

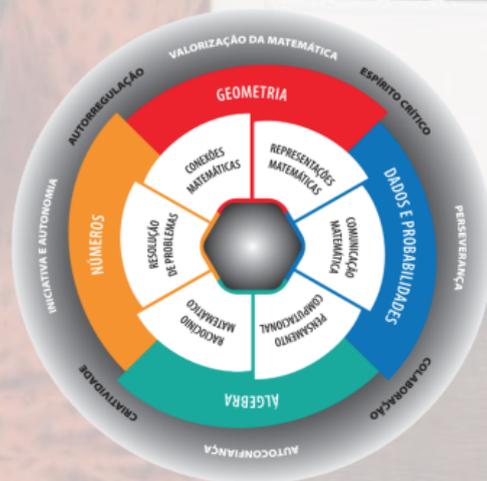
# Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

## Coletânea de tarefas Tema: Dados e Probabilidades

9.º ano de escolaridade

Leonor Santos  
Sandra Raposo  
António Cardoso  
Paulo Correia  
Rui Gonçalo Espadeiro

Setembro de 2024



# Ficha técnica

**Título:**

Coletânea de tarefas - Tema Dados e Probabilidades (9.º ano de escolaridade)

**Autores:**

Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

**Imagem da capa:**

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/>.

**Data**

Lisboa, setembro de 2024



Os autores agradecem o precioso contributo do professor João Almiro pela colaboração na revisão do texto.



# Índice

[Introdução](#)

[Planificação a longo prazo](#)

[Tema: Dados e Probabilidades](#)

[Probabilidades](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa 1 - Moedas voadoras](#)

[Tarefa 2 - Outros diagramas nas probabilidades](#)

[Tarefa 3 - Mais probabilidades](#)

[Dados](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa - Desenvolver um estudo estatístico](#)



# Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2023/24 nas duas turmas de 9.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais perceptível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*, nomeadamente para o 9.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2023/24, no âmbito das *Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática*, em duas turmas do 9.º ano



de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 9.º ano de escolaridade do Ensino Básico.



# Planificação a longo prazo

TEMA	TÓPICOS	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
<b>GEOMETRIA (E NÚMEROS)</b>	Números Racionais (8.º ano) <ul style="list-style-type: none"> <li>Raiz cúbica</li> </ul> Figuras no espaço (8.º ano) <ul style="list-style-type: none"> <li>Área da superfície de prismas retos, pirâmides regulares, cilindros, cones</li> </ul>	6	<b>1.º Período</b> <b>61</b>
<b>NÚMEROS</b>	Números Reais	15	
<b>ÁLGEBRA</b>	Expressões algébricas e equações (8.º ano) <ul style="list-style-type: none"> <li>Equações literais</li> <li>Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas</li> </ul>	15	
<b>DADOS E PROBABILIDADES</b>	(8.º e 9.º anos) Questões estatísticas e recolha de dados	4	
<b>ÁLGEBRA</b>	Funções <ul style="list-style-type: none"> <li>Função de proporcionalidade inversa</li> </ul>	7	
<b>GEOMETRIA</b>	Operações com figuras (7.º ano) <ul style="list-style-type: none"> <li>Critérios de semelhança de triângulos</li> <li>Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes</li> </ul>	8	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
<b>GEOMETRIA</b>	Figuras planas <ul style="list-style-type: none"> <li>Razões trigonométricas no triângulo retângulo</li> </ul>	10	<b>2.º Período</b> <b>54</b>
<b>DADOS E PROBABILIDADES</b>	(8.º e 9.º anos) Organização de dados e representações gráficas	10	
<b>ÁLGEBRA</b>	Expressões algébricas, equações e inequações <ul style="list-style-type: none"> <li>Casos notáveis da multiplicação de binómios</li> <li>Decomposição de polinómios em fatores</li> <li>Equações de 2.º grau a uma incógnita</li> <li>Resolução de equações de 2.º grau a uma incógnita</li> </ul>	20	
<b>DADOS E PROBABILIDADES</b>	Probabilidades	8	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
<b>ÁLGEBRA</b>	Funções <ul style="list-style-type: none"> <li>Funções quadráticas da forma <math>f(x) = ax^2, a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}</math></li> </ul>	6	<b>3.º Período</b> <b>34</b>
<b>GEOMETRIA</b>	Figuras planas <ul style="list-style-type: none"> <li>Ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência</li> <li>Construções e lugares geométricos</li> </ul>	12	
<b>DADOS E PROBABILIDADES</b>	(8.º e 9.º anos) Análise de dados, comunicação e divulgação do estudo	4	
<b>ÁLGEBRA</b>	Expressões algébricas, equações e inequações <ul style="list-style-type: none"> <li>Inequações do 1.º grau a uma incógnita</li> <li>Resolução de inequações</li> </ul>	6	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
<b>Total</b>		<b>128</b>	

