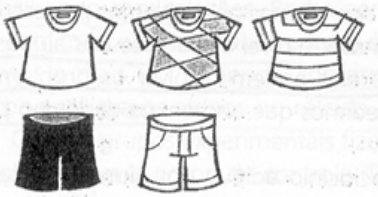

Certa tarde, decidiram que iam dar mais cor à serra, pintando os bonecos de 3 cores diferentes: azul, da cor do céu, verde da cor das plantas e amarelo da cor do Sol.

Pensaram um pouco e decidiram que os bonecos tinham de ser diferentes uns dos outros. No entanto, cada um tinha de ter as três cores, sendo que o corpo, a cabeça e o chapéu tinham de ser diferentes.




Quantos serão os bonecos que estes amigos conseguem pintar?

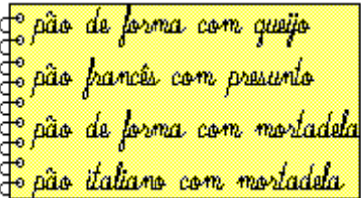
Tarefa 3: Mudanças de roupa

	<p>3.1. A Júlia tem 3 camisolas e 2 calções que ela utiliza para fazer caminhadas na serra. Todos os dias ela veste um conjunto diferente, utilizando uma camisola e uns calções. Quantos dias pode a Júlia vestir-se de forma diferente?</p>
	<p>3.2. A Rita tem 4 camisolas. Se ela combinar as camisolas com os seus calções diferentes, ela pode fazer 20 conjuntos diferentes. Quantos calções tem ela?</p>


Tarefa 4: Gelados

	<p>Numa geladaria há gelados de sabor a chocolate, a nata, a amêndoa e a morango. Se quisermos comprar um gelado com 2 bolas, que hipóteses de escolha teremos?</p>
---	---

Tarefa 5: Sandes

<p>As sanduíches do café “Bem – Bom” são famosas no bairro. O freguês pode escolher entre 3 tipos de pão: pão de forma, pão francês ou pão italiano. Para o recheio há 4 opções: salame, queijo, presunto ou mortadela. Quantos tipos de sanduíche o café oferece?”</p>	
---	--

Tarefa 5: Maçãs

	Sabendo que 4 maçãs custaram 1,5 euros, qual será o preço exacto de 30 maçãs? Explica como chegaste à tua resposta?
---	---

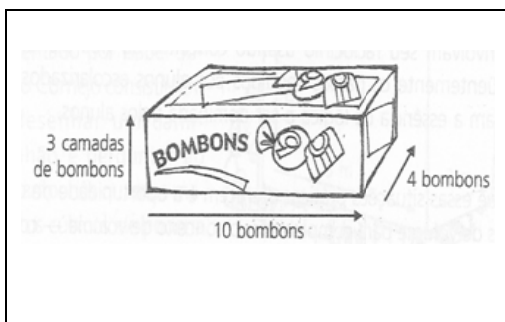
Tarefa 6 : Fábrica de chocolates

<p>6.1. Numa fábrica de chocolates, todos os dias são produzidos 350 bombons. Cada bombom é vendido a 50 cêntimos. Se a fábrica vender os bombons todos, quanto ganha por dia?</p>
<p>6.2. A fábrica produz também chocolates que são vendidos a 1 euro cada um. Por dia são vendidos 250 chocolates destes. Quanto dinheiro faz a fábrica com a venda destes chocolates pequenos?</p>
<p>6.3. A fábrica produz também uns chocolates grandes, que são vendidos a 2 euros cada. Por dia são vendidos 150 destes chocolates. Que dinheiro faz a fábrica por dia, com a venda destes chocolates?</p>

Tarefa 7: Sumos para a festa

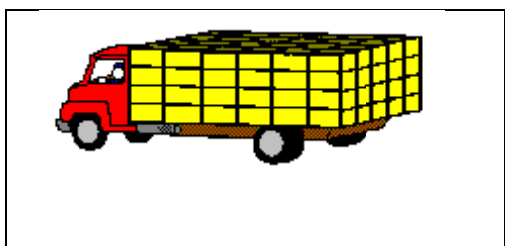
<p>Para a sua festa de anos, a Cuca convidou 15 amigos. Todos gostam muito de sumo de laranja e à chegada a mãe vai dar um copo de sumo a cada um. Todos os copos levam a mesma quantidade de sumo. Para saber quantos litros de sumo vai ter de preparar, a mãe consultou a seguinte tabela:</p> <table><tr><td><u>1 copo</u></td><td><u>2 copos</u></td><td><u>3 copos</u></td><td><u>4 copos</u></td><td><u>5 copos</u></td></tr><tr><td>2,5dl</td><td>5dl</td><td>7,5dl</td><td>10dl</td><td>12,5dl</td></tr></table> <p>Quantos litros de sumo a mãe da Cuca precisa, para encher os 15 copos?</p>	<u>1 copo</u>	<u>2 copos</u>	<u>3 copos</u>	<u>4 copos</u>	<u>5 copos</u>	2,5dl	5dl	7,5dl	10dl	12,5dl
<u>1 copo</u>	<u>2 copos</u>	<u>3 copos</u>	<u>4 copos</u>	<u>5 copos</u>						
2,5dl	5dl	7,5dl	10dl	12,5dl						

Tarefa 8: Caixas de bombons



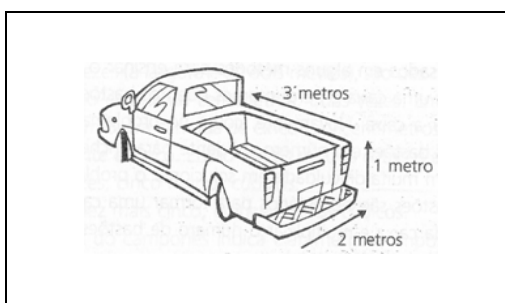
No fundo de uma caixa de bombons há 4 filas de 10 bombons cada uma, formando uma camada. A caixa tem 3 camadas de bombons. Quantos bombons tem a caixa ao todo?

Tarefa 9: Pacotes de leite



Esta camioneta, transporta pacotes de leite em caixotes com 248 pacotes cada. Quantos pacotes levará a camioneta?

Tarefa 10: Latas de sumo



O pai do Hugo vai encher a traseira da sua carrinha com caixas de latas de sumo. As caixas medem 50 cm de largura, 50 cm de comprimento e 50 cm de altura. Quantas caixas o pai do Hugo pode levar na carrinha?

Tarefa 12: Comprar queijo

Comprei 0,3 Kg de queijo, ao preço de 12,5 € o quilo. Quanto vou pagar?

Comprei 0,03 Kg de queijo, ao preço de 12,5 € o quilo. Quanto vou pagar?

