Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico

Pensamento Algébrico

nos primeiros anos de escolaridade

UNIÃO EUROPEIA
Fundo Social Europeu

Fonte:
Programa de Formação Contínua em Matemática (s/d). *Pensamento algébrico nos primeiros anos.* Escola Superior de Educação de Lisboa.

Escola Superior de Educação de Lisboa

Apresentação

Esta brochura apresenta tarefas comentadas que podem ser utilizadas, com maior ou menor adaptação, na sala de aula dos 1º e 2º ciclos do ensino básico. Pretende-se que a variedade de aspectos abordados nos enunciados propostos permita o tratamento das várias facetas do pensamento algébrico que se consideram importantes. Optou-se por uma organização por anos de escolaridade e por sugerir metodologias e estratégias, para as implementar em sala de aula. Qualquer um destes aspectos deve ser tomado como indicativo e não prescritivo, ou seja, qualquer professor estará à vontade para adaptar o que lhe parecer razoável, tendo em consideração o grupo de alunos e a sua própria competência no tratamento destes assuntos. A introdução de uma pequena secção sobre a utilização da calculadora elementar justifica-se por ser pertinente a sua utilização, nomeadamente em contextos de actividade algébrica, uma vez que o recurso a esta ferramenta potencia a realização de investigações sobre regularidades e relações numéricas.

A título de sugestão, apresenta-se uma distribuição das tarefas apresentadas na presente brochura, por anos de escolaridade.

1º/2º ano	3º/4º ano	5º/6º anos
• Sequências de Figuras I • Sequências de Figuras II • Sequências de Figuras III • Máquinas de números • Quanto pesam? • Balanças em Equilíbrio • Duas Formas • À volta do Relógio • Combinações com Barras *Cuisenaire*	• Seguir os números • Padrões e regularidades nos múltiplos • Investigando Regularidades com a calculadora básica: – À volta das tabuadas – A lua aqui tão perto – A mesada da Ana – qual a melhor opção?	• Painéis azulejos • Jogos com calculadoras • O poderoso 9 • O número teimoso • Anos bissextos • Quadrados e cubos • Uma escolha difícil • João e as sementes mágicas

Alice Carvalho
Anabela Gaio
Fernando Nunes
Deolinda Ribeiro
Graciosa Veloso
Nuno Valério
Pedro Almeida
Rita Brito Mestre
Sandra Canário

Índice

Introdução

Foi o Currículo Nacional do Ensino Básico que, pela primeira vez em Portugal, incluiu no capítulo *Álgebra e Funções* aspectos a serem explicitamente tratados em todos os ciclos. A procura de regularidades e a formulação de generalizações, em contextos numéricos e geométricos; a análise de relações numéricas e respectiva representação, formal ou informal; a construção e interpretação de tabelas, gráficos ou esquemas; o estudo das noções de correspondência e de transformação, utilizando variáveis, fórmulas e equações simples, são componentes do desenvolvimento do pensamento algébrico.

A Álgebra é um dos ramos fundamentais da matemática, e não é fácil acharmos na história exemplos que ilustrem tão bem a aliança do poder e da simplicidade, bem exemplificada na utilização de símbolos literais para representar variáveis ou incógnitas de natureza numérica. Sendo o aspecto simbólico de importância indiscutível, é sem dúvida a parte ligada ao significado que é central nestes escalões etários, devendo o pensamento algébrico ser desenvolvido gradativamente, antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica, a qual deverá ser também apropriada pelos alunos, de acordo com a sua capacidade de abstracção. É neste sentido que podem e devem ser introduzidos conteúdos algébricos que facilmente servem de base ao desenvolvimento de competências relacionadas com a resolução de problemas, a comunicação e o raciocínio. Na introdução à álgebra, será de dar preferência a situações de resolução de problemas, nomeadamente investigações matemáticas, tentando contextualizar as tarefas, utilizando preferencialmente situações do quotidiano e significativas para os alunos. Estas preocupações permitem o fomentar da capacidade de abstrair, levando em conta a idade e desenvolvimento dos alunos.

A variedade de situações de aprendizagem que podemos considerar no início do desenvolvimento do pensamento algébrico inclui:

- a descoberta de padrões e regularidades, tanto numéricos, como geométricos (3, 6, 9, _, _, 18, _, _ ; ⊔ ⊏ ⊓ ⊐ ⊔ ⊏ _)
- a representação de valores desconhecidos, as incógnitas. "Qual o número que adicionado a 7 dá 10?" (*número desconhecido* + 7 =10; n + 7 = 10)
- a utilização de variáveis em igualdades e equações "Em alguns rectângulos, o comprimento é 4 cm maior que a largura. Se o valor indicado por um dado é a largura, em cm, de um desses rectângulos, qual será o comprimento?"
- a escrita e utilização de fórmulas simples "Qual o perímetro de um quadrado de lado 5 cm? (P=4xl)"
- o estabelecimento de relações entre duas grandezas "A Ana tem o dobro da idade do Rui. Que idades podem ter?"

Estes aspectos estão presentes no novo programa de Matemática para o ensino básico, a generalizar a partir de 2010/2011. Enquanto no 2º ciclo existe um capítulo próprio sobre relações e regularidades, no 1º ciclo é necessário procurar em todos os temas as possíveis ligações com o desenvolvimento do pensamento algébrico:

"• *Resolver problemas envolvendo relações numéricas."*

"• *Contar a partir de um número dado, de 2 em 2, 3 em 3, 5 em 5, 6 em 6, 10 em 10."*

"• *Elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidade em sequências e em tabelas de números."*

"• *Realizar contagens progressivas e regressivas a partir de números dados."*

"• *Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações utilizando as suas propriedades."*

"• *Investigar regularidades numéricas."*

"• *Resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional."*

"• *Compreender e utilizar as fórmulas para calcular a área do quadrado e do rectângulo."*

• …

A iniciação ao estudo da álgebra pode ser facilmente integrada nos temas relativos ao sistema de numeração decimal, na aritmética dos números inteiros e no estudo das medidas, conteúdos fundamentais dos primeiros anos. É importante que os alunos compreendam a estrutura algébrica subjacente às operações aritméticas, as propriedades das operações e relações entre elas, utilizando-as em diferentes contextos e situações. Não é portanto difícil ligar a álgebra com conteúdos temáticos do programa. Além dos já referidos, pode acrescentar-se a ligação à proporcionalidade directa, aos diferentes meios de representação de dados (tabelas, gráficos de diversos tipos) ou mesmo à geometria, a partir, por exemplo, das relações numéricas que se podem estabelecer em entes geométricos, no plano ou no espaço.

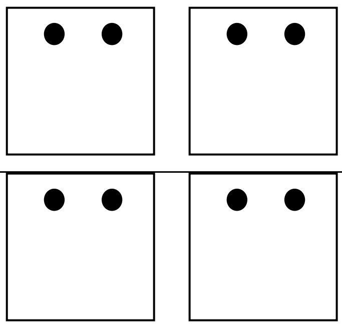
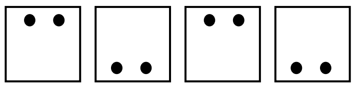
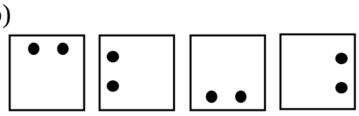
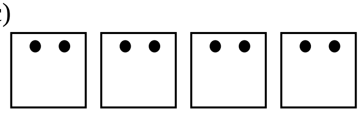
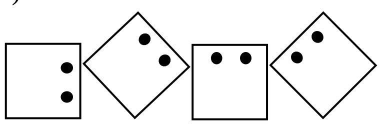
SEQUÊNCIAS COM FIGURAS I

Apresentação da tarefa

As tarefas seguintes destinam-se a ser exploradas numa fase de iniciação aos padrões para desenvolver a capacidade de encontrar critérios lógicos de ordenação e justificá-los. Estão pensadas preferencialmente para alunos do pré-escolar e do 1º e 2º anos, mas também poderão ser realizadas pelos alunos de anos mais avançados.

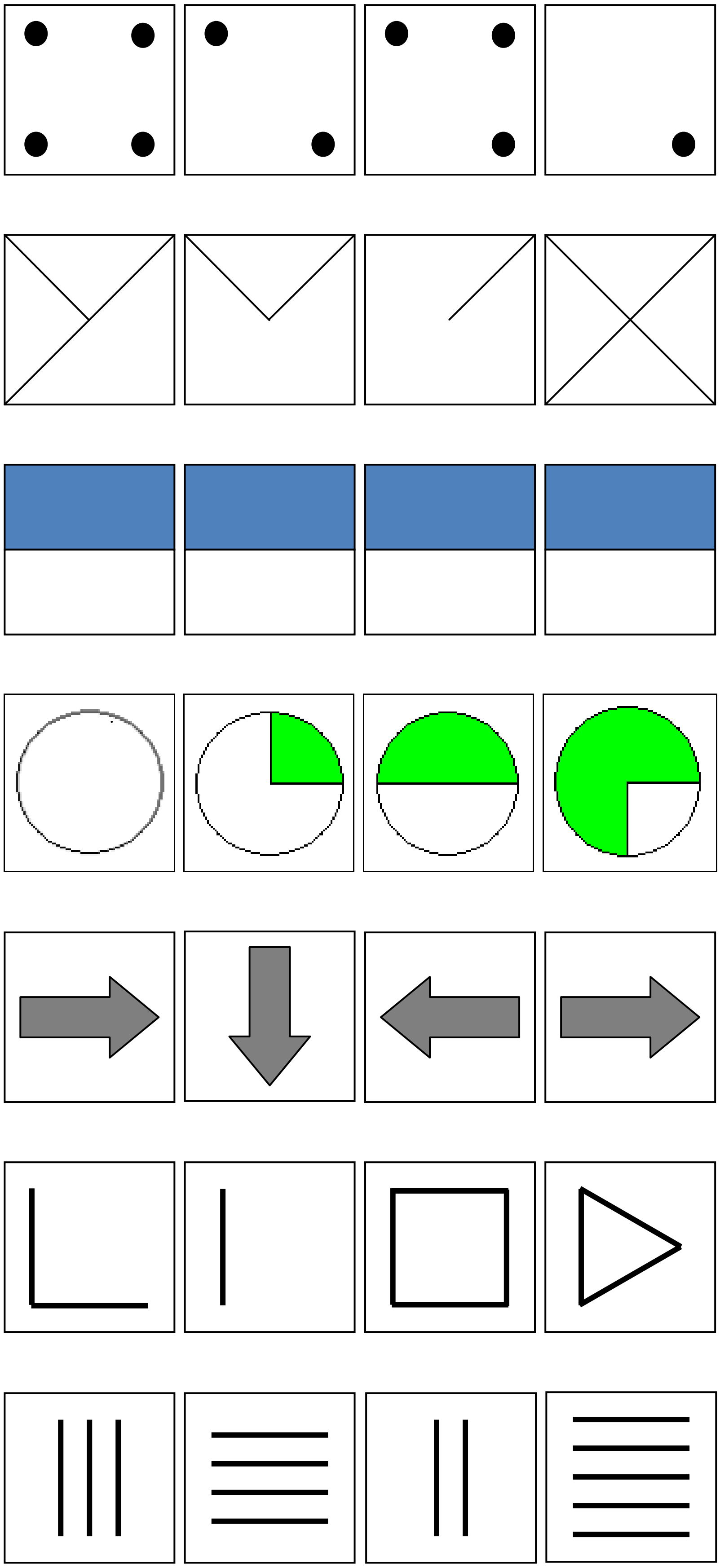
Notas para o professor

Uma estratégia possível de exploração com os alunos consiste em distribuir a cada um (a cada par ou a cada grupo) um conjunto de cartões soltos com as figuras e de seguida, pedir que os ordenem do modo que lhes parecer adequado. Para o conjunto de cartões da tabela seguinte são dadas, apenas como exemplos, algumas ordenações e descrições possíveis.

Conjuntos de cartões/figuras	Algumas sequências possíveis	
	a) 	"p/cima, p/baixo, p/cima, p/baixo", "..."
	b) 	"p/cima, p/esq, p/baixo, p/dta"; "roda sempre ¼ de volta para a esquerda" "..."
	c) 	"as pintas sempre em cima" "..."
	d) 	"roda sempre o mesmo para a esquerda"; "roda 45º para a esquerda" "..."

Poderá incentivar depois a comunicação das justificações para a ordenação elaborada por cada um. Em princípio, deverão surgir diversas formas de ordenar e o importante é que os alunos consigam apresentar uma justificação coerente e consistente. Outro aspecto importante é conseguir que o mesmo aluno consiga estabelecer mais do que uma ordem, apresentando para cada uma a justificação adequada.

Conjuntos de cartões



SEQUÊNCIAS COM FIGURAS II

Apresentação da tarefa

Com esta tarefa[1] pretende-se não só desenvolver o conhecimento dos alunos sobre padrões, mas também explorar a relação das figuras com a sua posição na sequência e a contagem por saltos aprofundando-se também o conhecimento sobre números pares, ímpares e múltiplos. Poderá ser indicada para alunos do 2º ano de escolaridade, tendo como objectivos descrever, continuar, analisar e criar padrões baseados na repetição de figuras, relacionar a posição ordenada dos elementos de uma sequência com a sua posição nessa sucessão e generalizar essas relações.

Notas para o professor

Desenhar no quadro o padrão da figura 1 e pedir aos alunos que descrevam o que vêem.

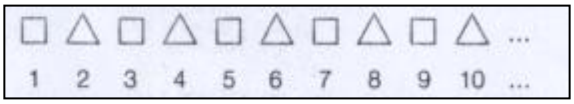


fig. 1

Para os ajudar na visualização do padrão podemos ter em conta as seguintes questões:

- *Porque é que podemos considerar que existe um padrão?*
- *Qual a figura que está por cima do 6?*
- *Qual a figura que está por cima do 9?*

Depois de observada a figura 1, pede-se aos alunos que tentem imaginar como é que o padrão continua, podendo ser colocadas as seguintes questões:

- *Qual é a próxima figura? E o próximo número?*
- *Qual a figura que irá estar por cima do 20? Como sabem?*
- *Conseguem pensar noutros números que também tenham triângulos por cima? Quais são esses números?*
- *Qual será a figura que está por cima do 31?*
- *Conseguem pensar noutros números que também tenham quadrados por cima? Quais são esses números?*
- *Qual a figura que pensam que estará por cima do 100? Como sabem?*

[1] Adaptada da tarefa "What's Above?" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten*-Grade 2, by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005), (pp. 27-29) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

- *Nas primeiras vinte figuras, quantos triângulos há? Como sabem?*
- *Nas primeiras cem figuras, quantos quadrados há? Como sabem?*

Continuar com a sequência da figura 2, colocando também algumas questões.

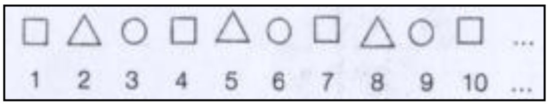


fig. 2

- *Qual o padrão que vêem?*
- *Por quantas figuras é composta a parte que se repete? Quais são?*
- *Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?*
- *Qual é a diferença entre 1 e 4? E entre 4 e 7? E entre 7 e 10?*
- *Qual é o número que pensas que estará por baixo do próximo quadrado?*
- *Qual é a figura que está por cima do 3? Se continuares o padrão até à 15ª figura, quais os números que estarão por baixo dos círculos? Que números são estes?*

Apresentar a figura 3 colocando também algumas questões.

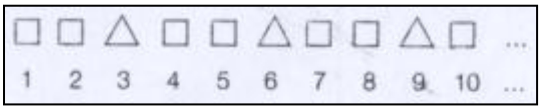


fig. 3

- *Qual o padrão que vêem?*
- *Por quantas figuras é composta a parte que se repete? Quais são?*
- *Quais são os números que estão por baixo dos primeiros quatro quadrados?*
- *Quais os números entre 10 e 20 que terão por cima triângulos?*
- *Nas primeiras vinte figuras, quantos quadrados há? Como sabem?*

Apresentar a figura 4.

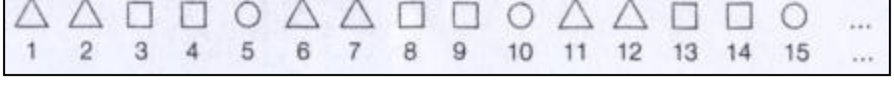


fig. 4

- *Qual o padrão que vêem?*
- *Por quantas figuras é composta a parte que se repete? Quais são?*
- *Qual a figura que estará por cima do 35? Como sabem?*
- *Quantos círculos há nas primeiras cinquenta figuras?*

Uma forma de ampliar a actividade consiste em dar aos alunos tiras de papel para poderem criar os seus próprios padrões, sendo importante solicitar que a cada figura ou letra façam corresponder um número. Podem construir sequências com o seu nome:

A	**L**	**I**	**C**	**E**	**A**	**L**	**I**	**C**	**E**	**...**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**...**

Pode solicitar que escrevam perguntas sobre os seus padrões para colocar aos colegas no momento da partilha.