**Nota:** Parte do tema de Dados foi trabalhado a partir do desenvolvimento de trabalho de projeto. As aulas previstas não foram realizadas de forma sequencial, mas sim, intercaladas com outros temas, ao longo dos três períodos.

A planificação a longo prazo foi definida com a intenção de recuperar alguns tópicos que não foram abordados, ou foram abordados de forma parcial, ou de forma incompleta, nos anos letivos anteriores. Procurou-se que esta abordagem fosse integrada com os temas do 9.º ano.



# Tema: Dados e Probabilidades

*Pretende-se que o estudo dos Dados crie oportunidades para que os alunos continuem a desenvolver uma sólida literacia estatística. Assim, procura-se que os alunos sejam capazes de usar dados para produzir informação para conhecer o que os rodeia, fundamentar decisões e colocar novas questões. Em cada ano devem ser trabalhadas todas as fases de um estudo estatístico, desde a identificação de questões com relevância, até à comunicação do trabalho desenvolvido, podendo este trabalho traduzir-se pelo desenvolvimento de um estudo estatístico ou pela análise de estudos, ou suas componentes, realizadas por outros e divulgados nos media. Devem ainda ser acrescentados elementos de complexidade crescente, ampliando as possibilidades de tratamento e representação dos dados trabalhados, enriquecendo o conjunto de representações gráficas disponíveis para os alunos.*

*O desenvolvimento do raciocínio probabilístico dá seguimento ao trabalho iniciado nos ciclos anteriores e permite a formalização de duas definições de probabilidade, assentes em vertentes experimentais e teóricas.*

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática*, 7.º ano, 3.º ciclo do EB (p. 10). DGE, ME.



# Tópico

## Probabilidades



## Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	<a href="#">Tarefa 1</a> - Moedas voadoras	<ul style="list-style-type: none"> <li>Formas de representar acontecimentos</li> <li>Regra de Laplace</li> </ul>					X	X		X			X			X
2	<a href="#">Tarefa 2</a> - Outros diagramas nas probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>Formas de representar acontecimentos</li> <li>Regra de Laplace</li> <li>Operações com acontecimentos</li> </ul>		X			X		X			X			X	
3	<a href="#">Tarefa 3</a> - Mais probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> <li>Regra de Laplace</li> <li>Probabilidade da união de acontecimentos disjuntos</li> </ul>		X		X				X				X		

### Legenda

RP - Resolução de Problemas  
 RM - Raciocínio Matemático  
 PC - Pensamento Computacional  
 Com - Comunicação Matemática  
 Re - Representações Matemáticas  
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo  
 E - Relacionamento interpessoal  
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia  
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico  
 Cri - Criatividade  
 Col - Colaboração  
 AC - Autoconfiança  
 Aut - Autorregulação  
 IA - Iniciativa e Autonomia  
 Per - Perseverança  
 Val - Valorização do papel da Matemática



# Tarefa 1 - Moedas voadoras

## Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Representar acontecimentos por meio de diagramas de Venn, de diagramas em árvore e de tabelas;
- Calcular probabilidades usando a regra de Laplace, nas situações em que se aplica;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

Após a exploração das duas primeiras questões, foram evidenciadas as vantagens e constrangimentos da utilização de tabelas e diagramas em árvore.