Algoritmos para a multiplicação

Para as quatro operações básicas da aritmética há diversos algoritmos, mais ou menos conhecidos, de importância mais ou menos histórica. O estudo de muitos destes algoritmos é importante na formação de professores, visto que ajuda a pensar sobre a sua fundamentação e contribui para um melhor conhecimento das propriedades das operações.

Não é consensual a utilização de algoritmos nos diversos países e as diversas opções são polémicas. Para nós a ideia é fundamental, seja qual for a opção de algoritmo ou algoritmos ensinados, o sentido do número e as estratégias de cálculo mental continuarem a ter um papel dominante no trabalho com os números e as operações. Uma das ideias mais importantes é que os alunos aprendam a optar pelo tipo de estratégia de cálculo que devem fazer, algoritmo ou não, tendo em conta os números envolvidos.

Optámos assim por apresentar vários algoritmos comuns e por registar algumas ideias fundamentais para o trabalho matemático quando os algoritmos aparecerem.

Algoritmo da multiplicação recorrendo a múltiplos favoráveis de um dos factores

Neste algoritmo decompõe-se um dos factores em parcelas mais favoráveis ao cálculo de produtos, as potências de 10. Trabalha-se com o outro factor na globalidade. O fundamento matemático deste algoritmo é a propriedade distributiva da multiplicação relativamente à adição.

$$420 \quad \times 22$$

10	4200
10	4200
2	840
<hr/>	
22	9240

$$346 \quad \times 35$$

10	3460	10000
10	3460	1900
10	3460	210
5	1730	<hr/>
35	12110	12110

Este algoritmo é muito pouco eficaz e exige uma grande destreza de cálculo mental de adição e de multiplicação. A sua utilização é transparente e tem um forte sentido da multiplicação como adição de parcelas iguais. Não é comum a sua utilização e tem algumas analogias com o algoritmo de dobros dos egípcios.

Algoritmo da multiplicação egípcio recorrendo a dobros de um dos factores

Neste algoritmo trabalha-se com os dobros do maior factor. Estes são depois convenientemente seleccionados e adicionados.

420	x 22	420	1	16	6720
		840	2	4	1680
		1680	4	2	840
		3360	8	22	9 240
		6720	16		
			32		

346	x 35	346	1	32	11072
		692	2	2	692
		1384	4	1	346
		2768	8	22	12110
		5536	16		
		11072	32		
			64		

Este algoritmo é muito pouco eficaz e exige uma grande destreza de cálculo mental de adição e de multiplicação por 2. A sua utilização é bastante menos transparente que a do anterior. Na anterior a decomposição de um dos factores é feita na lógica das ordens do sistema de numeração decimal. Neste caso a decomposição do menor factor é feita com base na possibilidade universal de decomposição de qualquer número numa soma de potências de 2. Propriedade que fundamenta um sistema de base dois mas que não é evidente.

Algoritmo de gelosia

Neste algoritmo trabalha-se com os dois factores decompostos nas suas ordens e com uma disposição em gelosia.

$$420 \quad \times 22$$

	4	2	0							
	<table style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table>			8	4	0	8	4	0	2
8	4	0								
8	4	0								
9	<table style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> </table>			8	4	0	8	4	0	2
8	4	0								
8	4	0								
	4 2	4	0							

9240

$$349 \quad \times 67$$

	3	4	9							
	<table style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> </table>			1	2	5	8	4	4	6
1	2	5								
8	4	4								
2	<table style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">8</td> <td style="padding: 5px;">3</td> </tr> </table>			2	2	6	1	8	3	7
2	2	6								
1	8	3								
4 3	4 3	4 8	3							

23 383

Este algoritmo é muito pouco transparente, mas é muito eficaz e seguro. A sua aprendizagem, ainda que mecânica, é muito simples e o esquema da gelosia muito seguro e orientador da colocação dos produtos parciais. Porém é totalmente cego a qualquer sentido numérico e apenas exige o domínio da tabuada simples.

Apresentação mais extensa do algoritmo dominante da multiplicação

Uma das dificuldades do algoritmo da multiplicação mais comum no sistema de ensino português é a insegurança da sua disposição e a escassez de registos intermédios. É um algoritmo totalmente cego e em que os alunos perdem o sentido do número. Uma forma de ultrapassar essas dificuldades é usar formas de registo mais completas.

$$346 \times 35$$

		300	+ 40	+ 6
			30	+ 5
			3	0
		2	0	0
	1	5	0	0
		1	8	0
	1	2	0	0
+	9	0	0	0
1	2	1	1	0

Os algoritmos e o cálculo com decimais

O cálculo com decimais vem trazer algumas dificuldades à utilização dos algoritmos. Mas também aqui o sentido do número deve prevalecer. Se eu sei calcular 346×35 , também sei o valor de qualquer produto com números escritos com estes algoritmos pela mesma ordem.

$346 \times 3,5$ — “estou a multiplicar 346 por 35 décimas, então a ordem de grandeza do resultado é décimas, ou seja 12110 décimas, isto é, 1211”

$346 \times 0,35$ — “estou a multiplicar 346 por 35 centésimas, então a ordem de grandeza do resultado é centésimas, ou seja 12110 centésimas, isto é, 121,1”

$34,6 \times 35$ — “estou a multiplicar 35 unidades por 346 décimas, então a ordem de grandeza do resultado é décimas, ou seja 12110 décimas, isto é, 1211”

E assim sucessivamente. Evidencia-se aqui um padrão que permite concluir que se um dos factores é inteiro e o outro é decimal o produto é da mesma ordem de grandeza desse número decimal. Conclusões deste tipo não devem ser dadas como regras, pois podem ser construídas pelos alunos quando se trabalha e desenvolve com eles o sentido do número.

A situação complica-se um pouco se os dois factores são decimais. Novamente aqui a compreensão é fundamental. Se os alunos forem construindo o conceito de número decimal com sentido vão concluir e compreender que ao multiplicar décimas por décimas vamos ter uma ordem de grandeza de centésimas. Todo este trabalho tem de ser feito com significado. Antes de avançar com este tipo de cálculos, pensemos numa situação em que é preciso calcular o produto de dois números decimais.

Comprei 0,3 kg de queijo com o preço de 12,5 € por quilo. Quanto vou pagar?

Uma décima de kg custa uma décima do preço, ou seja, 1,25 €. Como comprei 3 décimas de kg tenho que multiplicar este valor por 3, o que dá 3,75 €.

Na primeira parte do cálculo passei de décimas a centésimas e por isso o resultado é da ordem de grandeza das centésimas.

Comprei uma fatia de queijo com 0,03 kg, com o preço de 12,5 € por quilo. Quanto vou pagar?