SEQUÊNCIAS COM FIGURAS III

Apresentação das tarefas

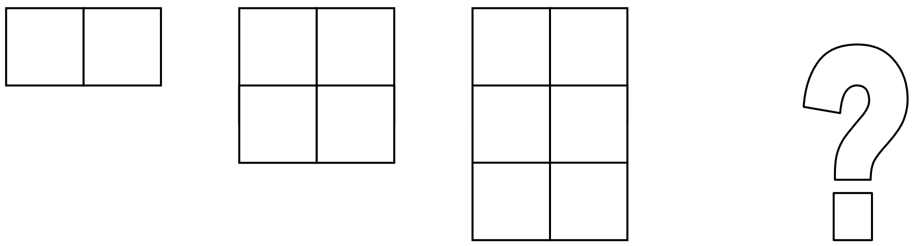
As tarefas seguintes[2] podem ser exploradas numa fase de iniciação da discussão em padrões de crescimento para desenvolver o pensamento algébrico, com alunos do 1º e 2º ano, ou mesmo de 3º e 4º ano, no caso de não terem tido experiência prévia com padrões.

Notas para o professor

Um exemplo de exploração a fazer com alunos do 1º ano, ou a iniciar esta temática, pode adoptar a seguinte estratégia: o professor coloca no quadro uma sequência de figuras (tarefa 1) feitas com quadrados, na sequência apresentada. Os alunos acompanham o trabalho, tendo também quadrados e dispondo-os da mesma forma. O professor incentiva a discussão, colocando as questões apresentadas. Desta forma o trabalho é sempre orientado oralmente pelas questões do professor, enquanto os alunos procuram responder usando os quadrados de que dispõem na sua mesa.

Nas tarefas 2 e 3 os alunos poderão trabalhar em pequenos grupos, dentro de um tempo limitado, dispondo dos materiais necessários e respondendo às questões colocadas numa folha de trabalho, as quais deverão ser seleccionadas e adaptadas. Após a realização da tarefa, deverá ser proporcionado um tempo para apresentação e discussão dos processos e resultados obtidos, cabendo ao professor o papel de fazer sobressair as diversas relações numéricas envolvidas em cada sequência.

Tarefa 1

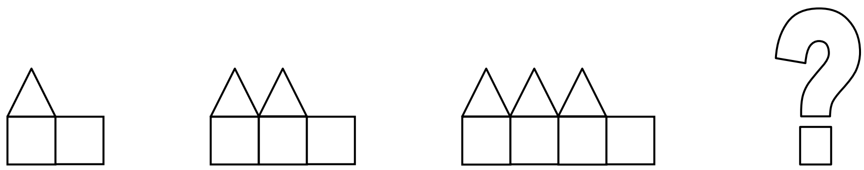


- *O que vêem nestas figuras? O que têm de igual? E de diferente?*
- *Como vão crescendo estas figuras?*
- *A figura seguinte vai ter quantas linhas de quadrados? Porque achas isso?*

[2] Adaptadas da tarefa "How Does It Grow?", *Navigating through Algebra in Prekindergarten-Grade 2* by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell (2005, pp. 24--26) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

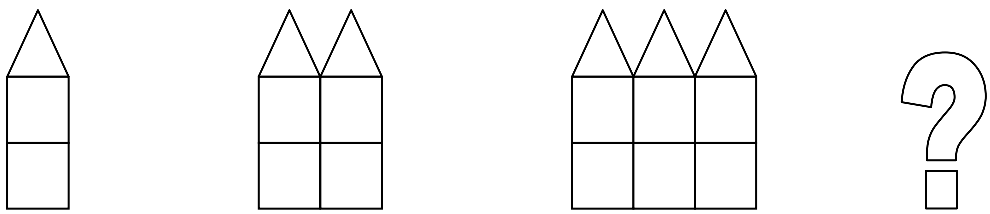
- *E quantos quadrados dos mais pequenos terá essa mesma figura? Como é que sabes?*
- *Qual será o número da figura que vai ter 5 linhas?*
- *A figura que vai ter 5 linhas, quantos quadrados dos mais pequenos terá? Porquê?*
- *Pode haver alguma figura que tenha 7 quadrados dos mais pequenos? Porquê?*

Tarefa 2



- *Como será a figura seguinte? Como é que sabes?*
- *Mantendo o padrão observado, qual será o número de quadrados da figura com 6 triângulos? E quantos na que terá 7 triângulos?*
- *Como consegues saber quantos quadrados haverá numa figura em que sabes o número de triângulos?*
- *Quantos triângulos haverá numa figura que tem 10 quadrados?*
- *Como consegues saber quantos triângulos haverá numa figura em que sabes o número de quadrados?*
- *Como será a figura desta sequência que tem, ao todo, 9 peças? Desenha essa figura.*
- *Se numa figura desta sequência houver 5 triângulos quantas peças haverá ao todo?*

Tarefa 3



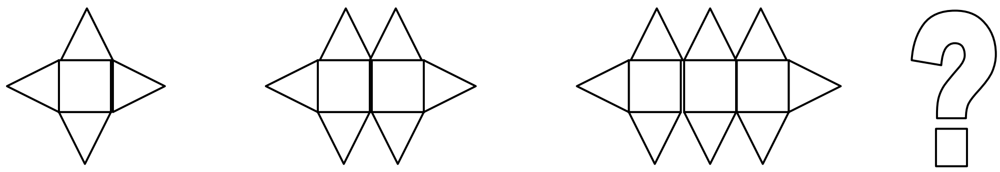
- *Desenha a casinha seguinte.*
- *A casinha que tem 5 triângulos, quantos quadrados tem?*
- *A casinha que tem 12 quadrados, quantos triângulos tem?*
- *Poderá haver uma casinha com 7 quadrados? Porquê?*
- *Quando tivermos 7 triângulos, quantos quadrados há?*
- *Como poderás encontrar o número de quadrados quando sabes o número de triângulos de uma figura da sequência?*

- *Como poderás encontrar o número de triângulos quando sabes o número de quadrados de uma figura da sequência?*
- *Como poderás relacionar o número total de peças de uma figura, com a ordem dessa figura na sequência?*

O professor pode sugerir a construção de uma tabela, como a que em seguida se apresenta, para ajudar a responder às questões formuladas.

Nº da figura	Nº de triângulos	Nº de quadrados	Nº total de peças
1	1	2	3
2	2	4	6
3	3	6	9
…			
…			
10			

Tarefa 4



1. *Desenha a figura seguinte.*
2. *Desenha a sequência até à 6ª figura*
3. *A figura que tem 10 triângulos, quantos quadrados tem? Explica como chegaste à tua resposta.*
4. *A figura que tem 5 quadrados, quantos triângulos tem? Como sabes?*
5. *E a que tem 10 quadrados, quantos triângulos terá? Como sabes?*
6. *Poderá haver uma figura constituída por 7 triângulos, seguindo sempre este padrão? Como sabes?*
7. *Em cada figura regista o número de quadrados e o número de triângulos. Encontras alguma regularidade?*
8. *Como poderás encontrar o número de triângulos duma figura, sabendo por quantos quadrados é constituída?*
9. *Como poderás encontrar o número de quadrados duma figura, sabendo por quantos triângulos é constituída?*
10. *Nesta sequência de figuras poderá haver uma figura que tenha 38 peças? Justifica a tua resposta. Construir uma tabela pode ajudar-te a pensar.*

MÁQUINAS DE NÚMEROS

Apresentação da tarefa

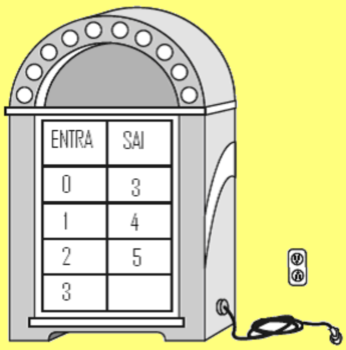
As máquinas de números permitem levar o aluno a explorar e elaborar sequências de números segundo uma lei de formação e/ou a investigar regularidades em sequências e em tabelas de números.

Desta forma, os alunos poderão determinar o termo seguinte de uma sequência numérica conhecida a sua lei de formação ou descobrir uma lei de formação dados termos de uma sequência.

As máquinas de números são de fácil elaboração e o grau de dificuldade é facilmente alterado (aumentado ou diminuído) pelo professor e até mesmo pelo aluno.

Esta tarefa pode constituir uma forma de potenciar e treinar o cálculo mental dos alunos. A actividade conduz à utilização de tabelas, que são importantes na hora de organizar a informação.

A máquina desligada



Esta máquina de números desligou-se e precisa de ajuda!

1. Completa a tabela:

Entra	0	1	2	3	
Sai	3	4	5		

2. Qual terá sido a regra que a máquina utilizou?

3. Observa a tabela seguinte, descobre os números que faltam e regista-os.

A .

REGRA	**+ 2**				
Entra	4	5	6	7	8
Sai	6	7			

B .

REGRA	**+ 4**				
Entra	6	8	10	16	14
Sai	10				

4. Descobre agora, a regra que a máquina esqueceu.

A .

Entra	6	7	8	10	12
Sai	4	5	6	8	10
REGRA					

B .

Entra	0	1	2	3	4
Sai	5	6	7		
REGRA					

5. Observa as tabelas:

A. Descobre os números em falta:

REGRA	**x 2**				
Entra	0	1	4		6
Sai				10	

B. Descobre a regra que a máquina esqueceu.

REGRA						
Entra	1	2	5	8	10	15
Sai	10	20	50	80	100	150

6. Esta máquina transforma um número noutro número, utilizando uma operação tua conhecida. Transforma o número 6 no número 3; o número 10 no número 5 o número 14 no número 7.

A. Descobre e regista a regra desta máquina.

B. Constrói uma tabela com esses números e coloca outros à tua escolha, aplicando a regra da máquina.

Notas para o professor

A actividade pode ser iniciada pelo professor pedindo aos alunos para dizerem um número que irá ser posteriormente transformado, dando origem a um outro número. O professor solicitará o mesmo a tantos alunos quantos forem necessários para descobrirem qual é a transformação que "a máquina" faz aos números. Em determinado momento, é importante que o professor, ou os alunos, façam um registo dos números que sugerem e do seu resultado ao "passar" pela "máquina de números".

Os alunos deverão também fazer o papel de "máquina" de modo a entenderem melhor o papel desta. Outra forma de prosseguir os objectivos das tarefas poderá consistir em fazer grupos de alunos e ser um deles a dizer um número e um outro a tentar adivinhar. Poderá também ter interesse, limitar o número de tentativas que um grupo pode dizer até descobrir a transformação que "a máquina" faz.

Nas duas primeiras tarefas pretende-se que os alunos apliquem a regra e a explicitem. Nas tarefas subsequentes, o objectivo será descobrir os números em falta ou a regra com que a máquina está a operar.

A tarefa pode ser adaptada de acordo com o tipo de números que os alunos dominam (números racionais, números negativos,...) e com o seu ano de escolaridade, podendo também ser facilmente adaptada e utilizada com a utilização de uma folha de *Excel*, se o professor inserir uma função na mesma. Desta forma, os alunos poderão utilizar o computador para experimentar as suas sequências.

A actividade pode também ser usada através da utilização de aplicações existentes na *Interne*t, de modo a compreender o conceito de função como transformação de um número através de uma operação:
http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_191_g_3_t_1.html

http://www.shodor.org/interactivate/activities/WholeNumberCruncher/

QUANTO PESAM?[3]

Apresentação da tarefa

Esta tarefa é indicada para alunos do 1º e 2º anos de escolaridade, tendo como objectivos: resolver problemas envolvendo variáveis; atribuir valores a variáveis; reconhecer que as representações pictórica e simbólica (equações) podem mostrar a mesma relação; usar adições e subtracções na descoberta das relações representadas nas figuras.

Será importante realçar que em cada figura os blocos com a mesma forma têm o mesmo peso, mas este poderá mudar noutras figuras, o que implica que o material com que os blocos são feitos tenha densidade diferente.

Notas para o professor

A tarefa inicia-se com a exploração da figura 1, desenhada ou projectada, podendo ser colocadas as seguintes questões:

Qual é o peso do cubo? Como sabem?... Quanto pesam os dois objectos? …

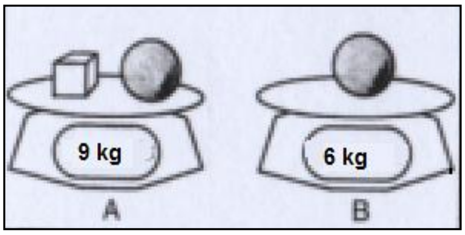


fig.1

O processo de questionamento deverá ajudar os alunos a chegar à resolução do problema. Observando a figura 2, podem colocar-se questões como: *Quanto pesa a esfera? Como sabes? Quanto é que pesam os blocos todos juntos? Como é que podemos calcular o peso de cada um dos cubos?*

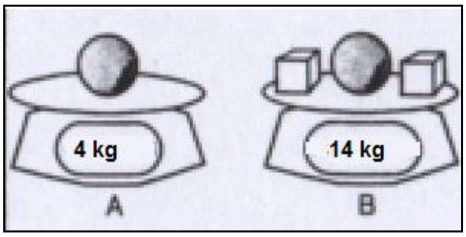


fig.2

Contrariamente aos problemas anteriores, em nenhuma das balanças da figura 3 é dado directamente o peso de um dos blocos. Os alunos terão de decidir por qual das balanças terão de começar.

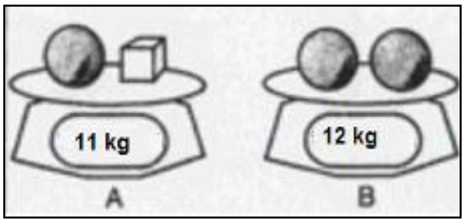


fig.3

[3] Adaptada das tarefas "Block Pounds" e "Balancing Act" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten*-Grade 2 by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005, pp. 44-49) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

Para os ajudar nesta decisão o processo de questionamento é fundamental, podendo ser colocadas interrogações do tipo: *Na balança A quanto pesam os dois blocos? Podemos saber quanto pesa a esfera? Sabemos quanto pesa o cubo? Na balança B, quanto é que pesam as duas esferas? Podemos saber quanto pesa só uma esfera? Como é que calculam esse valor? Podemos agora saber o peso do cubo? Como?*

A tarefa continua com a realização, em pequenos grupos ou a pares, dos problemas apresentados na figura 4.

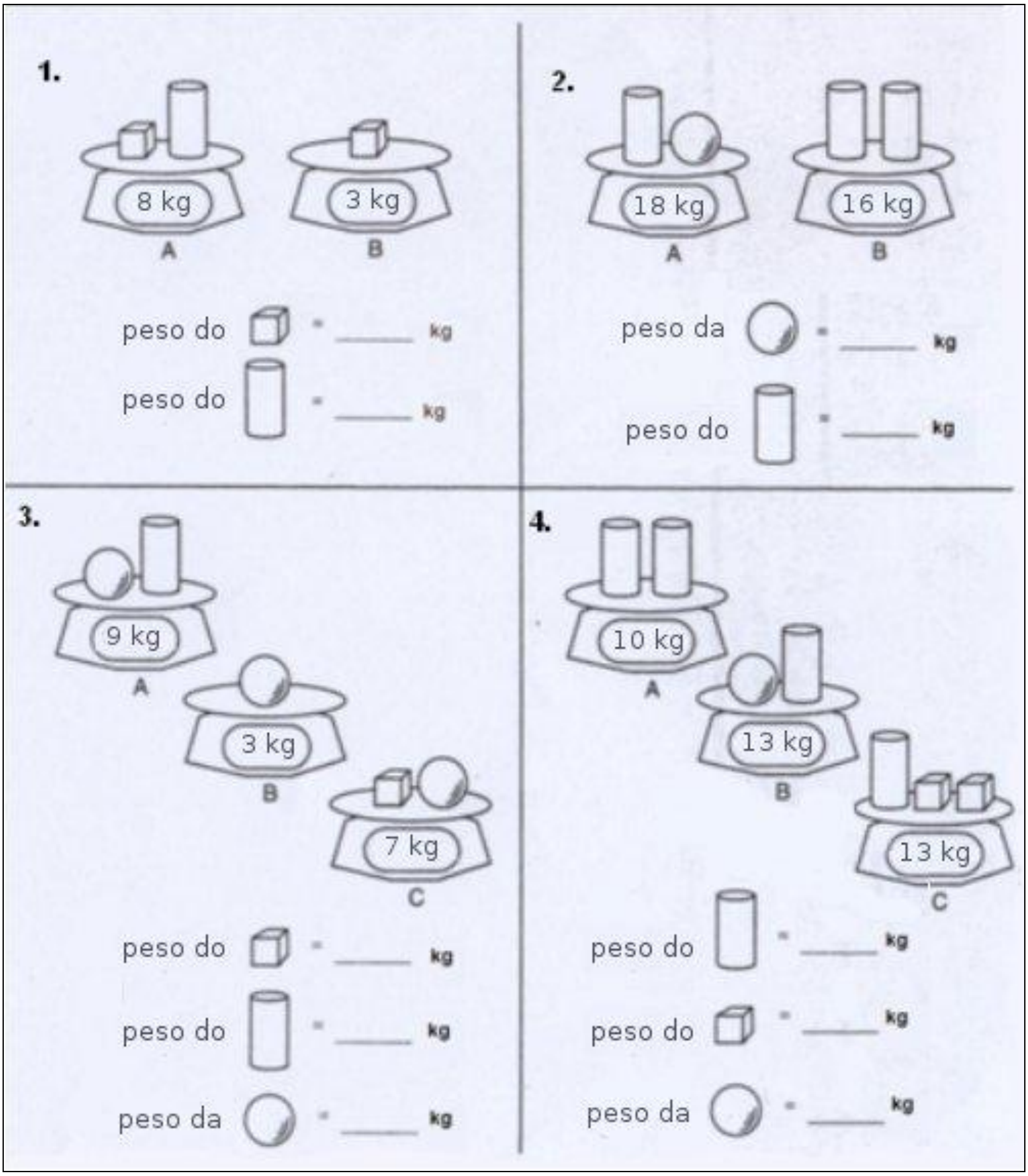


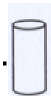
fig.4

Retomar a situação 1 da figura 4 e evidenciar a sua representação através de equações (figura 5): A equação para a balança A indica que o peso do cubo mais o do cilindro é oito quilogramas. A igualdade para a balança B indica que o peso do cubo é três quilogramas. De seguida, é importante que os alunos relembrem o processo de resolução do problema, e sejam encorajados a usarem o termo "substituir" nesta discussão, escrevendo todos os passos efectuados.