O conceito de probabilidade foi agora trabalhado usando a regra de Laplace.



## Moedas voadoras

1. Considera a experiência aleatória que consiste em lançar duas moedas ao ar e anotar o número de vezes que se observam as duas faces nacionais viradas para cima.



Face Nacional



Face comum

- 1.1. Lança as duas moedas 10 vezes e regista quantas vezes as moedas ficam com as duas faces nacionais voltadas para cima.
  - 1.2. Observa o registo da professora com os dados de todos os alunos.  
Qual a probabilidade estimada de obter duas faces nacionais no lançamento de duas moedas?
  - 1.3. Qual o espaço amostral da experiência? Qual(is) desses acontecimentos é(são) favorável(eis) à obtenção de duas faces nacionais?
  - 1.4. Qual é a proporção entre o número de acontecimentos favoráveis à obtenção de duas faces nacionais e o número de acontecimentos possíveis.
2. Considera a experiência aleatória que consiste em lançar três moedas diferentes e anotar as faces que ficaram voltadas para cima.
    - 2.1. Qual o espaço amostral desta nova experiência? Apresenta um esquema que te permita organizar os resultados obtidos.
    - 2.2. Qual(is) desses acontecimentos é(são) favorável(eis) à obtenção de duas faces nacionais?
    - 2.3. Qual é a proporção entre o número de acontecimentos favoráveis à obtenção de duas faces nacionais e o número de acontecimentos possíveis.
    - 2.4. Calcula a probabilidade dos seguintes acontecimentos:
      - 2.4.1. A: “Obter 3 faces comuns voltadas para cima”
      - 2.4.2. B: “Obter apenas 1 face nacional voltada para cima”
      - 2.4.3. C: “Obter pelo menos 2 faces comuns voltadas para cima”

3. Considera a experiência que consiste em lançar dois dados cúbicos, com as faces numeradas de 1 a 6, e registar a soma dos números das faces viradas para cima.

Determina, recorrendo a um esquema, a probabilidade de:

- 3.1. sair soma 2;
- 3.2. sair soma inferior a 6;
- 3.3. sair soma par;
- 3.4. sair soma 1.

4. Um agrupamento de escolas tem 1350 alunos. Destes alunos, estão inscritos no Desporto Escolar 615 alunos.

Seleciona-se, ao acaso, um aluno deste agrupamento.

Assinala a opção que apresenta a probabilidade de esse aluno estar inscrito no Desporto Escolar.

(A)  $\frac{1}{615}$

(B)  $\frac{41}{90}$

(C)  $\frac{49}{90}$

(D)  $\frac{41}{49}$

(Fonte: Adaptado de IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, 2.ª fase)



## Tarefa 2 - Outros diagramas nas probabilidades

### Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Representar acontecimentos por meio de diagramas de Venn, de diagramas em árvore e de tabelas;
- Calcular probabilidades usando a regra de Laplace, nas situações em que se aplica;
- Atribuir significado à união e interseção de acontecimentos;
- Reconhecer e dar exemplos de acontecimentos complementares e contrários;
- Reconhecer acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

As operações com acontecimentos foram trabalhadas a partir de diagramas de Venn.



## Outros diagramas nas probabilidades

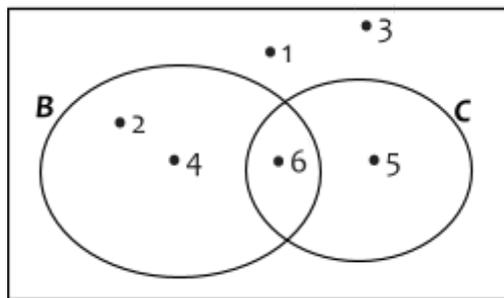
1. Considera a experiência que consiste em lançar um dado cúbico e registar o número de pintas que está na face voltada para cima.