O raciocínio aqui é análogo. Uma centésima de kg custa 0,125 €. Como vou pagar 3 centésimas o preço será 0,375 €.

Esta situação que aqui apresentamos leva-nos a colocar algumas questões para reflexão.

Qual é o interesse de ensinar algoritmos às crianças para trabalhar com números decimais?

Não será mais construtivo desenvolver processos de cálculo significativos e pessoais com sentido numérico?

Quais são os problemas reais dos nossos dias em que recorremos a um cálculo algorítmico com números decimais em vez de usar uma calculadora?

Divisão 1 – O sentido da divisão

Objectivos:

- Desenvolver o sentido da divisão a partir de problemas simples e significativos.
- Introduzir a escrita da divisão com significado e trabalhar a relação entre a divisão e a multiplicação.
- Resolver problemas de divisão antes da aprendizagem formal do algoritmo da divisão.

Notas para o professor:

Os alunos devem, desde muito cedo, resolver problemas de divisão, antes da aprendizagem formal do algoritmo.

Dentro das tarefas apresentadas encontram-se situações de divisão como partilha e como agrupamento como é o caso das **tarefas 2.1.** (agrupamento) e **3.2.** (partilha).

Quer numa, quer noutra situação, os alunos podem recorrer a diferentes estratégias como: desenhos..., adições sucessivas (ex. **tarefa 2.1**) :

$$2+2+2+2+2+2= 14 \quad \text{Resposta: 7 meninos}$$

↓
Um menino: duas mãos

Subtrações sucessivas(ex. **tarefa 2.1**) :

$$14-2-2-2-2-2-2= 0 \quad \text{Resposta: 7 meninos}$$

↓
Um menino: duas mãos

E a multiplicação (ex. **tarefa 2.1**) :

$$7 \times 2 = 14 \quad \text{Resposta: 7 meninos}$$

A **tarefa 5** é uma tarefa mais aberta, com várias soluções. Implica mais tempo de resolução e discussão sendo fundamental que o aluno perceba que não pode haver resto.

A **tarefa 9** embora seja uma situação de partilha, esta não é directa e poderá originar estratégias mais diferenciadas como os exemplos que se seguem.

Uma estratégia:

(1º momento) 1 criança → 1 saco

(2º momento) 2 sacos (6 bombons) → 3 crianças

Ou seja, cada criança recebe 1 saco e 2 bombons (5 bombons)

Outra estratégia:

5 sacos → 15 bombons

15 bombons → 3 crianças

Ou seja, cada criança recebe 5 bombons.

Na **tarefa 10**, poderá haver alunos que desenhem as mesas, estabelecendo a correspondência entre mesas e pais, colocando 6 em cada mesa (1 mesa – 6 pais; outra mesa – 6 pais) e usando uma estratégia aditiva ou até estabelecendo relação com a multiplicação, até chegarem ao 84, como nos ex. a seguir.

$$6 + 6 = 12 ; 12 + 6 = 18; 18 + 6 = 24 \dots 78 + 6 = 84$$

ou

$$6 \dots 12 \dots 18 \dots 24 \dots \dots 84$$

Poderá mesmo haver alunos que, recorrendo ao cálculo mental, percebam que em 10 mesas se poderão sentar 60 pais e completem o seu raciocínio fazendo correspondência entre mesas e pais, até terem o número de mesas suficientes para os 84 pais.

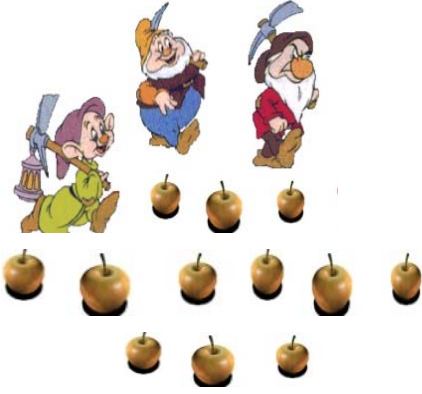
$$10 \times 6 = 60$$

$$60 + 6 + 6 + 6 + 6 = 84 \text{ (n}^\circ \text{ de pais)}$$

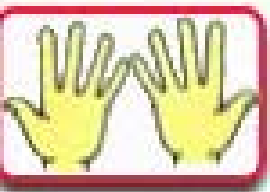


$$10 + 1 + 1 + 1 + 1 = 14 \text{ (n}^\circ \text{ de mesas)}$$

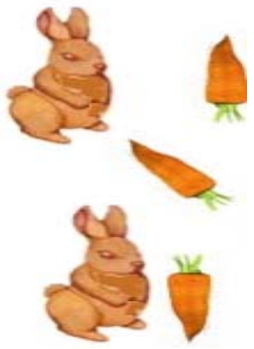
Tarefa 1: Os anõesinhos

 An illustration showing three dwarves (two men and one woman) standing next to 12 apples arranged in three rows of four.	<p>1.1. Se os três anões dividirem as maçãs da figura entre eles, com quantas maçãs fica cada anão?</p> <p>1.2. Se aparecer outro anão e eles dividirem as mesmas maçãs, com quantas maçãs fica cada anão?</p>
--	--

Tarefa 2: Cartazes

 An illustration of two yellow hands, palms facing each other, enclosed in a red rectangular frame.	<p>Na sala de aula do 1º ano, para a aula de Matemática, alguns alunos estiveram a fazer cartazes. Cada menino desenhou 2 mãos. Se estiverem desenhadas 14 mãos quantos meninos estiveram a fazer cartazes.</p>
---	---


Tarefa 3: Os coelhos

 An illustration showing two brown rabbits and two orange carrots.	<p>3.1. No quintal havia 24 cenouras. Cada coelho comeu 4 cenouras. Quantos coelhos havia no quintal?</p> <p>3.2. Se no quintal houvesse 8 coelhos quantas cenouras comia cada um?</p>
---	--


Tarefa 4: Flores para a mãe

No dia da mãe a Ana e o Rui compraram um ramo de 24 rosas para lhe oferecer. A mãe decidiu colocá-las em jarras. Descubra todas as hipóteses para arrumar todas as flores em jarras, colocando a mesma quantidade em cada jarra?