Por exemplo:

– *A balança B mostra que o cubo pesa 3 quilos.*

– *Podemos substituir o cubo pelo valor 3 na equação A.*

Assim 3 + = 8. 

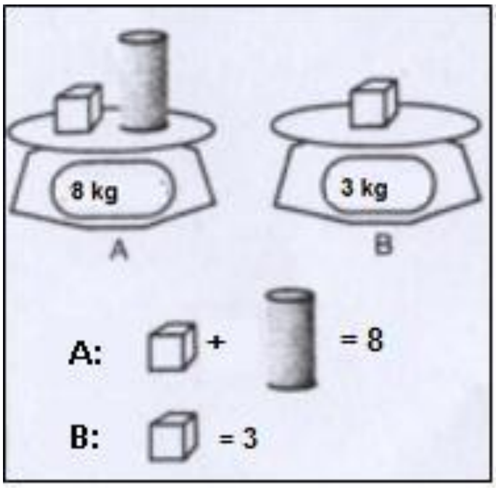


Fig.5

– *Agora podemos encontrar o peso do cilindro, calculando quanto é necessário juntar ao 3 para chegar ao 8 (8 – 3). A discussão continua, recordando todos os passos para a resolução do problema B.*

BALANÇAS EM EQUILÍBRIO[4]

Apresentação da tarefa

Esta tarefa é indicada para alunos do 2º e 3º anos de escolaridade. Tem como objectivo a exploração do conceito de equivalência, juntando, ou retirando, o mesmo peso em cada prato da balança.

Será importante realçar que em cada figura os blocos com a mesma forma têm o mesmo peso, mas este poderá mudar noutras figuras, o que implica que o material com que os blocos são feitos tenha densidade diferente.

Notas para o professor

A tarefa pode ser apresentada ao grupo-turma, com projecção das imagens das figuras 1 e 2.

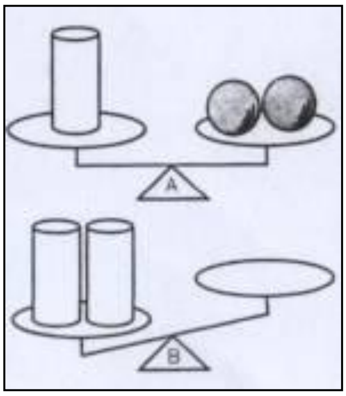


Fig.1

A **balança A** está equilibrada? Porquê? O que acham que aconteceria se colocasse mais uma esfera em cada um dos pratos? O que aconteceria se retirasse uma esfera do prato da direita? Qual é o bloco mais pesado, a esfera ou o cilindro? Porquê?

O que podemos colocar no prato direito da balança B para que esta fique equilibrada? Como sabem?

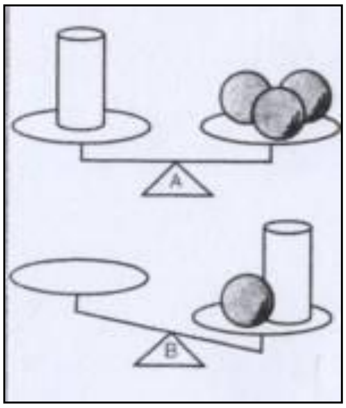


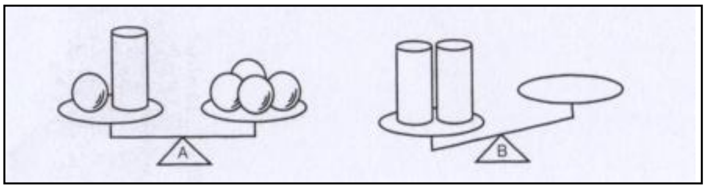
Fig.2

Qual é o bloco mais pesado, a esfera ou o cilindro? O que aconteceria se eu tirasse uma esfera no prato da direita? Como sabem? O que aconteceria na balança A se eu tirasse o cilindro do prato da esquerda? Como sabem? Se um cilindro pesar seis quilogramas, quanto pesará uma esfera? Como sabem?

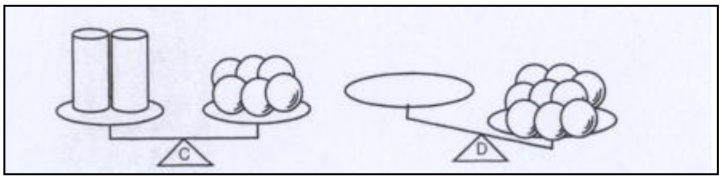
O que é que podemos colocar no prato do lado esquerdo para equilibrar a balança? (Incentivar o aparecimento de várias soluções.)

[4] Adaptada das tarefas "Block Pounds" e "Balancing Act" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten-Grade 2* by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005, pp. 44-49) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

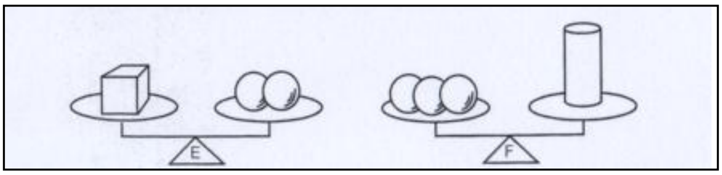
A tarefa pode continuar (em pequeno grupo ou a pares) com a realização dos problemas que se seguem e a respectiva discussão.



Quantas esferas são precisas para equilibrar a balança B? Como é que sabes?



Quantos cilindros são precisos para equilibrar a balança D? Como é que tu sabes?



Observa as balanças E e F. Qual é o mais pesado, a esfera, o cilindro ou o cubo? Como é que tu sabes?

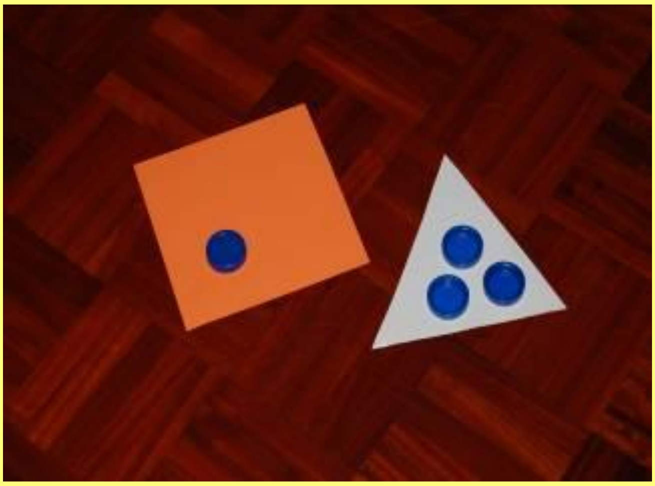
DUAS FORMAS[5]

Apresentação da tarefa

Esta tarefa é indicada para alunos do 1º e 2º anos de escolaridade (dependendo dos números explorados) e procura proporcionar o trabalho com quantidades que variam, usar símbolos para representar estas quantidades, descrever regras e identificar adições de duas parcelas cuja soma é um dado número.

Tendo um quadrado e um triângulo grandes, a tarefa começa com um momento de exploração em grande grupo, em que o professor desafia os alunos a encontrar todas as maneiras diferentes de colocar quatro tampinhas dentro das duas formas. Depois de registar todas as sugestões dos alunos, verificar que foram possíveis cinco maneiras diferentes.

Em pequenos grupos, os alunos vão investigar de quantas maneiras diferentes podem colocar oito tampinhas dentro do quadrado e do triângulo. Depois do trabalho completo há um momento de partilha e discussão na turma, em que os alunos comparam as suas representações e verificam se todos estão de acordo que são possíveis nove maneiras diferentes.



[5] Adaptada da tarefa “Colorful Combinations” – Navigating through Algebra in Prekindergarten-Grade 2 by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005) NCTM (pp. 38-40).

Notas para o professor

Para realçar as relações envolvidas nas quantidades exploradas, o tipo de questionamento do professor é crucial.

Assim, para evidenciar que escolhendo o número de tampinhas para colocar dentro de uma das figuras este determina o número que vai para a outra figura, o professor poderá colocar as seguintes perguntas para, por exemplo, a situação de oito tampinhas:

Se forem cinco tampinhas para o quadrado, quantas vão para o triângulo?

Se forem duas tampinhas para o triângulo, quantas vão para o quadrado?

Quando é que sabes quantas tampinhas vou colocar na 2ª figura?

O desenvolvimento deste tipo de consciência permite aos alunos lidar mais tarde, mais facilmente, com variáveis independentes e dependentes.

Será importante que os alunos tenham a oportunidade de explorar a mesma situação mas com outras quantidades, fazendo sempre os registos.

Depois de terem registado todos os dados relativos aos números de 1 a 10, poderão descrever a relação entre o número de tampinhas e o número de diferentes pares de parcelas obtido. Organizando a informação numa tabela como a seguinte, a observação de regularidades torna-se mais evidente.

Número de tampinhas	Número de pares de parcelas possíveis
1	2 (0+1), (1+0)
2	3 (0+2) ,(1+1) ,(2+ 0)
3	4 (0+3) ,(1+2) ,(2+ 1), (3+0)
4	5 (0+4) ,(1+3) ,(2+ 2), (3+1), (4+0)
$\square$	$\square$ + 1

Falar sobre o significado do quadrado na última linha, de modo a compreender que este poderá ser substituído por qualquer número de tampinhas. Os alunos podem ser desafiados a aplicar esta regra para determinar o número de casos possíveis, para outros números superiores a 10.

Esta tarefa permite adaptar o trabalho aos diferentes níveis da turma. Alguns poderão encontrar só alguns pares de parcelas possíveis enquanto outros terão a possibilidade de os encontrar todos. Alguns precisarão das tampinhas para descobrir os pares possíveis, enquanto outros, descobrindo a relação entre os números utilizados nas várias parcelas, rapidamente encontram os pares possíveis. Nos seus registos, alguns irão recorrer ao desenho das tampinhas dentro do quadrado e do triângulo, enquanto outros recorrem à escrita simbólica das adições envolvidas. Alguns apresentarão os pares possíveis de modo organizado e outros registá-los-ão conforme as suas experiências, sem revelar o processo de sistematização. Com a experiência, reflexão e partilha do trabalho com os colegas tornar-se-ão mais sistemáticos. Será interessante observar como este progresso acontece.

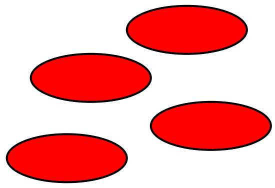
Este tipo de exploração poderá ser solicitado noutros contextos de modo a observar se os alunos são capazes de encontrar semelhanças na nova tarefa. Apresenta-se a seguir um exemplo de uma dessas tarefas.

O Diogo vai fazer anos. A sua avó vai oferecer-lhe uma latinha com 15 bombons. Ela estava na dúvida se escolhia uma latinha só com bombons de chocolate, só com bombons de morango ou com os dois sabores. Não sabemos qual foi a que a avó escolheu.

Descobre todas as maneiras possíveis que a avó tinha de escolher uma latinha de 15 bombons.

Número de bombons de chocolate	**Número de bombons de morango**	**Expressão numérica ……. + ……. = 15**

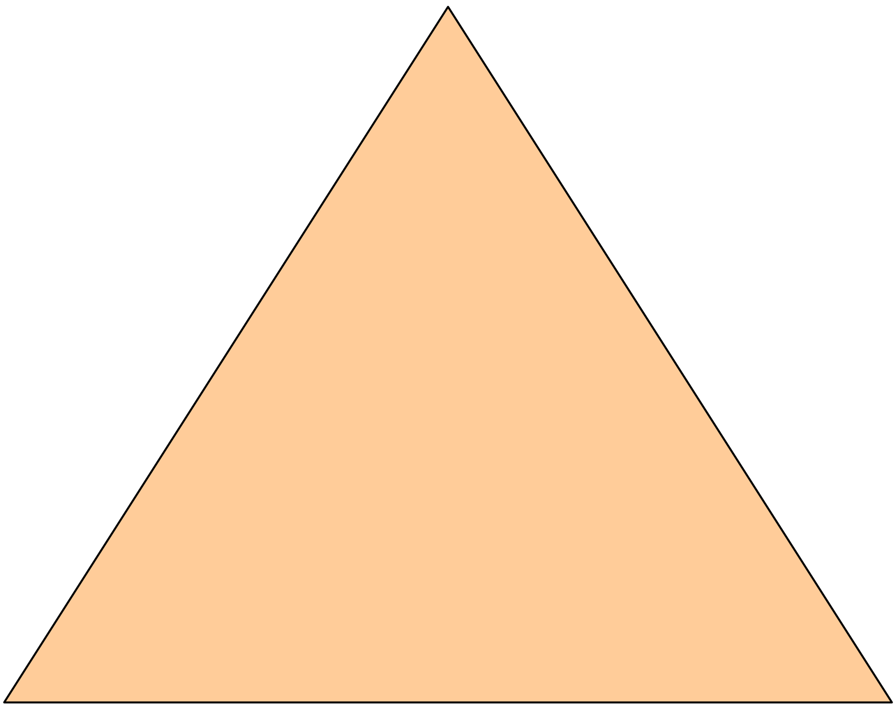
Material:



Duas formas (quadrangular e triangular)

Tampas de garrafas iguais

1. Encontra todas as maneiras diferentes de colocar 4 tampinhas dentro das duas formas.



2. Encontra todas as maneiras diferentes de colocar 8 tampinhas dentro das duas formas.

3. Encontra todas as maneiras diferentes de colocar à tua escolha, um número de tampinhas.

Regista a tua informação na tabela:

Número de tampas	**Maneiras possíveis** (□ + △)	**Total**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
(...)		
◇		

3. O Diogo vai fazer anos. A sua avó vai oferecer-lhe uma latinha com 15 bombons. Ela estava na dúvida se escolhia uma latinha só com bombons de chocolate, só com bombons de morango ou com os dois sabores. Não sabemos qual foi a que a avó escolheu. Descobre todas as maneiras possíveis que a avó tinha de escolher uma latinha de 15 bombons.

Separa com linhas cada uma das maneiras que descobrires.

Número de bombons de chocolate	Número de bombons de morango	Expressão numérica ….. + ….. = 15

Quantas maneiras diferentes são possíveis?

À VOLTA DO RELÓGIO

Apresentação da tarefa

O relógio é um objecto que os alunos conhecem do seu dia-a-dia. As actividades com o tempo são um conteúdo programático e as tarefas seguintes permitem investigar regularidades numéricas em sequências de números dispostos em forma circular.

À Volta do Relógio

a) Escolhe dois números no mostrador do relógio que estejam em posições opostas e não os reveles. Calcula a sua soma e diz quanto é. Eu sou capaz de dizer quais os números que escolheste.

b) Volta a escolher dois números representados em posições opostas. Do maior, subtrai o mais pequeno. Eu sei que resultado obtiveste.

c) O professor diz ao aluno:
Escolhe um número do mostrador e não o reveles. De cada vez que eu apontar um número adiciona mais uma unidade ao número que pensaste. Por exemplo, se pensares no 3 eu aponto um número e tu pensas em 4, eu aponto no número seguinte e tu pensas em 5, e assim sucessivamente. Quando chegares a 20, dizes para eu parar.

Olha com atenção para o número que eu estou a apontar. O que verificas?

Consegues explicar como é que eu adivinhei o teu pensamento, nestas situações?

Notas para o professor

A actividade baseia-se nas questões que o professor coloca oralmente, incentivando-os posteriormente a realizar uma investigação.

a) Os resultados possíveis são sempre um número par entre 8 e 18:

7 + 1; 8 + 2; 9 + 3; 10 + 4; 11 + 5; 12 + 6

b) Existe sempre uma diferença de 6 entre qualquer par de números opostos do relógio.

O estudo de regularidades e de generalizações é um objectivo que deve ser tido em conta. Os alunos devem ser encorajados a ler e a escrever as suas conclusões, valorizando-se desta forma a comunicação matemática.