Considera ainda os seguintes acontecimentos:

- $A$ : "Sair número 4"
- $B$ : "Sair número par"
- $C$ : "Sair número maior que 4"
- $D$ : "Sair número ímpar"



- 1.1. Representa na forma de conjunto cada um dos acontecimentos anteriores.
- 1.2. Determina a probabilidade de cada um dos acontecimentos anteriores.
- 1.3. A Leonor apresentou um esquema, que designamos por Diagrama de Venn, que representa os acontecimentos  $B$  e  $C$ .



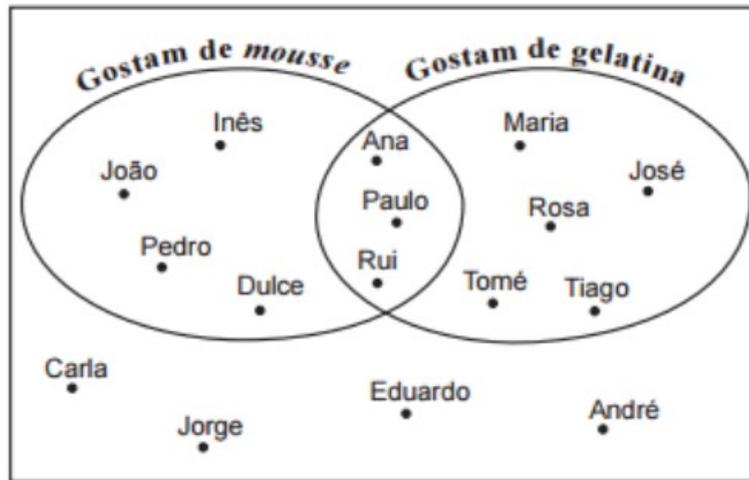
Representa na forma de conjunto cada um dos acontecimentos seguintes e descreve o seu significado em linguagem corrente:

- 1.3.1.  $B \cup C$
- 1.3.2.  $B \cap C$
- 1.3.3.  $\overline{B}$

Nota:  $\overline{B}$  é o acontecimento contrário de  $B$ , ou seja,  $B$  é representado pelo conjunto de todos os elementos do espaço amostral que não pertencem a  $B$ .

- 1.4. Desenha outro diagrama de Venn que represente os acontecimentos  $A$  e  $D$ .  
Escreve na forma de conjunto o acontecimento  $A \cap D$ .
- 1.5. Desenha outro diagrama de Venn que represente os acontecimentos  $B$  e  $D$ . O que podes concluir acerca do acontecimento  $B \cap D$ .

2. Na festa de anos do Miguel, perguntou-se aos 16 convidados se gostavam de mousse de chocolate e se gostavam de gelatina. No diagrama seguinte, está representada a distribuição dos convidados da festa de anos do Miguel, de acordo com as respostas dadas.



- 2.1. Escolhendo ao acaso um dos convidados, determina a probabilidade dos seguintes acontecimentos:
- 2.1.1. gostar de gelatina.
  - 2.1.2. gostar das duas sobremesas;
  - 2.1.3. gostar apenas de gelatina;
  - 2.1.4. não gostar de gelatina.
  - 2.1.5. não gostar de ambas as sobremesas.
- 2.2. Indica dois acontecimentos:
- 2.2.1. contrários;
  - 2.2.2. disjuntos, mas não contrários.

(Fonte: Adaptado de IAVE (2015), Prova Final 3.º Ciclo, Época especial)

3. O clube desportivo Boa Forma tem 145 sócios.  
Entre outras modalidades, os sócios podem praticar basquetebol e voleibol no clube.  
Relativamente à totalidade dos sócios deste clube, sabe-se que:

- 50 sócios praticam basquetebol;
- 85 sócios praticam voleibol;
- 40 sócios não praticam nenhuma dessas duas modalidades.

Seleciona-se, ao acaso, um dos sócios.

Qual é a probabilidade de o sócio selecionado praticar basquetebol e voleibol? Apresenta o valor pedido na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Fonte: Adaptado de IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, 2.ª fase)



# Tarefa 3 - Mais probabilidades

## Notas para o professor:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Calcular probabilidades usando a regra de Laplace, nas situações em que se aplica;
- Calcular a probabilidade da união de acontecimentos disjuntos;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

As questões 5 e 6 podem surgir como forma de trabalho autónomo fora da sala de aula.