Tarefa 5: No recreio

	<p>5.1. O grupo de alunos representados na figura, está a brincar no recreio e decide fazer jogos de grupo. Se fizerem grupos de 2 alunos, quantos grupos podem fazer? E se forem de 3 alunos? E de quatro?</p> <p>5.2. No dia a seguir estavam no recreio 32 alunos e fizeram 8 grupos. Quantos alunos ficaram em cada grupo?</p>
---	--


Tarefa 6: Ovos em cestos

	<p>A Ana precisa distribuir 36 ovos em 6 cestos de modo que não sobrem ovos e todos os cestos tenham a mesma quantidade de ovos. Quantos ovos deverá colocar em cada cesto?</p>
---	---

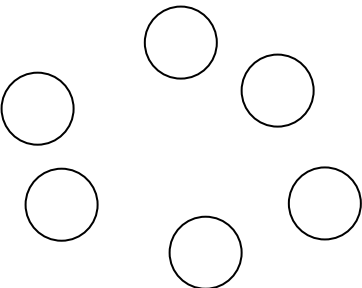
Tarefa 7: Ovos em caixas

	<p>O Rui precisa guardar 98 ovos em caixas iguais. Cada caixa deverá conter 12 ovos. Não podem sobrar ovos. Quantas caixas serão necessárias?</p>
---	---

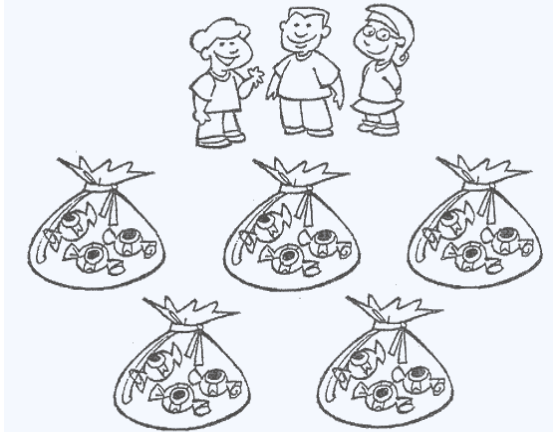
Tarefa 8: Prenda de anos

	<p>No seu aniversário, a Maria recebeu este chocolate e decidiu comer 2 quadradinhos por dia. Durante quantos dias ela pode comer chocolate, se comer sempre a mesma quantidade por dia?</p>
---	--

Tarefa 8: Jogo dos arcos

	<p>8.1. Numa sala de aula os meninos estiveram a brincar ao jogo dos arcos. A turma tinha 24 meninos e a professora colocou 6 arcos no chão. Quantos meninos ficaram em cada arco?</p> <p>8.2. Se estiverem 3 meninos em cada arco quantos arcos são necessários?</p>
---	---

Tarefa 9:

<p>Vamos repartir os rebuçados que estão nos saquinhos por três crianças. Cada saquinho tem 3 rebuçados. Quantos rebuçados cada criança vai receber?</p>	
--	---

Tarefa 10: Reunião de pais

<p>10.1. Hoje vai haver uma reunião na escola e sabemos que vão estar presentes 84 pais. A coordenadora organizou a sala com várias mesas e cadeiras. Cada mesa tem à sua volta 6 cadeiras. Quantas são as mesas necessárias para sentar os 84 adultos?</p>
<p>10.2. Na reunião decidiu-se que se ia oferecer café, mas cada pai só podia beber um. O café veio em cafeteiras e cada uma dava para 12 chávenas. Quantas cafeteiras foram precisas para trazer café para todas as pessoas?</p>

Tarefa 11: Na sala de aula

11.1. Na sala do Hugo havia falta de lápis de cor. Um dia a professora foi comprar alguns e disse à turma: Comprei caixas com lápis e sei que são 192 lápis.

Sabendo que cada caixa traz 6 lápis, quantas são as caixas que comprei?

Se cada caixa trouxesse 12 lápis, quantas seriam as caixas?

E se fossem 24 lápis em cada caixa? Quantas seriam as caixas?

11.2. Hoje vamos fazer trabalho de grupo e vamos organizar 4 grupos. Quantos lápis posso colocar em cada grupo, de forma que haja a mesma quantidade em todos?

Divisão 2 – Quociente e resto

Objectivos:

- Desenvolver o sentido do quociente e do resto a partir de problemas simples e significativos.
- Introduzir a identidade fundamental da divisão inteira (dividendo = divisor x quociente + resto).
- Desenvolver a compreensão de problemas tanto no que respeita às estratégias de resolução, como às respostas a dar.

Notas para o professor: Alguns destes problemas pretendem que os alunos desenvolvam o sentido do quociente e do resto, tendo a tarefa 1, 2, 3 e 4 características diferentes. Assim, enquanto na **tarefa 1** o resto não é importante para a resolução do problema, na **tarefa 2** o resto é a resposta ao problema e nas **tarefas 3 e 4** os alunos têm de atribuir significado ao resto para responderem correctamente. A **tarefa 5** já envolve números maiores e é um contexto da vida do dia-a-dia em que a criança percebe com facilidade que para tirar fotos a todos precisa sempre de ir buscar mais um rolo de fotografias. Neste tipo de situações não basta fazer os cálculos adequados. É importante saber interpretar os resultados que obteve e decidir qual a resposta que vai dar ao problema.

Tarefa 1 - Fazer bolos

Para fazer um bolo são precisos 3 ovos. Quantos bolos se podem fazer com 17 ovos?


Tarefa 2 - Empacotar bolas

Numa loja há 26 bolas para empacotar em caixas de 4 bolas cada. Depois de encher as caixas que conseguir, quantas bolas sobrarão?

Tarefa 3 - Piquenique

Um grupo de 27 amigos resolveu fazer um piquenique no campo e para se deslocarem levaram carros. Cada carro levava 5 pessoas. Quantos carros foram necessários para transportar os 27 amigos?


Tarefa 4: Viajando

	<p>4.1. Uma escola pretende fazer uma visita a uma exposição com os seus 169 alunos. Para tal, alugou uma carrinha que leva 14 alunos de cada vez. Quantas viagens fará a carrinha para levar todos os alunos à exposição?</p>
	<p>4.2. Noutra altura do ano, os 169 alunos desta escola foram ao Oceanário tendo-se deslocado numa carrinha, que fez 14 viagens, sempre com o mesmo número de alunos. Quantos alunos foram em cada viagem? Foram todos os alunos? Quantos faltaram?</p>

Tarefa 5 - Fotografias

A escola do João tem 465 alunos. Na próxima semana vem o fotógrafo tirar fotografias a todos os alunos. Se cada rolo dá para 24 fotografias, quantos rolos tem que trazer o fotógrafo para tirar uma fotografia a cada aluno?

Tarefa 6 - Visita de Estudo

	<p>6.1. Um grupo de alunos vai fazer uma visita de estudo e há várias possibilidades de escolha para o transporte:</p> <ul style="list-style-type: none">• carrinha para 8 passageiros• camioneta pequena para 16 passageiros• camioneta média para 32 passageiros• camioneta grande para 64 passageiros
	<p>6.2. Faz o estudo do número de veículos necessários para fazer a visita.</p> <p>N.º de alunos da turma N.º de alunos da escola</p>

Tarefa 7: Visita de Estudo

Um grupo de alunos vai fazer uma visita de estudo e há possibilidades de escolha para o transporte:

camioneta para 32 passageiros

camioneta para 64 passageiros.