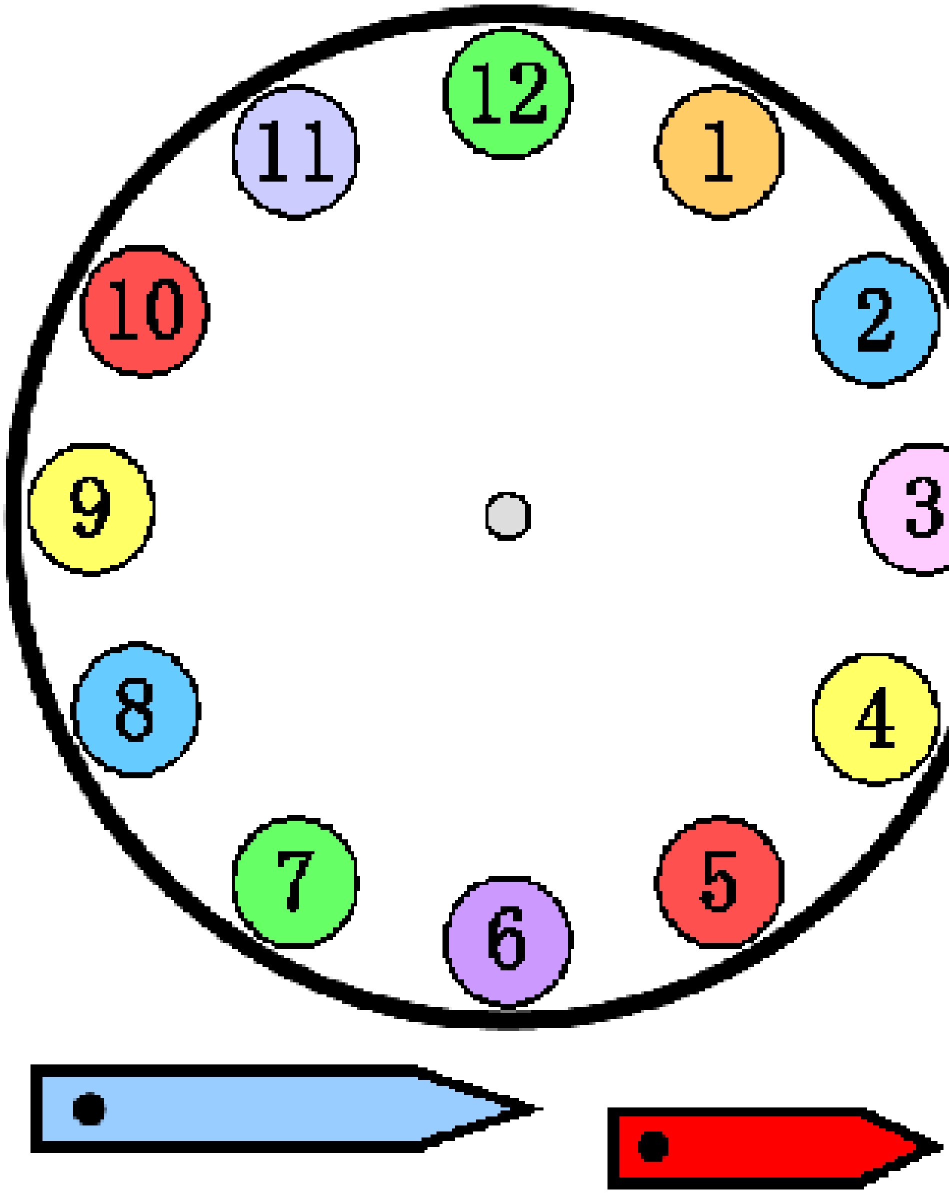
c) Esta última tarefa pode ter uma abordagem de magia, o que pode ser uma boa forma de motivar os alunos.

O professor vai apontando números no mostrador do relógio da seguinte forma:

- os primeiros sete números a apontar poderão ser aleatórios.
- o 8º tem de ser o 12, o 9º tem de ser o 11, o 10º tem de ser o 10 e assim sucessivamente.

Para todas as tarefas, os alunos podem construir um relógio para experimentarem as suas tentativas com manipulação dos ponteiros.

Relógio



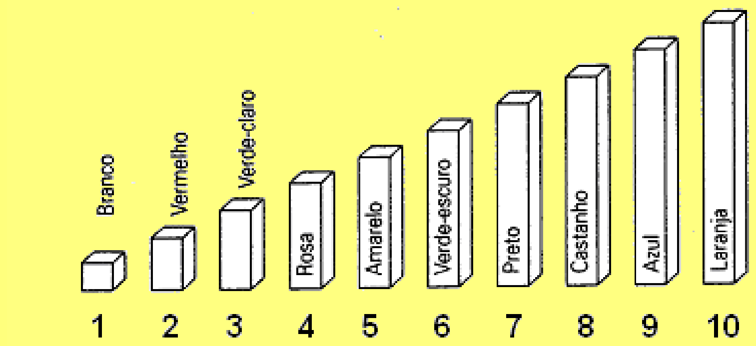
http://web.educom.pt/pr1305/mat_relogio_colorir_eslkidstuff.gif (23/05/09)

COMBINAÇÕES COM BARRAS *CUISENAIRE*[6]

Apresentação da tarefa

Esta tarefa é indicada para alunos do 1º ano de escolaridade e procura desenvolver a representação de quantidades usando variáveis, no contexto da exploração das barras *Cuisenaire*. Os alunos terão oportunidade de utilizar a adição e subtracção, e respectivas propriedades, na resolução de problemas.

Observa o valor de cada uma das barras *Cuisenaire*.



Combinando 2 barras *Cuisenaire*, encontra todos os **pares** possíveis de barras que juntas fazem o comprimento da barra indicada. À medida que descobres cada um dos pares de barras regista-os no quadro abaixo.

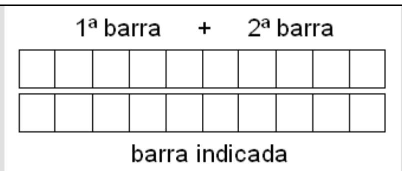
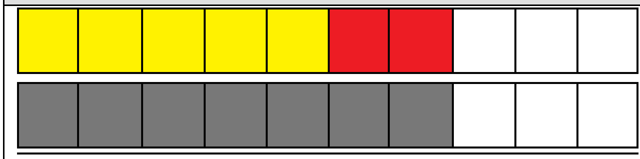
Barra indicada: ________________

1ª barra + 2ª barra / barra indicada	Expressão Numérica

6 Adaptada da tarefa "Colorful Combinations" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten*-Grade 2 by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005) NCTM (pp. 38-40).

Notas para o professor

Em grande grupo, o professor começa por escolher uma das barras Cuisenaire, por exemplo, a do 7 (barra preta). Escolhe a amarela (5) e coloca-a em cima da barra preta de modo a que estas fiquem alinhadas a partir da esquerda. Solicitar a um aluno que escolha uma outra barra cuja soma dos comprimentos seja igual ao da barra preta. O registo é feito no quadro seguinte:

	Expressão Numérica
	**5 + 2= 7**

De seguida, os alunos em pequenos grupos irão descobrir todas as possibilidades de combinar 2 barras para perfazer o comprimento da barra preta, fazendo os respectivos registos.

A tarefa é continuada com a experiência para outras barras, por exemplo, para a cor-de-laranja (10) e azul (9).

Depois de várias experimentações, com os respectivos registos, dinamizar-se-á um momento de discussão colectiva em que se dará oportunidade aos alunos para falar sobre as relações descobertas. As questões seguintes poderão incentivar a discussão, desenvolvendo o pensamento algébrico.

- *Quantos pares diferentes de barras encontraram para o número 7?*
- *Porque será que há mais pares de barras para a barra laranja (10) do que para a preta (7) ou para a azul (7)?*
- *Quais são as barras que podem ser completas com duas barras da mesma cor?*
- *Porque é que alguém pode escrever* $\square + \triangle = 7$ *(usando dois símbolos) para descrever a tarefa de encontrar todos os pares de barras que completam a barra preta?*
- *O que é que o quadrado representa? Se souberes o valor do quadrado como podes encontrar o valor do triângulo?*

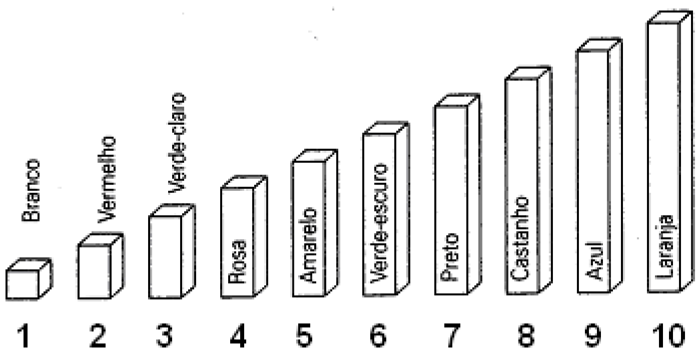
No desenvolvimento desta actividade, os alunos têm a oportunidade de informalmente explorar vários princípios matemáticos relacionados com a adição e subtracção, nomeadamente a subtracção como operação inversa da adição. Depois de escolhida a 1ª barra, alguns alunos poderão usar a subtracção para encontrar a que falta.

Esta actividade também permite que os alunos encontrem relações entre os números nas adições. Por exemplo, depois de verificarem que duas barras cor-de-rosa (4) juntas têm o mesmo comprimento da barra castanha (8), poderão também descobrir que combinando a barra amarela (mais 1 do que a cor-de-rosa) com a verde-claro (menos 1 do que cor-de-rosa) também completam o comprimento da barra castanha (8), isto é, quando aumentam um numa parcela, na outra parcela têm de diminuir 1, para que o total seja o mesmo.

Os alunos também poderão descobrir que o comprimento das barras do 2, 4, 6, 8 e 10 pode ser completado usando duas barras da mesma cor, enquanto para completar o comprimento das barras 3, 5, 7 e 9, usando 2 barras da mesma cor, implica acrescentar uma terceira barra – a do um. Informalmente vão criando as bases para muito mais tarde compreenderem que os números pares se representam como 2n e os ímpares 2n+1.

Combinações com as barras *Cuisenaire*

1. Observa o valor de cada uma das barras Cuisenaire.



2. Escolhe uma das barras.

   Número da barra que escolheste: ________________________

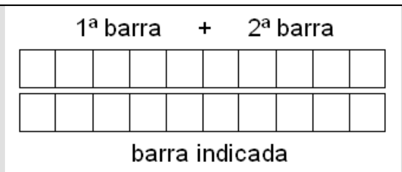
3. Combinando duas barras Cuisenaire, encontra todos os **pares** possíveis de barras que juntas fazem o comprimento da barra que escolheste.

   À medida que descobres cada um dos pares de barras regista-os (podes utilizar a tabela em anexo).

4. Quantos pares de barras encontraste, para a barra escolhida?

5. Verifica o que acontece com outras barras.

Combinações com as barras *Cuisenaire*

	Expressão Numérica

Para a barra que representa o número _____, encontrei ☐ pares de barras .

SEGUIR OS NÚMEROS[7]

Apresentação da tarefa

Esta tarefa é indicada para alunos do 1º e 2º anos de escolaridade, tendo como objectivos identificar, descobrir e generalizar padrões de números, efectuar contagens por saltos (2 em 2¸ 3 em 3, …) analisando a regularidade e explorar números pares e ímpares. Com este conjunto de actividades pretende-se ajudar os alunos a fazer a transição das contagens de um em um, para a contagem por saltos através do reconhecimento de padrões, competência central no desenvolvimento do raciocínio algébrico.

Desenhar no quadro a linha de números representada na figura 1:

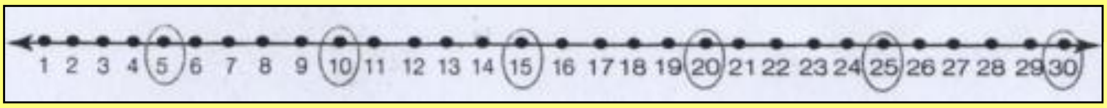


fig. 1

Notas para o professor

Pedir a um aluno para contar de cinco em cinco, circundando os números nomeados. Apagar os círculos. Seguir este procedimento com contagens de dez em dez e contagens de dois em dois. Em cada uma das situações, dar especial atenção à quantidade de números que ficam entre os círculos. Por exemplo, quando contamos de dois em dois, fica um número entre os círculos e quando contamos de cinco em cinco, há quatro números entre os círculos.

Dar a cada aluno uma cópia da folha "Seguir os números 1" e desenhar no quadro um esquema semelhante ao da figura 2.

Chamar a atenção que alguns quadrados têm números, outros estão vazios e outros estão preenchidos com setas. Colocar algumas questões aos alunos como: *Que números é que vês? Que números pertencem aos quadrados vazios? Como sabes? Dizes estes números quando contas de quantos em quantos?*

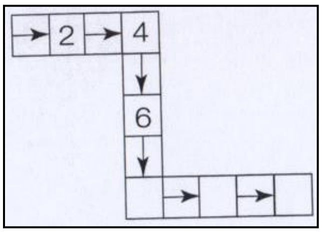


fig 2

Embora alguns alunos completem a sequência contando de 1 em 1, outros podem identificar o padrão na sucessão dos números registados e usá-lo para completar os espaços vazios.

[7] Adaptada da tarefa "Follow the Number Roads" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten*-Grade 2 by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005, pp. 18-21) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

Esta discussão na turma poderá ajudar os outros a fazer a transição da contagem de um em um para o reconhecimento de regularidades na contagem por saltos.

Desenhar no quadro a sequência de números representada na figura 3.

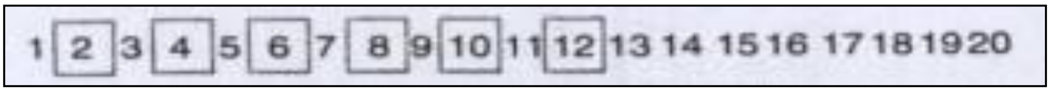


fig. 3

Desafiar os alunos a pensar na continuação do "caminho" e nos números que ficariam dentro dos quadrados. Será que o 30 fica dentro de um quadrado? Porquê? Os números que ficam dentro de quadrados têm um nome especial?

Desenhar no quadro o percurso representado na figura 4 e colocar as seguintes questões:

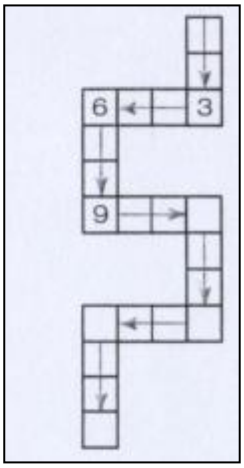


fig. 4

Que números vês?

Dizes estes números quando contas de quantos em quantos?

Que números deverão estar nos quadrados vazios? Escreve-os.

Quantos números estão entre o 3 e o 6? E entre o 6 e o 9? E entre o 9 e o 12? E entre o 12 e o 15?

Registar uma figura semelhante à figura 5 no quadro. Desafiar os alunos a pensar na continuação do "caminho" e nos números que ficariam dentro dos quadrados. *Será que o 42 fica dentro de um quadrado? Porquê?*

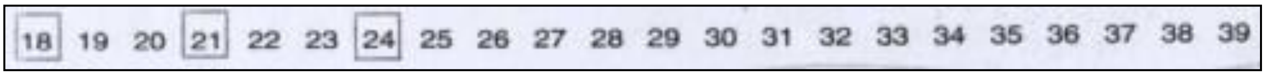


fig. 5

Desenhar no quadro a sequência representada na figura 6 e colocar as seguintes questões:

Que números vês? Dizes estes números quando contas de quantos em quantos? Que números deverão estar nos quadrados vazios? Como sabes? Escreve-os. Se o "caminho" continuasse encontraríamos o 20 dentro de um quadrado? Porquê?

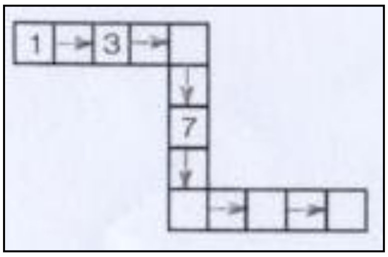


fig. 6

Desenhar no quadro a sucessão numérica representada na figura 7 para que os alunos possam colocar os quadrados, seguindo o padrão.

fig. 7

Dar aos alunos "caminhos" mais complicados, como o representado na figura 8.

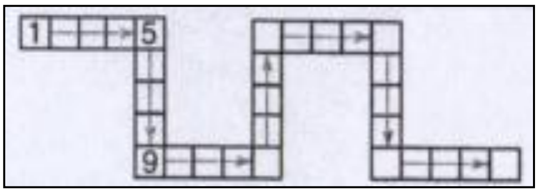


fig. 8

Colocar as seguintes questões: *Quais são os números menores que 50 que iremos escrever nos quadrados vazios? Quantos quadrados ocupa cada seta?*

Começar com um número diferente de um, por exemplo, 0, 2 ou 3, torna a tarefa diferente, desafiando a descoberta de novos padrões.

Desafiar os alunos a criar os seus próprios "caminhos" e regularidades, dando-lhes uma grelha vazia como a da figura 9.