## Mais probabilidades

1. Considera a experiência que consiste em rodar uma roleta, numerada de 1 a 8, e anotar o número assinalado pela seta do topo.

1.1. Considera ainda os seguintes acontecimentos:

$A$ : "Sair número ímpar"

$B$ : "Sair número primo"

$C$ : "Sair número par"

1.1.1. Calcula a probabilidade do acontecimento  $A \cup C$ . Compara o seu resultado com  $P(A) + P(C)$ .

1.1.2. Será que a relação anterior também se verifica com os acontecimentos  $A$  e  $B$ ? E com os acontecimentos  $B$  e  $C$ ?

1.1.3. Qual é a condição necessária para que a relação que identificaste se verifique?

1.2. Indica dois acontecimentos, diferentes dos anteriores, onde:

1.2.1. a probabilidade da sua união seja igual à soma das suas probabilidades;

1.2.2. a probabilidade da sua união seja diferente da soma das suas probabilidades.

2. Os 20 alunos de uma turma do 9.º ano vão participar numa visita de estudo ao Parque Arqueológico do Vale do Côa.

Os alunos organizaram-se em equipas, de acordo com a tabela seguinte.

	Equipa Arte do Côa	Equipa Vale do Côa	Equipa Museu do Côa	Equipa Parque do Côa
Número de rapazes	3	4	1	2
Número de raparigas	2	1	4	3

2.1. A Maria faz parte de uma destas equipas.

Selecionando, ao acaso, um aluno da equipa da Maria, a probabilidade de ele ser rapaz é  $\frac{4}{5}$ .

Assinala a opção que identifica a equipa da Maria.

(A) Equipa Arte do Côa

(B) Equipa Vale do Côa

(C) Equipa Museu do Côa

(D) Equipa Parque do Côa



2.2. Vão ser selecionados, ao acaso, para percorrerem o Rio Côa em caiaque, dois alunos da turma, um da equipa Arte do Côa e outro da equipa Museu do Côa.

Qual é a probabilidade de os dois alunos selecionados serem raparigas?

Apresenta o valor pedido na forma de fração.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2.3. Considerando os acontecimentos A: "Ser rapaz" e B: "Pertencer à equipa Parque do Côa", justifica que a probabilidade da união de A com B não é igual à soma das probabilidades de A e B.

(Fonte: Adaptado de IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, Época Especial)

3. Até à 27.ª jornada da liga portuguesa de futebol de 23/24, os dois melhores marcadores tem os seus golos distribuídos segundo a seguinte tabela:

	Viktor Gyökeres	Simon Banza
Cabeça	1	10
Pé / outro	21	11

Se escolhermos um dos golos marcados, ao acaso, indica a probabilidade de esse golo:

3.1. ser marcado pelo Simon Banza;

3.2. não ser de cabeça;

3.3. ser marcado pelo Viktor Gyökeres e ser marcado de cabeça;

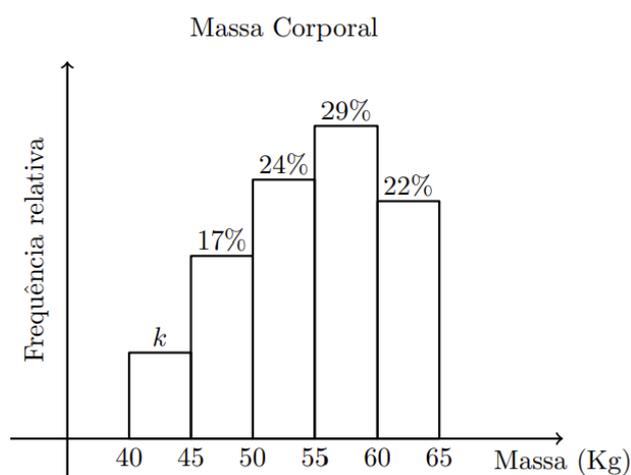
3.4. ser marcado pelo Viktor Gyökeres ou ser marcado de cabeça.