Faz o estudo do número de veículos necessários para fazer a visita para os seguintes números de alunos:

- grupo de 48 alunos
- grupo de 96 alunos
- grupo de 130 alunos.

Tarefa 8: Formação de Equipas

Numa escola vão ser organizados vários campeonatos desportivos entre os 45 alunos do mesmo ano:

futebol (equipas de 5)

futebol (equipas de 11)

andebol (equipas de 7)

voleibol (equipas de 6)

No caso de não dar número exacto há alunos que podem ficar como suplentes.

Para cada modalidade, diz quantas equipas se podem fazer e quantos alunos ficam suplentes?

Divisão 3 – Calcular quocientes

Objectivos:

- Calcular quocientes.
- Calcular metades e fazer raciocínio por metades.
- Calcular quocientes especiais com potências de 5 e de 10.
- Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos.

Notas para o professor:


Neste conjunto de tarefas pretende-se que os alunos estabeleçam relações entre os números envolvidos em divisões diferentes. Por ex., se sei que $40:5=8$, também sei que $20:5=4$ ou que $80:5=16$. Isto é, se o divisor se mantém e o dividendo passa ao dobro, então o quociente também passará ao dobro. Este tipo de ser trabalhado à medida que se avança no conhecimento e na prática da divisão.

A **tarefa 2**, poderá ser ligada com a dos “Ovos Mágicos” referente à multiplicação. Os alunos, escolhem em cada grupo, um determinado número de ovos. Este número terá que ser um número grande para ser possível fazer caixas com o número de ovos indicado.

Este conjunto de tarefas permite, também, trabalhar o cálculo mental.

Na **Tarefa 5** cada grupo de alunos pode trabalhar com um número diferente de ovos preenchendo, depois, a tabela colectiva e em discussão podem ser identificadas várias relações

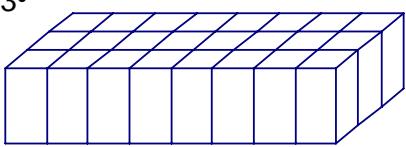
Tarefa 1: Brinquedos

	<p>No Natal, numa loja de brinquedos compraram 50 bonecos iguais aos da figura. Arrumaram-nos em caixas e cada caixa levava 5 bonecos.</p> <p>Quantas caixas foram necessárias?</p> <p>Se as caixas levassem 10 bonecos, quantas caixas seriam necessárias?</p>
---	---

Tarefa 2 : Visita de estudo

<p>Para organizar as visitas de estudo a direcção da escola sabe que pode usar:</p> <ul style="list-style-type: none">camionetas que levam 50 criançascarrinhas que levam 20 criançasautomóveis que levam 4 crianças <p>Faz um estudo do número de veículos de cada tipo necessários para transportar 100 crianças.</p> <p>Tendo em conta a situação anterior, faz um estudo para 200 crianças, 300 crianças, 400 crianças e 500 crianças e ajuda a direcção da escola.</p>

Tarefa 3: Pacotes de leite

<p>3.1. O leite que é oferecido nas escolas é distribuído em conjuntos de embalagens agrupadas (paletes) com 24 pacotes. Na turma A, do 3º ano os alunos beberam 320 pacotes de leite no mês de Janeiro.</p> <p>Quantas paletes foram distribuídas nesta turma?</p>	
<p>3.2. Nesse mês, nas turmas todas da escola os alunos beberam 3200 pacotes de leite.</p> <p>Quantas paletes foram distribuídas na escola?</p>	

Tarefa 4: Fábrica de chocolates

4.1. Numa fábrica de chocolates são feitos bombons que são embalados em pacotes com vários tamanhos:

pacotes com 5 bombons

pacotes com 10 bombons

pacotes com 20 bombons

pacotes com 50 bombons

pacotes com 100 bombons

Quantos bombons há em 10 pacotes de cada tipo?

E quantos bombons em 20 pacotes? E em 100 pacotes?

4.2. Se eu quiser comprar 500 bombons em pacotes de 5 cada um, de quantos pacotes preciso?

E se quiser pacotes sempre iguais, mas com mais bombons?

Tarefa 5: Arrumação de ovos

5.1. Escolhe um determinado número de ovos entre 1000 e 3000.

Agora arruma-os em caixas de de 10, de forma que não sobre nenhum. Quantas caixas conseguiste fazer?

5.2. E se fossem caixas de 100? Quantas caixas conseguirias fazer?

5.3. E se fossem caixas de 1000? Quantas caixas conseguirias fazer?

Preenche a tabela com os teus valores e os dos teus colegas da turma.

	N.º ovos	N.º caixas de 10	N.º caixas de 100	N.º caixas de 1000
Grupo A				
Grupo B				
Grupo C				
Grupo D				
Grupo E				
Grupo F				
Aula (total)				

Divisão 4 – Outras situações

Objectivos:

- Desenvolver a compreensão de problemas.
- Contactar com outros sentidos da divisão em diferentes contextos com números decimais e em relação com as grandezas e medidas.

Notas para o professor: Nestes problemas está envolvida a compreensão da divisão, a qual não aparece de forma explícita.

Tarefa 1: Rapazes e raparigas

Numa festa de anos estão 18 alunos, sendo 11 rapazes e 7 raparigas. Para poderem fazer um jogo, têm que se dividir em grupos com o mesmo número de crianças e com, pelo menos, um rapaz.

Que grupos é que se poderão formar?

(Indica o número de raparigas e rapazes para cada grupo)

Tarefa 2: Um jardim rectangular

Um agricultor pretende fazer um jardim rectangular. De um lado pretende que ele tenha 6 metros. Se ele quiser ter uma área de 48 metros quadrados, quantos metros terá que medir o outro lado?

Tarefa 3: Construção de uma estrada

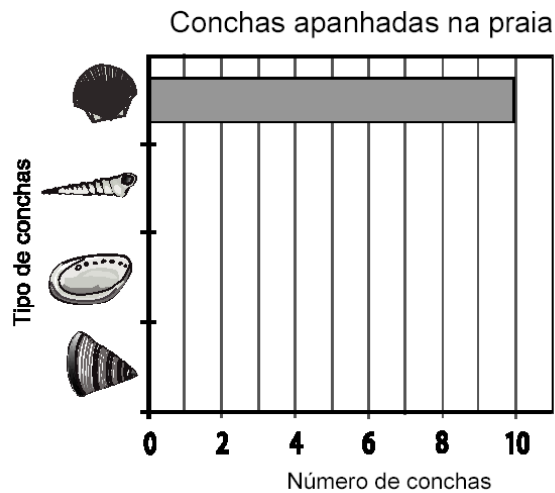
Na construção de uma estrada em cada dia são construídos 300 metros. O comprimento total da estrada deverá ser de 5 000 metros. Quantos dias vai demorar a construir a estrada?