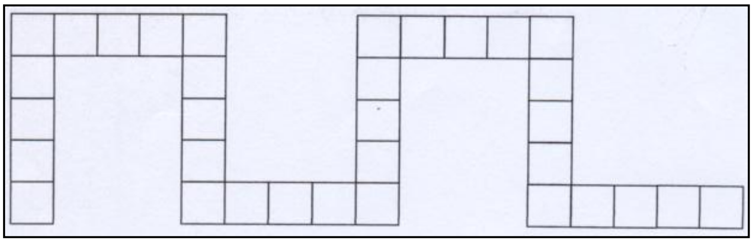
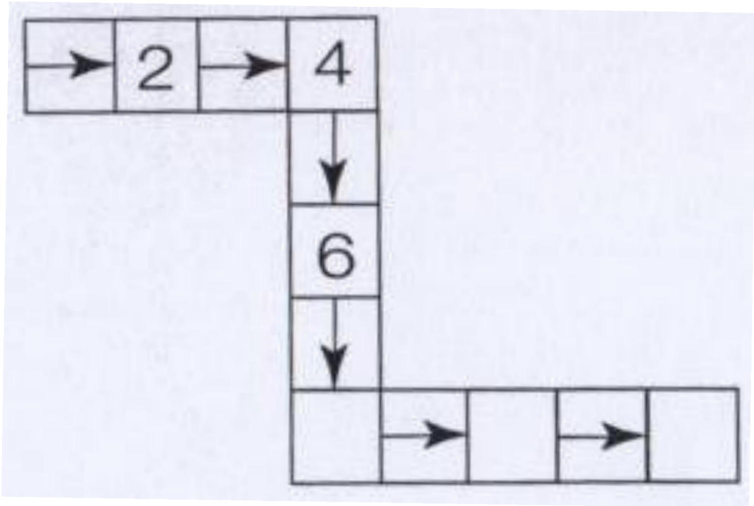


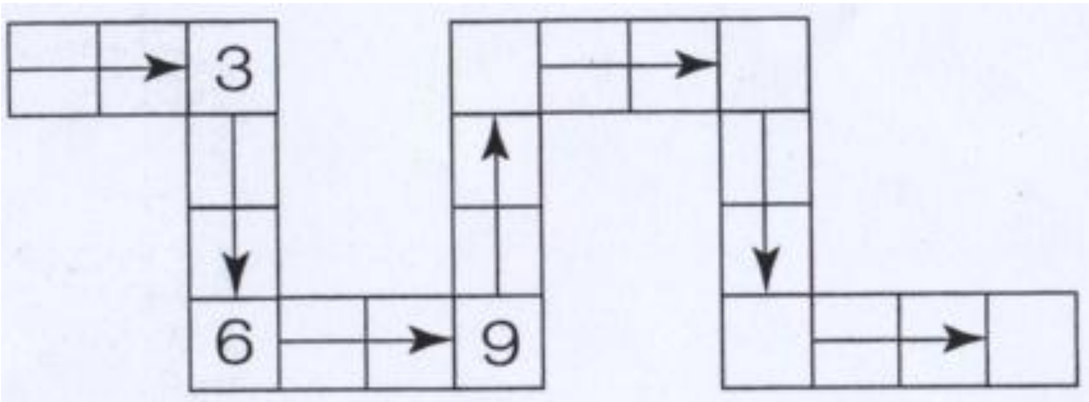
fig. 9

Seguir os Números 1 [8]

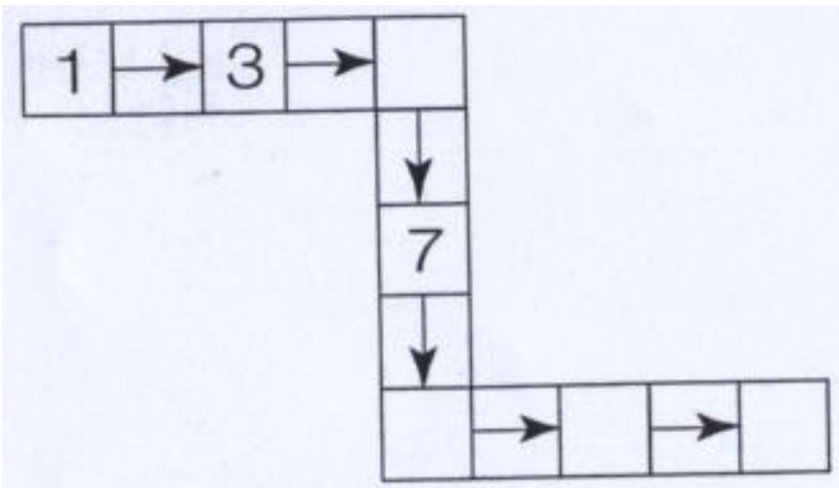
1.



2.

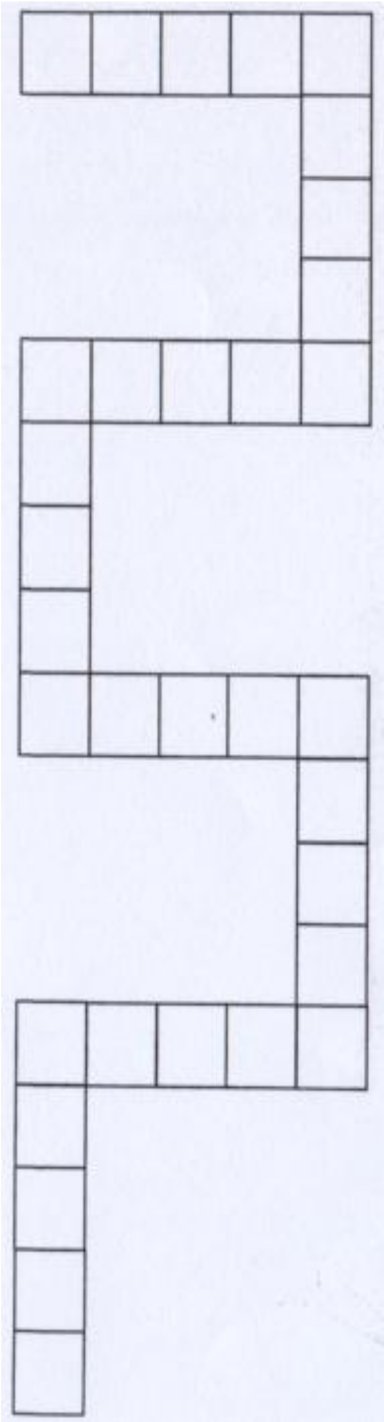


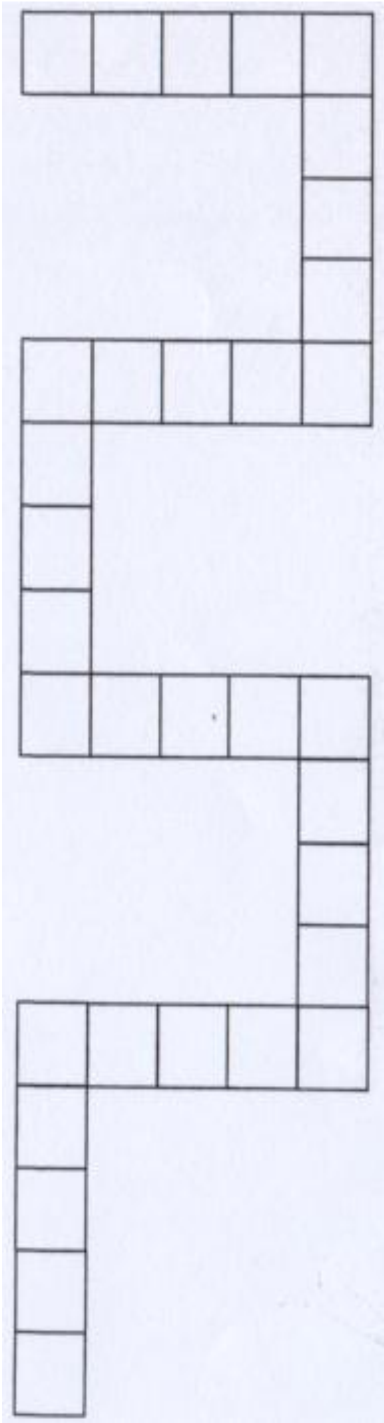
3.



[8] Adaptada da tarefa "Follow the Number Roads" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten*-Grade 2 by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005, p. 77) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

Seguir os números 2[9]





[9] Adaptada da tarefa "Follow the Number Roads" – *Navigating through Algebra in Prekindergarten*-Grade 2 by Carole Greenes, Mary Cavanagh, Linda Dacey, Carol Findell and Marian Small (2005, p. 77) Reston: National Council of Teachers of Mathematics

PADRÕES E REGULARIDADES NOS MÚLTIPLOS

Apresentação da tarefa

As tabuadas são boas oportunidades para estudar padrões devido às regularidades numéricas que se conseguem identificar na sucessão dos múltiplos de um número.

A seguir, apresenta-se uma sequência de tarefas que têm como objectivo trabalhar a multiplicação, os múltiplos de um número, observar e descrever regularidades.

PADRÕES E REGULARIDADES NOS MÚLTIPLOS

1. Escolhe o número a multiplicar e completa a tabela da multiplicação.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
.....															

2. Com uma caneta de cor, sublinha o algarismo das unidades.

3. Escreve a sequência dos algarismos das unidades: ______________________________

   O que notas?

4. Usa um lápis de cor clarinha para circundar os múltiplos do número para o qual completaste a tabela da multiplicação de cima. **Repara bem no padrão do algarismo das unidades para rapidamente encontrares os múltiplos**.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
120	121	122	123	124	125	126	127	128	129
130	131	132	133	134	135	136	137	138	139
140	141	142	143	144	145	146	147	148	149

4.1. Escreve agora a sucessão dos algarismos das dezenas.

O que notas?

4.2. Observa bem o que acontece nas linhas, colunas e diagonais, considerando os múltiplos do número. Por exemplo, um aspecto interessante é verificar de quantos em quantos números um múltiplo tem a mesma terminação no algarismo das unidades.

Escreve o que descobriste.

Legenda:

☐ Múltiplos de __________

☐ Múltiplos de __________

Notas para o professor

No âmbito dos múltiplos de um número, há muitos desafios do agrado dos alunos. Por exemplo: "Que números da 7ª coluna (com o algarismo 6 nas unidades) são múltiplos de 6? Quanto distam dois múltiplos consecutivos terminados em 6? E terminados em 4? E em 8? Como encontrar rapidamente um número de uma dada coluna, que seja múltiplo de 6, e não esteja representada na tabela?

Também é importante que a exploração realizada pelos múltiplos de um número se repita com os múltiplos de outros números, para que se possam estabelecer comparações e retirar conclusões.

INVESTIGANDO REGULARIDADES COM A CALCULADORA BÁSICA

Nota introdutória

A utilização intencional da calculadora básica na sala de aula é educativamente justificada por razões de ordem cognitiva e orientada pela natureza das tarefas que deve apoiar.

A calculadora, como geradora de dados, como instrumento facilitador da descoberta de regularidades numéricas e como suporte de teste de conjecturas, apresenta-se como uma ferramenta a não desprezar na aprendizagem da Matemática nos 1º e 2º Ciclos.

O trabalho com sequências envolve ideias e processos matemáticos muito importantes. A obtenção de termos de uma sequência requer que se estabeleçam relações entre os elementos dados, utilizando raciocínios e comunicação das razões que justificam a sua validade.

A utilização do elemento constante, para cada uma das quatro operações elementares da calculadora básica, revela-se um auxiliar potente e adequado às diferentes ideias das crianças.

As três tarefas (*À volta das tabuadas; E a Lua aqui tão perto; A mesada da Ana)* que seguidamente se apresentam podem ser integradas no processo de ensino aprendizagem do 1º ciclo, nomeadamente com crianças do 3º ou do 4º ano, e do 2º ciclo.

À VOLTA DAS TABUADAS …

Apresentação da tarefa

Liga a calculadora (no visor aparece 0).

1. Obtém e regista na tabela junta, os primeiros 20 múltiplos de 7. Usa a *parcela constante 7*.

0									

2. Que relação existe entre cada um dos números da segunda linha e o correspondente na primeira linha?
3. Faz o mesmo que em 1. e em 2. com outros números.

0									

0									

0									

4. Encontras alguma explicação para que, habitualmente, as tabuadas da multiplicação contenham os primeiros onze múltiplos dos dez primeiros números 1, 2, …, 10?
5. Regista os quinze primeiros múltiplos de 2, de 7 e de 9. Observas alguma regularidade?
6. E o que acontece com os múltiplos de 3, de 5 e de 8?
7. Tendo por base o observado em 5. e em 6. podes formular uma conjectura. Qual será? Por que razões será verdadeira essa conjectura?

Notas para o professor

O conjunto, infinito, dos múltiplos de qualquer número natural pode ser apresentado como uma sequência numérica crescente cujo primeiro termo é 0 e em que cada termo, a partir do segundo, se obtém somando esse número (cujos múltiplos se querem obter) ao termo imediatamente anterior. A sequência dos múltiplos de um número qualquer faz parte da família das sequências aritméticas. Estas são caracterizadas por a diferença entre quaisquer dois termos consecutivos ser constante, podendo o primeiro termo ser um número qualquer múltiplo, ou não, de um dado número.

Sequências aritméticas de razão 7 podem ser utilizadas, a propósito de fenómenos do quotidiano das crianças, numa sala de aula. Como? Partindo do registo da data do dia e do correspondente dia de semana, pode efectuar-se a previsão das datas, no mesmo mês, desse dia de semana. Várias relações temporais podem ser estabelecidas, nomeadamente, ontem, amanhã, anteontem, depois de amanhã; também o estabelecimento de correspondências entre datas e tempo. A exploração/consolidação da *tabuada do 7* pode ser relacionada com a proposta de tarefas como a apresentada. A utilização da parcela constante da calculadora permite gerar termos de sequências aritméticas e, portanto, facilita a actividade da criança no processo de estabelecimento de relações numéricas e de abordagem de propriedades de operações. A análise de sequências em que algumas contêm múltiplos de um número e outras não, embora também seja constante a diferença entre termos consecutivos ajudará na abordagem do conceito de múltiplo de um número. A mobilização do conhecimento dos múltiplos de 7 é de um modo geral morosa e difícil. O lidar com situações que ajudem a dar-lhe significado pode ser um auxiliar para a sua desejável memorização.

O registo dos múltiplos, em tabela de 10 colunas, pode facilitar o reconhecimento de que cada número da 2ª linha se obtém somando 70 com o número correspondente na 1ª linha.

As quatro últimas questões visam a exploração da propriedade distributiva da multiplicação relativamente à adição, bem como a identificação de regularidades em situações particulares que podem ser generalizadas, sob a forma de conjecturas e respectivas comunicações. É a propriedade acima referida que fundamenta equivalências como por exemplo a que existe entre múltiplos de 8 e a soma de múltiplos de 3 e de 5: 8 x 6 = 3 x 6 + 5 x 6; é novamente a mesma propriedade que permite a organização das tabuadas referidas na questão 4.

A utilização da calculadora na exploração das tabuadas da multiplicação não surge nem em oposição nem em substituição da memorização, muito pelo contrário, reforça-a na medida em que contribui para uma compreensão mais aprofundada, quer de relações numéricas (dobro, metade, décima parte, etc), quer de regularidades numéricas.

E A LUA AQUI TÃO PERTO! ...

Apresentação da tarefa

Nesta tarefa lida-se com um grande número e com a capacidade de cálculo limitada da calculadora. Pretende abordar-se o conceito de crescimento exponencial, num contexto que envolve outros tipos de crescimento. O crescimento abordado na tarefa anterior tem características bem diferentes do desta tarefa.

E a Lua aqui tão perto! ...

380 000 km é a distância aproximada da Terra à Lua.

Imagine uma folha de papel muito, muito grande…

Quantas vezes será necessário dobrar ao meio a folha de papel para se chegar à Lua?

Notas para o professor

Na árvore genealógica de qualquer pessoa pode fazer-se a contagem do número de pessoas em cada linha (a árvore é construída de baixo para cima, iniciando-se na pessoa). Pode fazer-se-lhe corresponder uma sequência numérica cujos termos são o número de elementos em cada linha de ascendência:

1, 2, 4, 8, 16, …

Nesta sequência é constante o quociente entre quaisquer dois termos consecutivos; este quociente é 2. Chama-se a esta constante razão e sequência geométrica à sequência.

As sequências geométricas de razão maior que 1, estão, também associadas a fenómenos que as crianças conhecem e permitem a abordagem de conceitos e de propriedades interessantes do ponto de vista matemático.

O problema *E a Lua aqui tão perto!* envolve vários desafios interessantes.

Como não são explicitados todos os dados necessários para resolver o problema há que, por exemplo, atribuir valor numérico à espessura da folha. Uma vez atribuído um valor a esta espessura, vale a pena pedir uma estimativa do número de dobragens necessárias para vencer um comprimento tão grande. As estimativas corresponderão a expectativas razoáveis? Sairão essas expectativas goradas? Se sim porquê? Uma espessura de 1 milímetro será *razoável*? Será esta espessura habitual numa folha que se pode dobrar? Por vezes há estimativas surpreendentes …

Admita-se por exemplo que a folha que vai ser dobrada tem de espessura uma décima de milímetro. A organização de uma tabela em que numa das linhas se regista o número de dobragens e na outra a correspondente distância alcançada ajuda a resolver o problema. Cada dobragem vai duplicar o comprimento vencido na dobragem anterior. A sequência numérica

0,2 0,4 0,8 1,6 …, $0{,}1\text{x}2^n$, … em que n representa número natural

Com uma dobragem foi vencido o comprimento de 0,2 milímetros. Com 5, 10, 20 dobragens quanto comprimento terá sido atingido? Esta sequência geométrica tem razão 2. A utilização do factor constante da calculadora com o valor 2 e com primeiro termo 0,1 vai permitir obter rapidamente mais termos da sequência. Na tabela deve então ser registado cada um dos valores obtidos. Há calculadoras que relativamente à 29ª dobragem mostram no visor 53687088 (aproximadamente 53 kilómetros) e na 30ª 10737417 e um sinal de erro E. A capacidade de cálculo dessas máquinas foi excedida e uma leitura não acautelada induz em erro na leitura do comprimento vencido com a 30ª dobragem (deve ser pouco mais de 107 km e não de 10 km como parece pelo valor visível). Para a espessura atribuída são necessárias 39 dobragens para percorrer tamanha distância. Este número é seguramente muito inferior à previsão efectuada por muitas pessoas. Trata-se de um crescimento exponencial muito mais rápido que o crescimento linear, modelo este associado às previsões que habitualmente se fazem numa perspectiva de proporção.