4. O histograma da figura ao lado representa a distribuição da massa corporal de um grupo de alunos.

A frequência relativa da classe  $[40, 45[$  está representada, em percentagem, por  $k$ .

4.1. Seleciona-se, ao acaso, um dos alunos do grupo. Qual é a probabilidade de a sua massa corporal ser inferior a 45 kg?

4.2. Num grupo de 1500 alunos, quantos serão os que podem apresentar um índice de massa corporal superior ou igual a 55 kg?



(Fonte: Adaptado de IAVE (2017), Prova Final 3.º Ciclo, 2ª fase)



5. Aproxima-se o fim do 9.º ano, que representa o fim de um ciclo. A turma do António resolveu comemorar a ocasião com um baile de gala. Indeciso sobre o que vestir, o António resolveu ver a roupa que tinha para utilizar nesta cerimónia:

- fato cinzento ou fato azul;
- camisa branca ou camisa preta;
- gravata azul, vermelha ou verde.

Qual é a probabilidade, de o António ter escolhido uma roupa em que use camisa branca e não escolha gravata verde?

6. 200 alunos da escola do António irão matricular-se, no 10.º ano, em Cursos Científico-Humanísticos.

Relativamente às opções disponibilizadas, sabe-se que:

- 100 alunos optarão pela disciplina de Biologia e Geologia;
- 120 alunos optarão pela disciplina de Física e Química A;
- 70 alunos não optarão por nenhuma das disciplinas.

Seleciona-se, ao acaso, um dos alunos.

Qual é a probabilidade de o aluno selecionado ir optar por Biologia e Geologia, mas não optar por Física e Química A? Apresenta o valor pedido na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.



# Tópico

## Dados



## Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
15	<a href="#">Tarefa</a> - Desenvolver um estudo estatístico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Questões estatísticas</li> <li>• Fonte e métodos de recolha de dados</li> <li>• Agrupamento de dados contínuos em classes</li> <li>• Organização de dados</li> <li>• Diagrama de extremos e quartis</li> <li>• Histograma</li> <li>• Diagramas de extremos e quartis paralelos</li> <li>• Análise crítica de gráficos</li> <li>• Resumo de dados</li> <li>• Interpretação e conclusão</li> <li>• Público-alvo e recursos para a divulgação do estudo e para a comunicação oral e escrita</li> <li>• Análise crítica da comunicação</li> </ul>	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

### Legenda

RP - Resolução de Problemas  
 RM - Raciocínio Matemático  
 PC - Pensamento Computacional  
 Com - Comunicação Matemática  
 Re - Representações Matemáticas  
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo  
 E - Relacionamento interpessoal  
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia  
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico  
 Cri - Criatividade  
 Col - Colaboração  
 AC - Autoconfiança  
 Aut - Autorregulação  
 IA - Iniciativa e Autonomia  
 Per - Perseverança  
 Val - Valorização do papel da Matemática



# Tarefa - Desenvolver um estudo estatístico

## Notas para o professor:

A exploração da tarefa, nas suas diferentes fases, procura contribuir para o desenvolvimento de todos os objetivos de aprendizagem relativos aos tópicos dos Dados, para além dos seguintes:

- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões);
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Trabalhar com outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