Tarefa 4: Brincos com conchas

A figura mostra as conchas que a Rosa apanhou na praia.



4.1. Completa o gráfico seguinte, de modo que este represente o número de conchas que a Rosa apanhou na praia.



4.2. Com algumas das conchas que apanhou na praia, a Rosa fez o par de brincos que está representado na figura.



Ela quer fazer um par de brincos, igual a este, para cada uma das suas 6 amigas. De quantas conchas, de cada tipo, vai precisar?

4.3. Ela foi a uma loja e comprou uma caixa que trazia: 15 arames, 17 conchas compridas e 26 conchas redondas. Quantos brincos consegue fazer com este material?

Algoritmos para a divisão

A reflexão sobre a utilização de algoritmos agudiza-se com a com a operação de divisão. A contextualização dos cálculos é mais complexa, o sentido da operação mais difícil para as crianças, os cálculos envolvidos também mais difíceis. Por isso as decisões de ensinar algum algoritmo, quando o ensinar e qual ensinar se tornam mais polémicas. Mas sejam quais forem essas decisões, só teremos a ganhar se, como professores, conhecermos melhor os algoritmos da divisão.

E nunca é demais afirmar que quanto mais factos numéricos dominarmos maior facilidade e segurança poderemos ter na realização de cálculos e, também, que há estratégias de substituição de cálculos que são universais e que por isso mesmo se tornam facilitadoras. Esta preocupação do conhecimento e domínio de factos numéricos nunca deve ser perdida de vista. Seja qual for a utilização dos algoritmos que se pretenda fazer, o cálculo mental por recurso a estratégias diversas tem que ser prática permanente. Não há algoritmo que substitua a flexibilidade de cálculo por recurso a estratégias diversas conforme os números em jogo.

Os problemas de divisão que envolvem o sentido de medida podem ajudar a construir o algoritmo da divisão a partir de processos próprios dos alunos. Para isso é importante que os problemas sejam pensados com números favoráveis. Por exemplo, agrupar objectos ou pessoas em conjuntos com igual número de elementos. Ovos em caixas, pessoas em autocarros, ...

Optimização do algoritmo da divisão americano ou de subtracções sucessivas

Neste algoritmo trabalha-se com o dividendo e o divisor globalmente. Vão sendo subtraídos ao dividendo múltiplos do divisor até obter um resto inferior ao divisor. Este algoritmo é optimizado se forem usados múltiplos do divisor por potências de 10 ou por composições destas potências.

$$4850 : 55$$

55	4850		1	55
	2200	40		10 550
	2650			100 5500
	2200	40		
	450			
	440	8		
	10	88		

$$7850 : 55$$

55	7850		1	55
	5500	100		10 550
	2350			100 5500
	2200	40		
	150			
	110	2		
	40	142		

O facto de usar diferenças com múltiplos facilitadores toma muito mais acessível o cálculo das diferenças. A prática deste algoritmo e a aquisição da sua destreza de utilização exige um trabalho de sentido do número muito grande. Este algoritmo admite um grande grau de liberdade visto que o utilizador pode usar os múltiplos do divisor que lhe dêem mais jeito. Precisamente por isso a sua aprendizagem pode ser feita no sentido de maior eficácia. A utilização deste algoritmo é transparente visto que se percebe muito bem o raciocínio feito pelo utilizador.

$$8,7 : 0,63$$

1º passo

$$870 : 63$$

63	870		1	63
	630	10		10 630
	240			100 6300
	126	2		
	114			
	63	1		
	51	13		

resto 0, 51

A divisão envolvendo números decimais é sempre feita adaptando adequadamente os cálculos para números inteiros.

Algoritmo da divisão recorrendo a múltiplos do divisor e decompondo o dividendo

Neste algoritmo o divisor é trabalhado na globalidade, mas o dividendo é decomposto em ordens de acordo com as necessidades. São subtraídos a uma parte do dividendo o múltiplo do divisor mais próximo. Este algoritmo tem por isso preocupações de eficácia e rapidez que o distinguem totalmente do anterior.

485' 0	55
440	8' 8
450	
440	
10	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	110	165	220	275	330	385	440	495

78' 5' 0	55
55	1' 4' 2
23 5	
220	
15 0	
110	
40	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	110	165	220	275				

A preocupação de eficácia sobrecarrega muito os cálculos auxiliares dos múltiplos do divisor.

Na sua utilização com decimais pode optar-se pela utilização de múltiplos do divisor, ainda que este seja um número decimal, ou por uma adaptação a números inteiros análoga à que foi exemplificada no algoritmo anterior.

A utilização deste algoritmo é mais mecanizada e fechada. O utilizador perde a noção da ordem de grandeza do dividendo e pode perder o sentido dos números envolvidos. Se não for feito um trabalho paralelo de controle e crítica dos resultados esta utilização pode arrastar muitos erros sem que advenham outras compensações.

Algoritmo da divisão egípcio recorrendo a dobros do divisor

Neste algoritmo trabalha-se com o dividendo e o divisor na globalidade. Constrói-se primeiro uma tabela de dobros do divisor até ultrapassar o dividendo. Adicionam-se então sucessivamente os múltiplos do divisor até obter o valor mais próximo possível do dividendo.

723	:17	17		1	544		32
		34		2	136		8
		68		4	<hr/>	<hr/>	
		136		8	680		40
		272		16	34		2
		544		32	<hr/>	<hr/>	
		1088		64	714		42
					resto		9

7850	:55	55		1	7040		128
		110		2	440		8
		220		4	<hr/>	<hr/>	
		440		8	7480		136
		880		16	220		4
		1760		32	<hr/>	<hr/>	
		3520		64	7700		140
		7040		128	110		2
					<hr/>	<hr/>	
					7810		142
					resto		40

A utilização deste algoritmo exige algum sentido do número e destreza de cálculo mental para a adição para escolher os dobros adequados.

É um algoritmo muito pouco comum embora seja muito acessível do ponto de vista do cálculo de produtos. Fica o desafio de perceber como poderá ser usado com decimais.

Outras situações: multiplicação/divisão

Objectivos:

- Desenvolver outros aspectos da multiplicação e divisão;
- Valorizar as estratégias pessoais dos alunos;
- Proporcionar o confronto entre a multiplicação e a divisão.