A MESADA DA ANA – QUAL A MELHOR OPÇÃO?

Apresentação da tarefa

Com esta tarefa pretende-se comparar o crescimento linear com o exponencial, procurando ainda identificar vantagens e limitações de cada um dos dois crescimentos em situações próximas da realidade das crianças.

A mesada da Ana - qual a melhor opção?

Ao entrar para o 5º ano de escolaridade os pais da Ana propuseram-lhe duas opções quanto à mesada a receber:

Opção A – 10 euros em Setembro e em cada um dos meses seguintes mais 10 euros que no mês anterior;

Opção B – 1 euro em Setembro, triplicando em cada mês o valor da mesada do mês anterior

Qual será a melhor opção da Ana? Será sempre preferível a mesma opção? Haverá algum mês em que a mesada seja a mesma seja qual for a opção considerada? Porquê?
E quanto aos pais, haverá preferência de opção?

Notas para o professor

Este problema beneficia, no processo de resolução, da organização dos dados referentes a cada uma das opções. A construção de uma tabela e dos gráficos correspondentes permitirá fazer abordagens complementares da situação.

Na opção A, a Ana recebe mensalmente mais dinheiro que na opção B, até Dezembro inclusive. Em Janeiro, pela opção A receberá 50 euros e pela opção B receberá 81 euros. A partir de Janeiro a opção B atribui sempre maior quantidade que a opção A.

A calculadora pode ser utilizada quer tirando partido da função constante, quer da memória.

A obtenção dos gráficos correspondentes às duas opções permitirá uma abordagem visual dos dois tipos de crescimento presentes, o linear na opção A e o exponencial na opção B.

PAINÉIS DE AZULEJOS

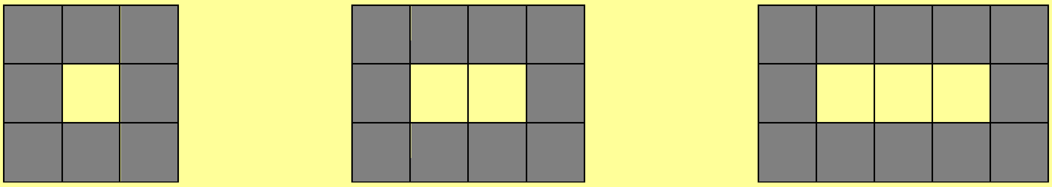
Apresentação da tarefa

Este tipo de tarefas permite desenvolver o pensamento algébrico na medida em que faz apelo a generalizações.

Painéis de Azulejos

Nas questões seguintes explica sempre o teu raciocínio.

1ª figura **2ª figura** **3ª figura**



1. Quantos azulejos brancos (no interior) e quantos azulejos cinzentos (na periferia) tem cada figura (painel)?
2. Quantos azulejos brancos e quantos azulejos cinzentos, terá a próxima figura? Como sabes que a tua resposta está correcta?
3. Quantos azulejos brancos e quantos azulejos cinzentos terá a 6ª figura ?
4. Se no pavimento houver 60 azulejos brancos, quantos serão os cinzentos?
5. Encontra uma maneira de calcular o número de azulejos cinzentos a partir de um número qualquer de azulejos brancos. Representa por **B** o número de azulejos brancos e por **C** o números de azulejos cinzentos:

   C =
6. Quantos azulejos há em cada uma das 6 primeiras figuras?
7. Se a Ana tiver 22 azulejos brancos pode construir um painel com um número ímpar de azulejos cinzentos? E se tiver 23 azulejos brancos?
8. Encontras alguma relação entre o número de azulejos brancos e o número total de azulejos de um painel qualquer? Explica como pensaste.

Notas para o professor

Este tipo de tarefas implica que os alunos apresentem os resultados obtidos acompanhados das justificações e que seja permitida a discussão das diferentes estratégias que surjam.
A utilização de material (quadrados de papel) ajuda os alunos a descrever e representar as relações que identificarem. Deve ser incentivada a utilização de linguagem natural e, progressivamente, a de alguns símbolos matemáticos. Será importante que estes desenvolvam a capacidade de identificar relações e de as descrever. Outro aspecto a destacar é que os alunos devem explorar e descrever sequências, para além de continuar as que o professor lhes fornece. Os alunos devem assim analisar a regularidade e o modo como esta se desenvolve e varia, organizar a informação de forma sistematizada e fazer generalizações acerca das relações matemáticas presentes.
Esta tarefa permite que os alunos determinem o termo seguinte (ou o anterior) e ampliem uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação, bem como interpretem diferentes representações de uma relação e a ligação que existe entre elas. Por exemplo, a relação entre o número de azulejos cinzentos e o número de azulejos brancos e a relação entre o número de azulejos brancos e o total de azulejos. Além destes aspectos, existem oportunidades de desenvolver o raciocínio e a capacidade de argumentar matematicamente.
Nesta tarefa, os alunos poderão usar uma tabela para organizar e ordenar os seus dados, como, por exemplo, a seguinte:

N.º da figura	*N.º de azulejos brancos*	*N.º de azulejos cinzentos*	*N.º de azulejos total*
1	1	8	9
2	2	10	12
3	3	12	15
4	4	14	18

Podem explorar-se os seguintes aspectos:

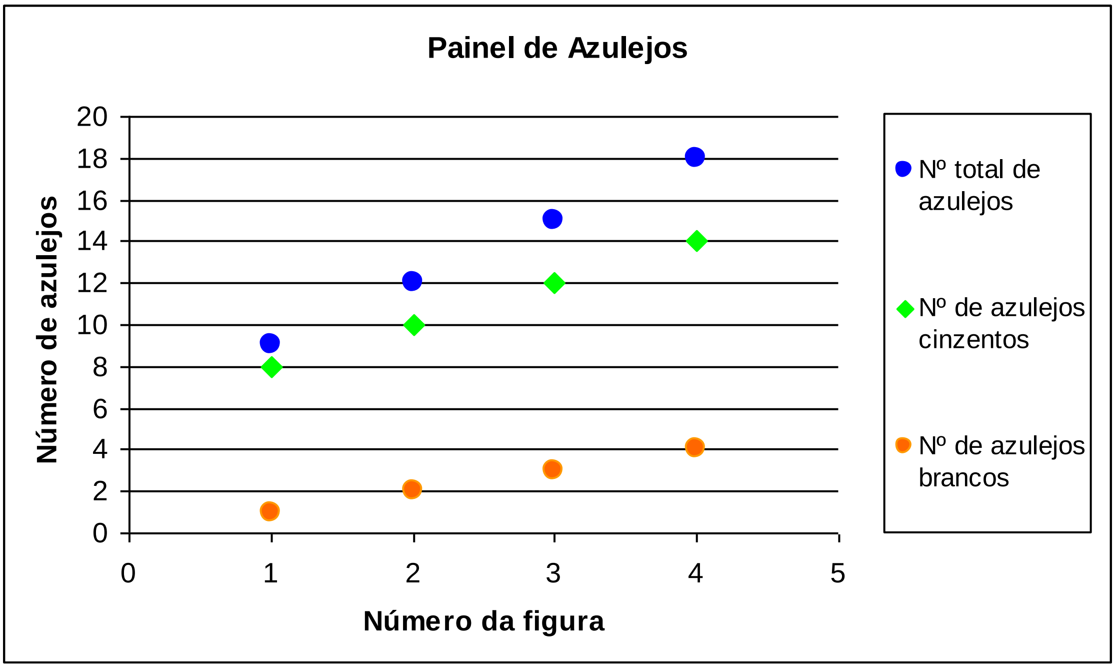
- O número da figura é o mesmo que o número de azulejos brancos;
- A diferença entre o número de azulejos brancos e de cinzentos (que se pode obter adicionando 6 ao número da figura, tal como se vê pela análise da tabela)

Nº da figura	*Nº de azulejos brancos (B)*	*Nº de azulejos cinzentos (C)*	*Diferença (C – B)*
1	1	8	8 – 1 = 7
2	2	10	10 – 2 = 8
3	3	12	12 – 3 = 9
4	4	14	14 – 4 = 10

- O número de azulejos cinzentos = 2 x número de azulejos brancos + 6;
- O número total de azulejos obtém-se através do termo geral 3n + 6;
- Investigar a área e o perímetro de cada figura e construir termos gerais das duas sucessões (2 x nºbrancos + 10 ou nºcinzentos + 4, para o perímetro)

Nº figura	*perímetro*	*área*
1	12	9
2	14	12
3	16	15
4	18	18

Pode-se ainda proceder à construção de um gráfico de linhas, com o número do termo em abcissa e os das outras três variáveis - brancos, cinzentos e total - em ordenadas.



Estas tarefas podem ainda ter mais variantes. Por exemplo, considerar duas ou mais filas de azulejos brancos, (azulejos interiores), começando por duas linhas e fazendo as mesmas questões de exploração. Pode-se também investigar a relação existente entre o número de azulejos brancos e o número total de azulejos, assim como a que existe entre o número de azulejos cinzentos e o número total.

JOGOS COM CALCULADORA

Apresentação da tarefa

A densidade dos racionais é uma das propriedades desses números que pode ser expressa nos seguintes termos:

> *entre dois números racionais existe sempre um outro racional diferente, ou seja, usando símbolos matemáticos, entre dois números racionais* $r_1 < r_2$*, existe um número racional,* r_3*, de tal modo que* $r_1 < r_3 < r_2$*.*

Uma das consequências desta propriedade é a da inexistência de sucessor de um número racional, ao contrário do que se passa no conjunto dos naturais. De facto, entre dois números naturais consecutivos não existe nenhum número natural, e portanto pode afirmar-se que o conjunto destes números não é denso.

Os alunos têm dificuldade na abordagem desta propriedade, entre outras razões, porque a sua experiência com os números naturais entra em contradição com a densidade dos racionais.

A calculadora pode ajudar os alunos na compreensão desta propriedade, em jogos em que é necessário obter números cada vez mais próximos de um dado alvo numérico.

Cada vez mais perto

Este jogo é para duas pessoas e cada uma tem uma calculadora.

Objectivo: atingir o número do colega

Regras:

- Cada jogador introduz um número na calculadora e mostra-o ao colega.
- Na jogada seguinte cada jogador, alternadamente, usando uma adição ou uma subtracção, tenta atingir o número. Um dos números é o que o jogador tem no visor e o outro deve ser por ele escolhido.
- O processo repete-se até que um dos jogadores atinge o número do colega. O jogador que primeiramente atingir o número do colega é o vencedor.

Apresentação da tarefa

A experiência das crianças com a multiplicação e a divisão de números naturais, pode induzi-las erroneamente no conjunto dos racionais, a pensar que a multiplicação *aumenta* e que a divisão *diminui*. O jogo que a seguir se propõe tem como propósito principal ajudar a observar o que acontece quando um dos factores de uma multiplicação ou o divisor de uma divisão é menor que 1.

Jogo do intervalo

Este jogo é para duas pessoas e requer uma calculadora.

Objectivo: obter números pertencentes a um intervalo de números pré-definido.

Regras:

- O jogador A escolhe um intervalo de dois números e um número inicial.
- O jogador B multiplica este número por um outro de tal modo que o produto se situe no intervalo. Se não conseguir passa a vez ao jogador A. Com o resultado obtido o jogador A continua o jogo.

Ganha quem obtiver um número pertencente ao intervalo.

DADOS COM MUITA PINTA

Apresentação da tarefa

Os dados são objectos que os alunos conhecem e com os quais jogam frequentemente. Esta tarefa faz alusão a outros dados (não cubos) podendo levar os alunos a contactar com outros poliedros.

Esta tarefa oferece a possibilidade de registar e sistematizar informação e descobrir regularidades a partir da análise da informação recolhida. Estas regularidades podem ser usadas para facilitar as contagens das quantidades representadas nos objectos.

Dados com muita Pinta

Existem muitos dados que não apenas o mais usado, o cubo. Há dados com 4, 8, 10, 12, 20 e até mesmo 100 faces.

Alguma vez contaste o número de pintas que existem num dado cúbico (6 faces)?

Quantas pintas existiriam num dado de 4 faces (tetraedro)?

E num dado de 8 faces (octaedro)?

E nos restantes (10, 12, 20 faces)?

Notas para o professor

O professor pode começar por mostrar um dado e com uma das faces virada para os alunos, questionar qual o número de pintas da face virada para o professor (face oposta). Este processo deve repetir-se até os alunos concluírem que as faces opostas somam o valor 7. Podem também verificar se existe uma regra semelhante nos outros dados que apresentem faces paralelas e descobrirem as somas características de cada uma das formas.

Para realizar a tarefa, o professor pode encorajar os alunos a registar todas as suas descobertas e a construir uma tabela do seguinte tipo (por exemplo):

Número de faces do dado	Número total de pintas	Soma das faces opostas x metade do número de faces	Resultado
6	1+2+3+4+5+6	7 x 3	21
4	1+2+3+4	5 x 2	10
8	1+2+3+4+5+6+7+8	9 x 4	36
...	...	...	...
n		(n+1) x (n/2)	

Nem todos os alunos chegam a uma generalização do tipo da apresentada na última linha da tabela. Contudo, poderão descobrir algumas das outras conclusões apresentadas nesta tabela e sobretudo ser capazes de as verbalizar (por exemplo, para somar as pintas de um dado de 4 faces, é mais fácil somar 1+ 4 e 2+3 cujo resultado é 5 e multiplicá-lo por 2; ou seja, somar as faces opostas do dado e multiplicá-las pela metade do número de faces do dado).

O PODEROSO 9

Apresentação da tarefa

A adivinhação de números aparece aos olhos dos alunos como algo de mágico. Partindo de uma escolha livre, num dado universo numérico, segue-se a aplicação de certos procedimentos numéricos e é possível descobrir o resultado final, ou o número de onde se partiu. Esse processo de descoberta está assente em factos matemáticos que podem ser tornados visíveis para os alunos.

Apresenta-se a seguir uma dessas situações e o respectivo envolvimento, de modo a possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico e a da noção de demonstração.

1º Peça a um aluno que escolha um número maior que 9 e menor que 20.

2º Diga a outro aluno para calcular a soma dos dígitos desse número –os números representados pelos dois algarismos isoladamente.

3º Finalmente, peça que calculem a diferença entre o número que escolheram e a soma dos dígitos.

O processo deve decorrer sem que possa ver qualquer um dos números envolvidos, nomeadamente o resultado obtido no final.

Notas para o professor

Pode "adivinhar" o resultado de várias formas, desde o simples dizer oralmente, até à apresentação do número numa folha de papel escrita antes de todo o processo, passando pelo embaciamento de um espelho com o ar expirado, onde foi escrito com uma solução de detergente o "9".

Desafie os alunos a tentarem descobrir qual o segredo. Como só há dez números diferentes de partidas, é natural que cheguem à constatação de que o número final é sempre 9, fazendo os cálculos para todas os casos.

Peça a seguir que tentem explicar porquê. Eventualmente, pode passar-se pelos seguintes passos:

O número pensado pode representa-se por "1algarismo", em que "algarismo" pode ser qualquer algarismo, 0, 1,.., 9.

Ou seja, o número pensado será (10+algarismo), decompondo segundo as ordens

O segundo passo corresponde a achar a soma dos dígitos: (1+algarismo)

O último passo será o cálculo de (10+algarismo) – (1+algarismo)

O desafio agora é encontrar uma forma de simplificar esta expressão. A discussão que se seguirá pode incluir as questões:

- *quanto será (algarismo – algarismo)?*
- *posso simplificar 7 + algarismo ou 8 - a?*
- *como subtrair uma soma de um número? (28 – (5+3))*
- *como se pode subtrair um número de uma soma? ((35+13) – 13)*
- *...*

Pretende-se que os alunos desenvolvam a aptidão para analisar e compreender relações numéricas, explicitá-las em linguagem corrente e representar essa relações utilizando símbolos, com recurso à representação de números por meio de letras.

Pretende-se também que os alunos tenham oportunidade de sentir o poder da utilização de representações literais que permitem a representação de várias situações específicas, viabilizando a generalização de propriedades e a demonstração matemática.

Será importante que os alunos abordem a situação a partir da consideração de casos particulares e a passagem para a utilização da variável "algarismo" seja feita com compreensão. Esta passagem necessitará muito provavelmente de uma aturada discussão, entre alunos e com o professor, Pode ser antecedida da discussão de situações já trabalhadas e em que seja mais fácil introduzir representações literais, por exemplo, a expressão das propriedades das operações (umnúmeroqueeuquiser + outronúmeroquemeapetecer = outronúmeroquemeapetecer + umnúmeroqueeuquiser; ...),

A apropriação das representações literais permite que sejam abordadas situações numéricas de modo mais abrangente. No caso particular dos chamados truques numéricos, eles podem ser explicados com conhecimentos de álgebra, desde que consigamos representar todos os casos e manipular essas representações. As justificações para as diferentes passagens estão associadas a factos numéricos que interessa conhecer.

Por exemplo, sendo a, b, c três algarismos quaisquer (com a≠0) temos:

abcabc :7 :11 :13 = abc

Porque abcabc :7:11:13 = abcabc : 1001 (7x11x13 = 1001) e

abc x 1001 = abcabc

O NÚMERO TEIMOSO

Apresentação da tarefa

A adivinhação de números aparece aos olhos dos alunos como algo de mágico. Partindo de uma escolha livre, num dado universo numérico, segue-se a aplicação de certos procedimentos numéricos e é possível descobrir o resultado final, ou o número de onde se partiu. Esse processo de descoberta está assente em factos matemáticos que podem ser tornados visíveis para os alunos.