### **Guião do trabalho do professor**

No tema Dados e Probabilidades, tal como já tinha acontecido no 7.º ano, a parte respeitante aos Dados foi trabalhada de forma distinta dos outros temas matemáticos. Não teve por base tarefas escritas propostas aos alunos, mas assentou em muita discussão oral entre professor/alunos e alunos/alunos, assente no desenvolvimento do projeto que tinham decidido desenvolver. Este foi trabalhado ao longo dos três períodos letivos, sobretudo porque a recolha de dados, ao contrário do que aconteceu no 7.º ano, não foi feita apenas na própria turma. Assim, num primeiro momento, definiu-se o tema e as questões que os alunos queriam ver respondidas, decidiu-se a metodologia de recolha dos dados, bem como a forma de apresentação e divulgação dos resultados. Numa segunda fase, foram trabalhados os dados obtidos, recuperando e introduzindo conceitos e representações, em resposta às necessidades do desenvolvimento do trabalho dos grupos. Por fim, foi dado espaço para a análise dos dados e respetiva materialização da forma de apresentação e divulgação. A natureza do trabalho realizado, por se estender ao longo dos três períodos letivos, contribuiu para o desenvolvimento da perseverança dos alunos. À medida que o trabalho progrediu, foram introduzidos novos conceitos matemáticos para dar resposta a necessidades específicas do desenvolvimento do estudo estatístico, relativos ao 9.º ano, bem como do 8.º ano, por não terem sido trabalhados no ano letivo anterior, numa das turmas de antecipação. Para



além do trabalho desenvolvido na sala de aula, houve momentos extra-aula em que os alunos foram apoiados pelo professor.

### **Questões estatísticas, recolha e organização de dados**

Os temas dos trabalhos desenvolvidos procuraram ir ao encontro dos interesses dos alunos, respeitando, deste modo, as atuais orientações curriculares. Em ambas as turmas definiu-se um tema e um conjunto de questões que gostariam de ver esclarecidas.

Nas duas turmas o tema escolhido foi “9.º ano... e agora?!”. Numa das turmas procurou-se perceber as razões que poderiam influenciar a escolha da área de prossecução de estudos, e o grau de identificação dos alunos com a área escolhida, tendo optado por apresentar um questionário a alunos do 9.º ano e outro a alunos do 10.º ano, da sua escola. Na outra turma, procurou-se perceber as características escolares dos alunos, se o nível obtido no 9.º ano na disciplina de matemática influenciou a sua escolha, e aferir o grau de satisfação dessa opção, tendo sido aplicado um questionário a todos os alunos das turmas de 10.º ano da escola. Estas escolhas constituíram um contexto favorável ao desenvolvimento da criatividade dos alunos.

Após a definição dos temas a trabalhar, os grupos apresentaram propostas de questões estatísticas a contemplar, o que levou a que tivessem sido criadas condições para o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos.

Numa primeira fase, as diferentes questões colocadas pelos alunos foram potenciadoras da discussão coletiva em torno da tipologia de variáveis a trabalhar e dos dados a recolher, bem como a sua possibilidade de serem agrupados em classes, tendo o professor assumido o papel de induzir as escolhas dos alunos, com a intencionalidade de permitir trabalhar os diferentes tipos de dados e representações que se pretendia que fossem estudados.

Numa segunda fase, na sequência de um olhar crítico sobre as primeiras questões propostas pelos grupos, estas foram sujeitas a reformulações e debatidas as propostas de melhoria, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da autorregulação dos alunos. De entre os diferentes métodos de recolha de dados explorados, os alunos optaram por construir um questionário, tendo sido valorizada a sua iniciativa e autonomia. Posteriormente, os questionários foram aplicados às turmas, com recurso a “Formulários do Google”. Os dados recolhidos, organizados em tabelas, foram disponibilizados aos alunos para serem posteriormente tratados.

Os grupos trabalharam colaborativamente as questões, contribuindo para um projeto comum à turma, promovendo a sua capacidade de trabalhar com outros. O professor procurou que o trabalho de todos os alunos fosse suficientemente abrangente no que toca ao tratamento de variáveis e à diversidade de representações gráficas, e que contemplasse as diferentes medidas de localização e de dispersão.

Os alunos construíram tabelas de frequência, mobilizando conhecimentos de anos anteriores, e também procurando apresentar soluções, negociadas com a mediação do professor, para ultrapassar dificuldades inerentes à identificação dos diferentes quartis e da amplitude interquartil, não trabalhados no 8.º ano.