Notas para o professor: As tarefas apresentadas neste ponto, são mais abertas e envolvem situações de multiplicação e/ou divisão, algumas delas dependendo da estratégia usada pelos alunos para os resolver.

A **tarefa 9**, pode ser explorada desde o 1º ao 4º ano, cabendo ao professor seleccionar o número de embalagens de ovos com que os seus alunos podem trabalhar.

Até à tarefa 6 os alunos não precisam ainda de ter formalizado qualquer aprendizagem sobre a multiplicação e a divisão para resolver problemas.

A partir da **tarefa 6** os problemas são mais elaborados quer do ponto de vista da compreensão, quer do ponto de vista do conhecimento das operações multiplicação/divisão.

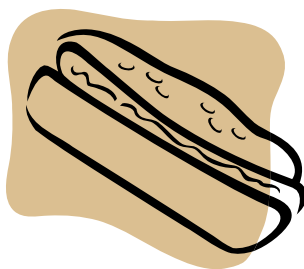
Tarefa 1: Um passeio de barco



1.1. Um grupo de amigos, resolveu ir passear de barco. Como tinham barcos em número suficiente, decidiram que ficasse o mesmo número de pessoas em cada barco. Descobre todas as maneiras diferentes dos 18 amigos se agruparem nos barcos. Para cada caso regista quantos barcos usaram e quantos amigos iam em cada barco.

1.2. E se fossem 24 alunos, que hipóteses haveria?

Tarefa 2: Sandes para o lanche




A Ana preparou 48 sandes para um lanche com alguns amigos. No fim do lanche, verificaram que toda a gente tinha comido igual número de sandes e que não tinha sobrado nenhuma. Quantas pessoas poderiam ter estado no lanche e quantas sandes inteiras terão comido cada uma?

Tarefa 3: Fazendo equipas




Na aula de Educação Física os alunos fazem jogos de equipas. Todas as equipas têm igual número de jogadores e ninguém fica de fora. Quantas equipas podem fazer e quantos jogadores tem cada equipa?



Tarefa 4: Fazendo painéis de azulejos

	<p>Os alunos do 4º ano vão fazer painéis rectangulares de azulejos. Descobre todos os painéis de azulejos que é possível fazer com 12 azulejos. Experimenta com outros números de azulejos. Quais são os números que dão para fazer mais painéis diferentes de azulejos?</p>
---	--

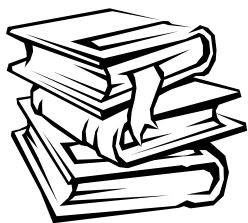
Tarefa 5: Arrumando cadeiras

	<p>Descobre todas as maneiras de arrumar 100 cadeiras numa sala de espectáculos, respeitando a condição de que todas as filas tenham o mesmo número de cadeiras.</p>
---	--

Tarefa 6: Ida a uma consulta

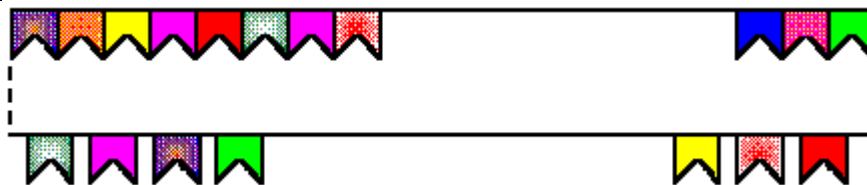
<p>A Margarida e o seu irmão foram a uma consulta ao pediatra, pois estavam com febre.</p>	
<p>A Margarida vai ter que tomar um comprimido de 6 em 6 horas.</p>	<p>O seu irmão Carlos, toma outro medicamento de 8 em 8 horas.</p>
	
<p>Qual dos dois irmãos acaba primeiro o medicamento? Regista todos os teus cálculos e explica como pensaste.</p>	

Tarefa 7: Livros e canetas



A Rita pagou 27 euros por três livros e duas canetas. O João comprou três livros e uma caneta iguais aos dela e pagou 25 euros. Se a mãe da Rita quiser comprar 6 canetas iguais às deles, quanto terá que pagar? E qual foi o preço de cada livro? Explica como chegaste às tuas respostas.

Tarefa 8: Bandeirinhas



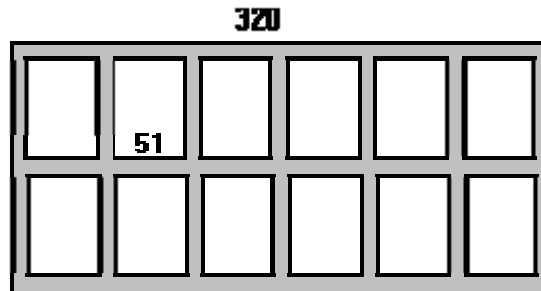
Para a festa dos Santos Populares, a escola da Sara e do Gonçalo, foi enfeitada com bandeirinhas.

9.1. O Gonçalo colocou as bandeiras todas juntas, mas a Sara espaçou-as regularmente, mantendo o espaço, mesmo nas extremidades. Os dois fios têm o mesmo comprimento (615 cm) e cada bandeirinha ocupa 15 cm de fio. Quantas bandeirinhas colocou o Gonçalo?

9.2. A Sara colocou menos 7 bandeiras que o Gonçalo. Quanto medirá o espaço entre as bandeiras?

Tarefa 9:

Um painel mede 140 cm por 320 cm. Uma empresa deseja fixar 12 cartazes no painel. Os cartazes medem 64 cm por 51 cm. Como é muito caprichosa, a Ana quer colocar os cartazes de modo que os espaçamentos verticais, sejam iguais e os espaçamentos horizontais, também sejam iguais. A que distância ela terá de deixar cada cartaz?



Tarefa 9: Ovos



9.1. Quantos ovos? Explica como contaste.

9.2. Arrumas os ovos noutras caixas à tua escolha.



9.3. Quantos ovos estão nesta imagem? Explica como contaste.

9.4. Se fossem caixas de 6 ovos quantas eram as caixas? E se fossem caixas de 24 ovos?

9.5. Arruma os ovos em caixas à tua escolha.

Tarefa 10: Caixas de bombons

	<p>10. 1. Quantos bombons há nas 2 caixas da figura ao lado? Como contaste os bombons?</p> <p>10.2. Imagina uma maneira para arrumar o mesmo número de bombons numa única caixa. Descreve a tua caixa.</p> <p>10.3. Constrói uma caixa de bombons à tua escolha e descreve-a.</p>
	<p>10.4. Quantos bombons há em cada uma das caixas da figura ao lado? Explica como os contaste.</p> <p>10.5. Quantas caixas, do tamanho da maior, são precisas para arrumar 1000 bombons?</p> <p>10.6. E quantas caixas do tamanho da menor?</p> <p>10.7. Se quisesses arrumar os 1000 bombons em caixas todas iguais, de modo que não sobrasse nenhum e todas ficassem cheias, escolhas caixas para quantos bombons?</p>