O número teimoso

Ligar a calculadora

Introduzir um número e não o esquecer

Seguir os seguintes passos:

x 2

+ 5

+ 12

-3

: 2

Subtrair o número que foi inicialmente introduzido

1. Que resultado se obtém?
2. Repetir esta actividade experimentando introduzir outros números. O que acontece? Porquê?

Notas para o professor

Neste jogo há um enigma cujo desvendar passa por uma explicação matemática.

Pode naturalmente ser enigmática a permanência do resultado 7 no final, seja qual for o número introduzido no início. Pode compreender-se a invariância do 7 com a ajuda da matemática. Neste sentido se apresenta o que segue.

Designemos por n o número. As indicações dadas podem ser escritas usando simbologia matemática:

1. Multiplicar o número que pensou por 2	2n
2. Adicionar 5	2n+5
3. Adicionar 12	2n+5+12
4. Subtrair 3	2n+5+12-3
5. Dividir por 2	(2n+5+12-3):2
6. Subtrair o número inicial	(2n+5+12-3):2-n

A expressão (2n+5+12-3):2-n pode ser escrita como segue:

(2n+14):2-n=(2n+2x7):2-n = 2n:2+2x7:2-n = n+7-n = 7

Repare-se que com estas passagens todas nada mais fizemos do que "perder" o número n e *passear* com números que desapareceram, excepto um, o 7. Importa perceber como tudo isto foi possível. O número inicial desaparece graças aos seguintes procedimentos: a primeira instrução pede o dobro do número – 2n; este dobro mantém-se até ao momento em que na instrução 5. se divide 2n por 2 (ficando portanto n) e na instrução 6. se retira o número. Os procedimentos efectuados em 2, 3, 4, conduziram a um número que é o dobro de 7; este dobro é transformado em 7 no procedimento 5.

A explicação matemática da teimosia do número 7 pode ajudar a esclarecer as respostas afirmativas a questões que podem colocar-se como por exemplo:

- poderá ser obtido outro número que não 7? Se sim, com que condições?
- pode pedir-se outro múltiplo que não o dobro? Se sim que alterações introduzir noutras instruções?
- podem adicionar-se quaisquer números? E quantas parcelas?

ANOS BISSEXTOS

Apresentação da tarefa

A sequência dos anos bissextos é um facto do quotidiano que pode ser explorado nas aulas de Matemática, pois está relacionada com vários conteúdos temáticos do programa do ensino básico, como por exemplo a noção de múltiplo e de divisor, a procura de regularidades numéricas, os critérios de divisibilidade ou a expressão de relações matemáticas.

São também evidentes as ligações que se podem estabelecer com outras áreas, nomeadamente a história, que poderão ser posteriormente exploradas. Apresenta-se seguidamente uma possível ficha de trabalho dirigida aos alunos.

De 4 em 4 podemos ter um bissexto.

1. Observa a seguinte sequência numérica:

4, 8, 12, 16, 20, ..., 400, 404, 408, ... 1992, 1996, ..., 2096, 2100, ...

Quais serão os números da sequência imediatamente a seguir a 20, 408, 1996, 2100 e 2120?

Quais serão os números da sequência imediatamente antes de 400, 1992, 2096 e 2120?

2. No nosso calendário há anos bissextos (366 dias) e anos comuns (365 dias). Os anos bissextos acontecem normalmente de quatro em quatro anos, quando o ano é múltiplo de quatro.

Todos os números referidos anteriormente são múltiplos de quatro. Será que existe alguma maneira rápida de ver se um número é ou não múltiplo de quatro?

3. Nem todos os anos que são múltiplos de quatro são bissextos. Se os anos forem também múltiplos de 100, então têm de ser também múltiplos de 400 para serem anos bissextos.

És capaz de verificar rapidamente se um número é múltiplo de 100?

Como se poderá reconhecer se um número é múltiplo de 400?

Notas para o professor

A discussão sobre este assunto pode começar pela pergunta "O que são anos bissextos?" Essa discussão pode conduzir à definição e à frequência com que acontecem. Poderá então ser esclarecido que sendo de quatro em quatro, os anos bissextos têm de ser múltiplos de 4.

A resposta à pergunta 2 pode assumir várias formas: o número formado pelos algarismos das dezenas e das unidades é múltiplo de quatro; metade é um número par; é divisível por 2 duas vezes seguidas; ...

A resposta à última pergunta pode não ser fácil, mas a observação da sequência dos múltiplos de 400 pode ser determinante para encontrar um critério de divisibilidade. Este critério pode, novamente, ser dito de formas diferentes: tem de ser um número a acabar com dois zeros –divisível por 100- e o número formado pelos restantes algarismos tem de ser divisível por 4.

Além do estudo dos conteúdos já referidos, a investigação sobre as regularidades numéricas e a descoberta dos critérios de divisibilidade, será de equacionar a actividade em torno de capacidades transversais, o raciocínio e a comunicação. Nesse sentido, deve haver espaço e tempo para que os alunos reflictam sobre as resoluções e discutam uns com os outros as conclusões a que chegaram e as dúvidas que se colocaram.

O desenvolvimento do pensamento algébrico, a partir do estudo de regularidades e da generalização de situações numéricas é outro dos objectivos que devem ser considerados.

Nota Histórica

A história da instituição dos anos bissextos (49 a. C. – 1582, com a frequência de 4 em 4 anos e desde 1582 com as actuais regras) ou a etimologias da palavra bissexto (o sexto dia antes das calendas de Março -1 de Março- *ante diem bis sextum Kalendas Martias* ou simplesmente *bissextum* deveria ser repetido uma vez em cada quatro anos), são aspectos que levam o assunto da existência do ano bissexto para áreas que não as matemáticas.

Pode perguntar-se qual a razão de haver anos bissextos – o facto de o tempo de translação (ano) não ser múltiplo do de rotação (dia) – e de o que terá levado à alteração da regra, deixando de ser bissextos os anos cujo número seja múltiplo de 100, mas não de 400 (o tempo que medeia entre dois solstícios consecutivos de Verão, o chamado ano tropical, é aproximadamente 365,24 dias).

Existe também a possibilidade de investigar quantos anos múltiplos de 4 não são bissextos, considerando um certo intervalo de tempo (em 400 anos, em vez dos 100 que deveriam ser bissextos, apenas há 97).

QUADRADOS E CUBOS[10]

Apresentação da tarefa

Com esta tarefa pretende-se levar os alunos a investigar e descrever a relação existente entre o comprimento do lado de um quadrado e o seu perímetro e área. Na segunda proposta pretende-se que os alunos identifiquem, também, a relação existente entre o comprimento da aresta do cubo e o seu volume.

A partir da análise dos padrões obtidos para o perímetro, área e volume, pretende-se que os alunos compreendam o significado das fórmulas do perímetro e área do quadrado e a do volume do cubo.

Os alunos já deverão estar familiarizados com os conceitos de perímetro e área e ser capazes de descrever padrões e criar gráficos cartesianos.

Quadrados e Cubos

1. Imagina que tinhas quadrados com 1cm de lado e ias aumentado o comprimento do lado desse quadrado 1cm de cada vez. Será que existe alguma relação entre o comprimento do lado e o perímetro e área dos quadrados obtidos? Procura explicá-la por palavras tuas.
2. E se tivesses cubos e fosses aumentado a sua aresta, em 1cm de cada vez, que relação é possível verificar entre a aresta e o volume dos cubos que se vão construindo? Procura explicá-la por palavras tuas.

Notas para o professor

Esta tarefa pode ser feita a pares ou em pequenos grupos. Para a realização da mesma é conveniente disponibilizar aos alunos algum material manipulativo (quadrados de espuma e cubos de encaixe) e folhas de papel quadriculado de 1cm.

Para introduzir a tarefa poderá começar-se por sugerir aos alunos que construam vários quadrados/cubos com diferentes comprimentos de lado/aresta e registem as medidas de perímetro e área / volume correspondentes. Com base na análise destes dados, questionar os alunos sobre o que pensam que aconteceria/ que valores seriam prováveis para as medidas de perímetro e área/volume se construíssem um quadrado/cubo com dimensões que não tenham disponíveis (por exemplo 150cm de lado/aresta).

[10] Adaptado de *Navigating through Algebra in Grades 3-5* (pp. 86-87)

Procurar que os alunos façam as suas estimativas e raciocínios para as mesmas. Registar as suas respostas no quadro, para posteriormente se confrontarem com os resultados obtidos.

Esta etapa exploratória, para além de permitir rever com os alunos formas possíveis para calcular o volume de um cubo (podendo por exemplo recorrer às placas de 100 do MAB, para formar um cubo 10x10x10), poderá ser útil para esclarecer eventuais dúvidas sobre a tarefa que irão desenvolver.

Para a realização da tarefa proposta, o professor poderá sugerir a organização dos dados a recolher numa tabela, de modo a que seja possível ter a percepção da variação das medidas de perímetro, área e volume de cada um dos quadrados/cubos obtidos.

Depois de dar algum tempo para recolherem e analisarem os dados relativos aos quadrados e aos cubos seguintes é importante pedir aos alunos que procurem descrever (e registem), regularidades existentes entre o lado e a aresta com o perímetro, a área ou o volume:

Durante a discussão final é importante reforçar a ideia de relação funcional, levando a que os alunos compreendam que:

- O perímetro é função do comprimento do lado, neste caso a soma do comprimento dos lados do quadrado: $P=\ell+\ell+\ell+\ell$, que é o mesmo que dizer que P é quádruplo da medida do lado. $P=4\times\ell$.
- A área é função do comprimento do lado, no caso do quadrado é o produto do comprimento de dois lados do quadrado (ou *o quadrado do comprimento de um lado* $A=\ell\times\ell$ ou $A=\ell^2$

  O volume é função do comprimento da aresta (a), neste caso é o cubo do comprimento da aresta $V=a^3$ [11].

Posteriormente, como prolongamento desta tarefa, pode ser interessante pedir aos alunos que analisem os mesmos padrões, representando os dados recolhidos em gráficos cartesianos. Para tal, deverão usar o eixo das abcissas (*xx*) para representar o comprimento dos lados, representando no eixo das ordenadas (yy) o perímetro, a área e o volume, em cada um dos gráficos, respectivamente. Depois de elaborados os gráficos, os alunos deverão ser convidados a analisar e comparar os gráficos obtidos, quanto à sua forma e significado.

[11] Como qualquer paralelepípedo recto, o volume do cubo obtém-se através do produto do comprimento, pela largura e pela altura do mesmo. No caso do cubo, como o comprimento das arestas é o mesmo para qualquer uma destas dimensões, o seu volume corresponde a $V=a\times a\times a = a^3$

Para explorar mais padrões e relações funcionais, o professor pode levar os alunos a explorar o applet **Máquina das Funções** (*Function Machine*), disponível em: http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_191_g_3_t_1.html - Esta aplicação permite compreender o conceito de função como transformação de um número através de uma operação e analisar as regularidades dos resultados obtidos. Com base nessa regularidade é necessário completar a sequência para os valores seguintes.

Como prolongamento da tarefa, poderá ser sugerido aos alunos que, seguindo a regra de aumentar o comprimento do lado/aresta 1cm de cada vez, procurem identificar relações entre o perímetro, a área e o volume de outros paralelepípedos, diferentes do cubo, e o comprimento dos seus lados. Por exemplo: partindo de um paralelepípedo com 3x2x5 de dimensões, compará-lo com outros com 4x3x6 ou de 5x4x7.

Poderá ainda ser pedido aos alunos para analisar o que sucede ao perímetro, à área e ao volume do mesmo paralelepípedo (3x2x5) quando se duplica o comprimento de cada uma das suas arestas.

Uma Escolha Difícil

Apresentação da tarefa

As situações problemáticas que envolvem escolhas são recorrentes no quotidiano dos alunos. É comum acontecer que uma das hipóteses apresentadas pareça ser a escolha mais vantajosa, no entanto quando analisadas e comparadas de forma cuidada, nem sempre tal acontece.

Nesta tarefa, para além da necessidade de identificarem a informação relevante para a resolução do problema, os alunos precisam de conceber e por em prática estratégias que lhe permitam comparar duas propostas de tarifário telefónico, e assim decidir sobre qual a mais vantajosa.

Os alunos terão oportunidade de recolher e organizar dados, de forma a tornar perceptível a evolução dos dois tarifários, estabelecendo comparação de custos entre os mesmos.

A representação gráfica dos dados recolhidos, tornará mais perceptível esse padrão de crescimento (parte integrante da função) e permitirá discutir a forma do gráfico (inclinação da linha de suporte e ordenada na origem) e relacioná-la com os dados do problema.

Uma escolha difícil

Quando se trata de decidir qual a forma de pagamento das despesas que fazemos com o telefone, nem sempre é fácil identificar qual será a mais vantajosa. Por exemplo, se uma companhia de telefones obriga a uma assinatura mensal de 10€ e cobra 0,15€ por chamada, enquanto outra dispensa os clientes de assinatura e cobra 0,25€ por chamada, qual seria a melhor escolha? Será que seria a mesma escolha, para uma pessoa que faz 60 chamadas por mês e para uma pessoa que faz 120 chamadas mensais?

Notas para o professor

A apresentação deste problema pode iniciar-se questionando os alunos sobre qual das hipóteses, à partida, lhes parece mais vantajosa e porquê. É provável que a maioria dos alunos considere o tarifário da Companhia A mais vantajoso por apresentar um preço por chamada significativamente mais baixo, quando comparado com o da Companhia B (0,15€ para 0,25€).

Na realidade o tarifário da companhia A é mais vantajoso apenas para o caso em que a pessoa faça um número significativo de chamadas, uma vez que é obrigatório o pagamento de assinatura e o valor correspondente (10€) equivale a fazer 40 chamadas do tarifário mais caro (0,25€/chamada).

Para quem faça um número mais reduzido de chamadas (60) a companhia B é mais vantajosa, pois apesar das chamadas serem mais caras, como não é necessário pagar assinatura, o custo total das chamadas é compensado.

Poderá ser interessante pedir aos alunos que organizem os dados do problema numa tabela e a analisem de forma a tirar outras conclusões, relativamente à forma como os tarifários variam.

Considerando estes dois casos é possível concluir que o dobro do número de chamadas da Companhia A equivale ao dobro do custo das chamadas, mais a assinatura de valor invariável. No caso da Companhia B, o dobro do número de chamadas equivale ao dobro do custo das chamadas que, por serem mais caras, corresponde a uma opção mais desvantajosa para quem faz muitas chamadas.

Esta é uma tarefa em que a utilização da calculadora é recomendada, pois potencia a exploração de diversos casos (que se tornariam demasiado morosos, usando outras formas de cálculo) e permite que o aluno se foque na resolução do problema.

Se explorada com alunos mais velhos, poderá ser sugerida a representação gráfica dos valores recolhidos e levar os alunos a analisar o padrão de crescimento, ou seja, a função subjacente a cada tarifário. Através da representação gráfica será também mais perceptível a análise da variação da diferença do custo das chamadas entre as duas companhias.

Outras questões que poderão vir a ser colocadas pelo professor, tendo em vista a exploração deste contexto de escolhas:

- *Haverá alguma situação em que se pague o mesmo, qualquer que seja a companhia escolhida?*
- *As despesas não dependem apenas da assinatura e do número de chamadas. De que outros factores depende a despesa total que é feita? (tempo de chamada, distância, rede de destino etc.)*
- *Que comentários se poderão fazer a propósito da frase publicitária que dizia "Quanto mais fala, menos paga"?*

A resposta à primeira questão pode não ser muito evidente para os alunos, uma vez que implica que os mesmos se apercebam que a diferença de custo das chamadas entre as duas companhias vai variando: diminui, à medida que o número de chamadas aumenta, até que a determinada altura se torna nula, para em seguida voltar a ser cada vez maior. Mais uma vez, a organização dos dados que vão recolhendo, numa tabela, permitirá evidenciar de forma mais clara a evolução dos acontecimentos e a identificação de regularidades na sequência de valores que se vão obtendo.

	Tabela de custos									
Nº de chamadas	**60**	65	75	85	95	100	105	115	**120**	125
Companhia **A**	**19€**					25			**28**	
Companhia **B**	**15€**					25		….	**30**	
(A-B)	**4€**					0	-		**-2€**	

A resposta às duas últimas perguntas têm como finalidade levar os alunos a reflectir sobre os contextos reais em que situações deste tipo podem ocorrer. Pretende-se que desenvolvam o seu sentido crítico face aos apelos publicitários; compreendendo se a mensagem veiculada é ou não verdadeira e que condições são necessárias garantir para que tal se verifique.

Além da capacidade para tomar decisões, tendo por base a análise cuidada das opções disponíveis, esta é uma tarefa em que os alunos são desafiados, não só a resolverem um problema de natureza realista, como a desenvolverem a sua capacidade de argumentação, procurando justificar a sua escolha.

Embora se trate de uma situação em que a melhor escolha é apenas uma, é importante dar oportunidade aos alunos de partilhar e discutir com os colegas os seus raciocínios para chegar a uma solução.