### **Representações gráficas**

Após a organização dos dados em tabelas, os alunos sentiram a necessidade de fazer a sua apresentação na forma de gráficos. Dando resposta a esta necessidade, foi possível explorar os vários tipos de gráficos que referiram ser-lhes familiares e acrescentar o histograma e diagrama de extremos e quartis (incluindo situações com diagramas paralelos). Desta exploração, foi possível focar a atenção na adequação de cada representação gráfica ao tipo de dados a trabalhar e despoletar a necessidade de diversificar, utilizando outros tipos de representações gráficas. Foi dada especial atenção aos elementos que devem constar nos gráficos, nomeadamente a fonte, o título e a legenda. Com a análise crítica dos gráficos produzidos e das escalas



utilizadas, foi possível discutir a sua adequação ao pretendido, constituindo um contexto favorável ao desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

### **Análise de dados**

Após a análise das tabelas e das representações gráficas, foram trabalhadas as medidas de localização e as de dispersão. Foram mobilizados os conhecimentos dos alunos sobre a moda, a média, a mediana e a amplitude, e introduzido o conceito de quartil e de amplitude interquartil. O estudo destas medidas contribuiu significativamente para a análise crítica dos dados recolhidos.

Dos resultados obtidos, foram destacadas algumas conclusões. Numa das turmas, os alunos referiram que, naquela escola, ainda há muita indecisão entre os alunos do 9.º ano sobre a área de estudos a seguir, mas a maioria considera que o principal fator que está a influenciar a escolha é a profissão de sonho, e o de menor influência é a orientação vocacional. Para os alunos do 10.º ano, o fator que influenciou a escolha foi também a profissão de sonho. Em ambos os casos surgiu com alguma relevância para a decisão, as classificações obtidas nas disciplinas de Português e Matemática, bem como as disciplinas favoritas. Foi possível constatar que, genericamente, os alunos do 9.º ano dedicam menos horas de estudo na preparação dos momentos de avaliação do que os alunos do 10.º ano e que a esmagadora maioria destes não revela arrependimento na área de estudo escolhida.

Na outra turma, os alunos concluíram que, naquela escola, era no curso de ciências e tecnologias que se encontravam os alunos com níveis mais elevados na disciplina de matemática, que sofreram uma maior influência externa na sua decisão e em que se verificava a maior percentagem de alunos insatisfeitos com a opção realizada. Destacaram ainda que no curso de ciências socioeconómicas estava a maior percentagem de alunos satisfeitos com a sua opção. Nos cursos profissionais, os alunos referiram, na sua maioria, terem tomado a decisão sem influências de fatores externos. Com surpresa, referiram que consideravam terem surgido respostas contraditórias, obtidas no questionário aplicado nas turmas do ensino profissional, por uma maioria significativa referir terem obtido nível 5 na disciplina de Matemática, no 9.º ano, e ser essa a disciplina onde, no 10.º ano, apresentam mais dificuldades e menor sucesso. Desta análise surgiu mais uma discussão interessante, que se relacionou com a falta de confiança nas respostas obtidas, e a conseqüente falta de validade das conclusões. Em ambos os casos, a análise de dados promoveu a oportunidade de valorizar o papel da Matemática para o conhecimento de aspetos da vida real.

### **Comunicação e divulgação do estudo**

Todos os grupos apresentaram os trabalhos, na turma, sobre a forma de póster digital.

Cada grupo procedeu à apresentação do seu trabalho, focando-se, em ambas as turmas, nas conclusões retiradas desses trabalhos. Numa das turmas, foi igualmente discutida a forma de ultrapassar as dificuldades encontradas. Estas apresentações constituíram mais um momento de aprendizagem e discussão coletiva, em torno de um trabalho de projeto comum.

A planificação do projeto contemplou sempre a intenção de uma divulgação mais alargada à comunidade escolar, nomeadamente através da página do Agrupamento/Escola, impressão dos pósteres para afixação em expositores em espaços comuns da escola, e também a divulgação nas sessões de orientação vocacional, promovidas habitualmente nas duas escolas. Apesar desta intenção ter estado sempre presente, durante a execução do projeto, nem todas estas formas de divulgação puderam ser concretizadas como se previa.