Bibliografia:

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.
- Fernandes, D. M. (1994). *Educação matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico. Aspectos inovadores*. Porto: Porto Editora.
- Ministério da educação (1991). *Programa do Primeiro Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do M.E.
- Ministério da educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico, Competências Essenciais*. Lisboa: Editorial do M.E.
- National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM (tradução portuguesa de Professional Standards for Teaching Mathematics, 1991, do National Council of Teachers of Mathematics).
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE (tradução portuguesa de Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, 1989, do National Council of Teachers of Mathematics).
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE (tradução portuguesa de Curriculum and evaluation standards for school mathematics, 1989).
- Nunes, T., Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre. Artes Médicas.
- Nunes, T., Campos, T., Magina, S., Bryant, P. (2005). *Educação Matemática – números e operações matemáticas*. São Paulo: Cortez Editora.
- Ponte, J., Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Serrazina, M. L. (2002). Competência matemática e competências de cálculo. *Educação e Matemática*, 69, 57 – 60.
- Verschaffel, L. e De Corte, E. (1996). Number and Arithmetic. Em A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick e C. Laborde (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education*, (pp 99-137). Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Anexos

Contando laranjas



Quantas são as janelas? Explica como contaste.



E quantos serão os vidros? Faz os registos que precisares para dar a resposta.

ESCOLA ANO/TURMA

NOME DATA

VAMOS POUPAR ÁGUA

A água é indispensável à vida de animais e plantas. Mas... a água não é inesgotável e está a desaparecer no planeta. É preciso poupar água! Através da experiência que vais realizar, descobre uma maneira simples de poupar água.

1. Lava os dentes com a água da torneira sempre a correr. Mede a água que gastaste com um copo graduado.

Se tivesses utilizado dois copos de água, terias gasto, em média, 0,5 l. Isto significa que, de cada vez que lavas os dentes com água corrente, desperdiças água.



2. Que quantidade de água desperdiças de cada vez que lavas os dentes com água corrente?

3. E se lavares os dentes, três vezes por dia?

4. E ao fim de um ano?

5. E que quantidade de água desperdiçará uma família composta por pai, mãe e dois filhos?

6. Comenta os resultados que obtiveste.

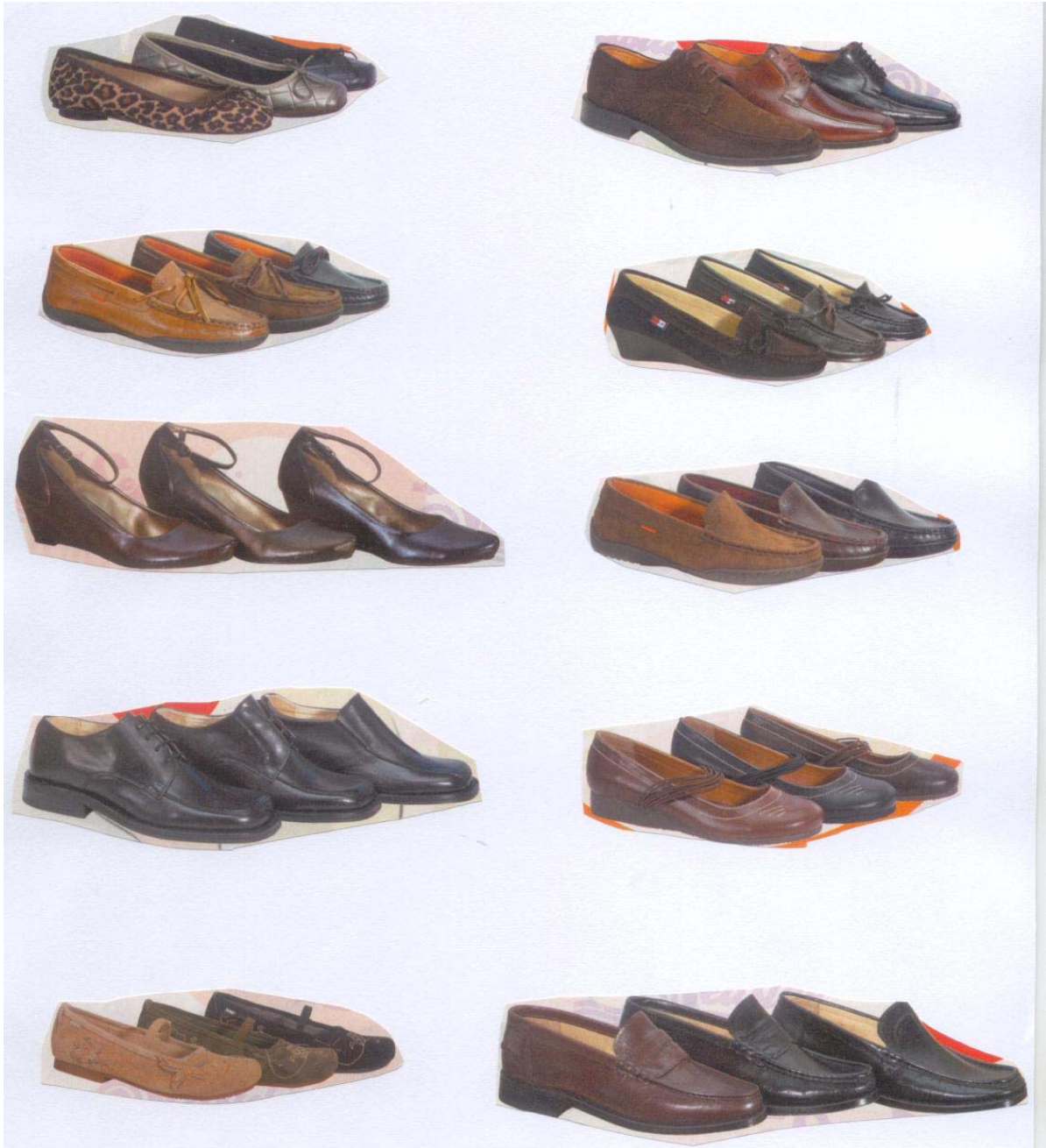


Sapatos e Mais Sapatos...



Nome: _____ Data: ____/____/____

1- Quantos sapatos vês na imagem? Explica como contaste.





Sapatos e Mais Sapatos..



Nome: _____ Data: ____/____/____

1 - Quantos sapatos vês na imagem? Explica como contaste.





Botas e Mais Botas...



Nome: _____ Data: ____/____/____

1 - Quantas botas vês na imagem? Explica como contaste.