Um problema semelhante a este, uma vez que implica a comparação de dois crescimentos, é o conhecido problema das semanadas, que consiste em comparar duas propostas de semanada, para um período de 15 semanas. Na proposta A, ganhar 5€ por semana e na proposta B, ganhar 0,01€ na primeira semana, sendo o valor da semanada duplicado a cada semana. Ao contrário do que sucede na tarefa apresentada, que em ambos os casos apresenta um crescimento se faz numa progressão aritmética, neste problema um dos planos trata-se de uma progressão aritmética (proposta A) ao passo que o outro, evolui numa progressão geométrica (proposta B), pois o termo seguinte é obtido a partir do produto do anterior por um factor constante e não como uma adição de uma parcela constante.

JOÃO E OS FEIJÕES

Apresentação da tarefa

A literatura para crianças é um campo em que podem ser encontradas oportunidades para trabalhar em matemática. É o caso deste conto que, ao contar a história de um plantador de sementes mágicas, descreve a variação sequencial de uma quantidade de sementes, com várias leis de crescimento.

A situação pode ser abordada com o seguimento do texto ou, em alternativa, cada um dos capítulos pode se tratado de modo independente dos outros. Caso seja esta a escolha, terá de se apresentar o estado inicial que corresponde a um dado desenvolvimento.

A adaptação de um conto conhecido sobre o João e os seus feijões mágicos proporciona a oportunidade de os alunos ligarem a matemática a outras áreas e desenvolverem várias competências, nomeadamente as que se relacionam com o trabalho com sequências numéricas e com a organização de dados, alem da capacidade de interpretação e análise de dados.

Todos os capítulos requerem que seja compreendido que tipo de variação existe e será importante que sejam registados os dados que o texto vai fornecendo.

Notas para o professor

Pretende-se que os alunos desenvolvam a aptidão para analisar a variação em sequências numéricas, procurando e identificando regularidades numéricas

Pretende-se também que os alunos desenvolvam a aptidão para organizar os dados de modo conveniente, utilizando representações apropriadas, nomeadamente tabelas. A calculadora e o computador, com folha de cálculo, podem ser utilizados.

As propostas que se apresentam têm a evidente característica de obrigarem a uma interpretação cuidada do texto e exigirem uma representação organizada dos dados. Simultaneamente, fornecem imensas oportunidades de comunicação e raciocínio matemático, quando se procura resolver as situações propostas e se colocam questões adicionais. Por tudo isso é necessário viabilizar condições para que essas facetas da competência matemática se possam desenvolver, facilitando a troca e o confronto de opiniões, e colocando questões que possam facilitar e organizar a construção de conhecimentos por parte dos alunos.

Se for escolhido o tratamento isolado de algum dos diferentes capítulos, deverá ser colocada a introdução da situação e escolhidos os valores de partida, de modo a contextualizar a situação e fornecer os dados relevantes para o início do estudo da variação. Será também importante pedir que os alunos investiguem as alterações provocadas pela mudança de parâmetros.

Em anexo, apresenta-se o texto da história organizado por partes e com sugestões de questões a investigar no seguimento de cada uma delas.

ANEXOS

O JOÃO E AS SEMENTES MÁGICAS

Parte 1

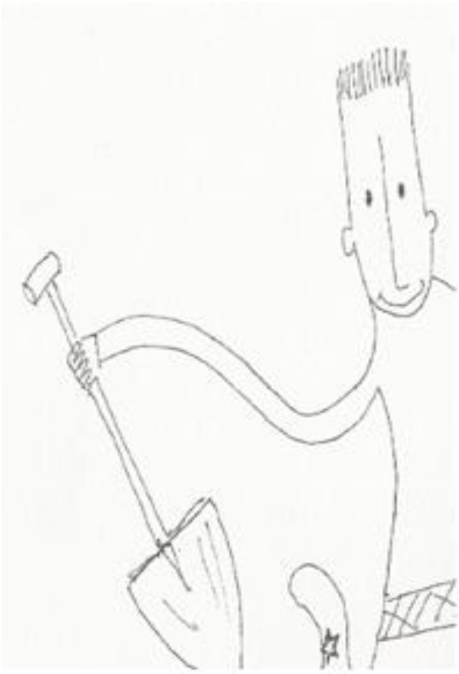
Num belo dia de Inverno, andava um jovem chamado João a passear pela estrada, satisfeito com a sua vida mas começando a sentir algum apetite. De repente, foi surpreendido por um homem idoso que ele nunca tinha visto. Numa das mãos o homem tinha um bordão comprido, na outra estavam duas sementes douradas enormes.

"Sou um feiticeiro" afirmou o homem "e tenho uma coisa para ti"

O feiticeiro deu as duas sementes douradas ao João. "São mágicas" disse ele. "Assa uma semente no forno, até ficar avermelhada, e depois come-a. Não sentirás fome durante um ano. Enterra a outra semente no solo e trata-a com cuidado. Prometo-te que vai crescer e dar-te mais duas sementes mágicas no Outono."

O João fez exactamente o que o feiticeiro lhe disse.

Na Primavera seguinte, apareceu um pequeno rebento que cresceu e cresceu, até se transformar numa vigorosa planta.



No Verão, a planta deu duas belas flores. Pouco depois, apareceram dois frutos, no sítio onde tinham crescido as flores, e pelo Outono, os frutos produziram duas sementes, idênticas às que o feiticeiro lhe tinha dado.

No Inverno, o João assou uma semente para se alimentar e colocou a outra no solo.

A Primavera chegou, tal como de costume. Uma pequena planta cresceu da semente que o João tinha enterrado.

Pelo Verão, despontaram na planta duas flores lindas, antes dos dois maravilhosos frutos.

Chegou o Outono e os dois frutos deram lugar novamente a duas sementes.

No Inverno, o João comeu uma semente assada e enterrou a outra no solo.

Depois de tudo isto, e uma vez mais, na planta apareceram duas flores que produziram dois lindos frutos, os quais deram duas sementes. O João voltou a assar uma semente e enterrou a outra.

No ano seguinte, tal como antes, as flores apareceram, os frutos cresceram e produziram duas sementes. Mais uma vez, o João comeu uma semente assada e enterrou a outra.

No ano seguinte, enquanto o João descansava e observava, cresceu uma planta, apareceram dois frutos e as duas sementes respectivas. Tal como antes, comeu uma das sementes e semeou a outra no solo.

(Se cada semente produzisse três em vez de duas, como seria a evolução? Quais seriam as diferenças? E se a produção de cada semente fosse 4, 5, 6 ...?)

Parte 2

O João começou a pensar sobre o assunto. "Se eu continuar a fazer como o feiticeiro diz, posso continuar indefinidamente da mesma forma", pensou ele, "se eu me limitar a fazer o mesmo todos os anos. No próximo ano, as flores crescem, os belos frutos desenvolvem-se e as duas sementes acabarão também por ser produzidas. Pois bem, vou mas é colocar ambas as sementes no solo. Arranjo uma forma qualquer de passar o Inverno, comendo outra coisa". De acordo com a sua decisão, nesse Inverno colocou as duas sementes no solo e tomou muito bem conta delas.

No ano seguinte o que pensas que terá acontecido?

Surgiram dois rebentos na Primavera e, no Outono, havia quatro sementes. No Inverno, o João assou e comeu uma semente. Plantou as outras três sementes. Então, na Primavera do segundo ano depois da sua inovação, apareceram três rebentos e, no Outono, havia seis sementes. Nesse Inverno, comeu uma semente e enterrou as outras cinco. Fez um espantalho para assustar os pardais e os melros, de modo a evitar que comessem as sementes. Quando o vento soprava, o barulho afugentava os pássaros.

Quantos frutos haverá no jardim do João, no próximo Outono?

No ano seguinte, ou seja, o terceiro depois de ter tido a ideia, todos os rebentos apareceram na Primavera e durante o Outono obtiveram-se dez sementes, a partir de dez frutos maravilhosos.

No Inverno, o João enterrou nove sementes, assou uma e comeu-a. No ano seguinte, o quarto, a Primavera trouxe os rebentos e no Outono havia 18 sementes. Nesse Inverno, colocou 17 sementes no solo.

No ano seguinte, o quinto ano, apareceram todos os rebentos durante a Primavera e existiam novas sementes no Outono. No Inverno, o João comeu uma semente e plantou as restantes. Quantas sementes colocou ele no solo?

No ano seguinte, o sexto, todas as plantas rebentaram como habitualmente. Cresceram imensas sementes nesse Outono. Tantas que o João nem se deu ao trabalho de as contar.

Mas afinal, quantas seriam?

(Se continuarmos esta sucessão, quando é que chegaríamos ao milhar de sementes? E a do milhares? E a ...?)

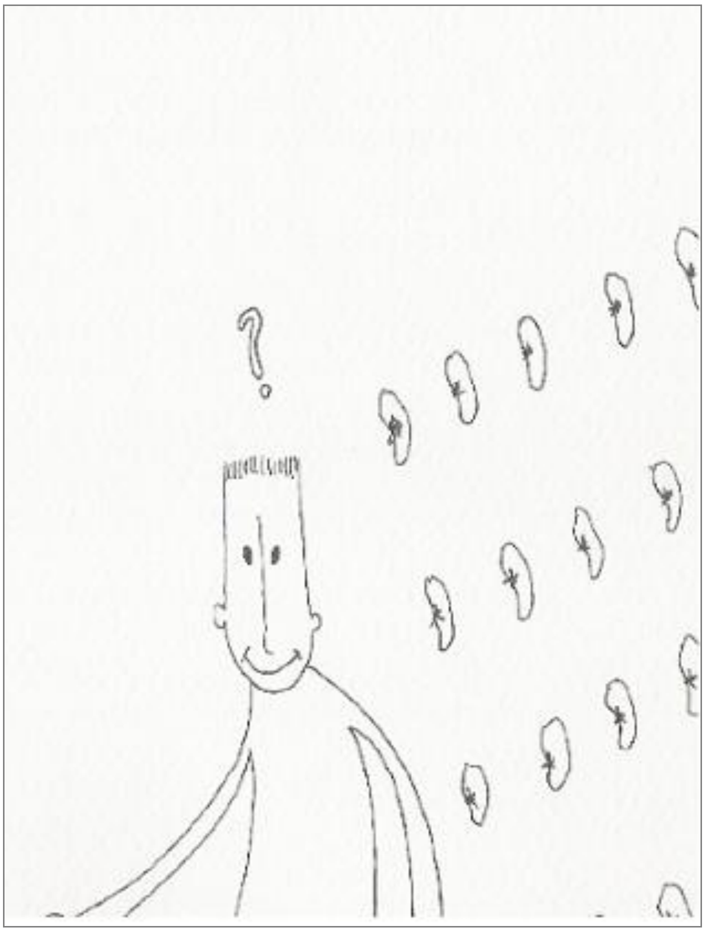
Parte 3

Enquanto estava ocupado a fazer a colheita das sementes, apareceu uma jovem muito simpática, chamada Alice, e que o ajudou.

Tanto o João como a Alice comeram uma semente e semearam as restantes. Quantas sementes colocaram no solo?

Na Primavera do ano seguinte, todas as sementes germinaram e no Outono todos os frutos deram sementes novas.
Nesse Inverno, a Alice e o João casaram-se e deram uma festa. Ofereceram duas deliciosas sementes mágicas a cada um dos cinco convidados. Todos eles guardaram uma semente como recordação deste dia feliz. O João e a Alice comeram uma semente cada. Nesse mesmo ano construíram um pequeno celeiro, onde colocaram 16 sementes, guardando-as por algum tempo, tendo semeado as restantes. Quantas sementes foram semeadas?
Na Primavera seguinte, apareceram vários rebentos e, no Outono, tiveram imensas sementes. Já que tinham tantas, decidiram vender algumas no mercado da cidade. Levaram 60 sementes para venda, incluindo todas as que tinham sido guardadas no celeiro, um ano antes. A seguir, colocaram 34 sementes novas no celeiro, cada um ficou com uma semente para comer e enterraram as restantes no solo. Quantas semearam?

(A mudança do número de sementes oferecidas aos convidados que alterações provoca?)



Parte 4

No ano seguinte nasceram imensos rebentos na Primavera e sementes no Outono. Foi nesse ano que tiveram um filho. Portanto, no Inverno comeram três sementes, pois cada um deles comeu uma. Agora que tinham muitas sementes, foram ao mercado vender 100, que incluíam as guardadas anteriormente no celeiro. Colocaram 51 da nova colheita no celeiro e semearam todas as restantes no campo. Quantas foram semeadas?

No ano seguinte, com o filho a crescer, o João e a Alice construíram uma nova casa maior. No Outono, o seu campo estava cheio de plantas com as sementes mágicas. Em breve seria altura de fazer a colheita. De súbito, exclamou o João. "O vento está a soprar com uma força enorme!" Era um furacão! Eles nunca pensaram que pudesse acontecer uma tempestade tão terrível. O rio galgou as margens e em breve estava tudo inundado. O João amarrou firmemente a casa a uma árvore, para evitar que fosse arrastada. Depois, puxou a vaca para dentro da sua carroça que estava agora a flutuar como um barco. Alice, segurando o filho nos seus braços, correu em direcção ao sótão da casa.

O João conseguiu içar um pequeno saco de sementes que amarrou à árvore. Estava uma tempestade terrível. O vento sacudia as árvores e açoitava-as com a chuva. Em breve, o campo parecia um mar agitado. O vento rugia e a água negra e lamacenta revolteava e esmagava as plantas. A colheita e o celeiro foram completamente arrastados pela água.

Por fim, a tempestade terminou, o céu clareou e o sol voltou. No entanto, os campos estavam despidos, sem nada.

"Pelo menos, o nosso filho está a salvo. Estou muito contente" , disse a Alice. "Também eu estou realmente muito contente", afirmou o João.

" O nosso filho sobreviveu e consegui salvar dez sementes. Portanto, anima-te querida esposa. Vamos recomeçar tudo e construir uma nova vida em conjunto."

(De modo a garantirem sempre as três sementes para se alimentarem, descobre qual o número de sementes vendidas e qual o número de sementes destinadas à nova colheita.)

Parte 5

O João assou três sementes. Deu uma à Alice, uma ao filho e comeu outra. Semeou as restantes. Ele e Alice pediram que lhes fosse concedida uma boa colheita.

Decidiram que a partir desse ano iriam os três comer uma semente cada e enterravam as que não vendiam no mercado, de modo a terem sempre o mesmo número de sementes enterradas.

Quantas sementes venderam e quantas sementes enterraram?

Assim continuaram nos anos seguintes. Foram poupados a desastres e conseguiram ser felizes durante muito tempo.

CALCULADORA – ALGUMAS INFORMAÇÕES TÉCNICAS

O conhecimento de alguns dos aspectos do funcionamento da calculadora básica (não científica) permite o contacto com, eventuais, limitações a ter em linha de conta na sua utilização. Por exemplo, de um modo geral, a calculadora básica executa os cálculos pela ordem em que são introduzidos os sinais das operações, não respeitando, portanto, a prioridade de cálculo. Nos pontos seguintes apresentam-se informações técnicas necessárias para a utilização da calculadora na aprendizagem da Matemática.

0- Apagar

A maioria das calculadoras permite apagar tudo ou apagar apenas o último registo numérico. Para a primeira acção, a tecla habitual está marcada *AC*. Para a segunda, usualmente é a tecla *C.*

1 – Prioridade de cálculo

As expressões

(a) 60 – 6 X 10

e

(b) (60 – 6) X 10

não são equivalentes, pois a expressão (a) representa 0 e a expressão (b) representa 540. Na expressão (a) calcula-se primeiramente o produto 6 X 10 e na expressão (b) pode calcular-se primeiramente a diferença 60 – 6.

A sua máquina respeita a prioridade de cálculo? Confira o resultado da seguinte expressão, para verificar.

6 **0** **-** **6** **x** **1** **0** **=**

A maior parte dos modelos deste tipo de calculadora apresenta 540 como resultado da expressão o que é errado. Como se deve, então, proceder? Utilizando funções de memória como se verá no ponto seguinte.

2 – Memória da calculadora

Como se trabalha com a memória?

Há geralmente nestas máquinas três funções de memória, acessíveis através das teclas **M+ M-** e **MRC.**

M+ **Adiciona o número que está no visor ao número que está em memória.**

M - **Subtrai o número que está no visor ao número que está na memória.**

MRC **Traz ao visor o número que está na memória.**

MRC MRC **Apaga o conteúdo da memória.**

Geralmente a inactividade da máquina não implica a anulação do conteúdo da memória, ou seja, se houver um registo na memória, quando voltar a ligar a máquina vê 0 no visor e a memória não está a 0.

Pode apagar o seu conteúdo pressionando MRC, consecutivamente, duas vezes.

a) Traduzir por uma expressão numérica a seguinte sequência de cálculos:

6 x 1 0 M- MRC + 6 0 =

b) Registe como utiliza a máquina para calcular o valor da expressão

60 – 6 x 10

c) Traduza por uma expressão numérica a sequência de cálculos efectuada:

6 4 - 1 4 M+ 2 9 - 1 4 M- MRC

3 – Trabalha com parcela constante?

a) Siga cada um dos passos e registe no final o resultado dado pela calculadora:

1 0 + + = =   1 5 – – = =

b) Descubra se a parcela constante é a primeira ou a segunda.

1 0 + + 5 = =

4 – Trabalha com factor constante?

a) Siga cada um dos passos e registe no final o resultado dado pela calculadora:

1 **0** **x** **x** **=** **=**   **1** **5** **:** **:** **=** **=**

b) Descubra se o factor constante é o primeiro ou o segundo.

1 **0** **x** **x** **2** **=** **=**