Aprendizagens Essenciais em Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas

6.º ano de escolaridade

Elvira Santos
Lina Brunheira
Irene Martins
Susana Serra

Outubro de 2023

Cofinanciado por:

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas - 6.º ano de escolaridade

Autores:
Elvira Santos, Lina Brunheira, Irene Martins e Susana Serra

Imagem da capa:
Turma da generalização antecipada das Aprendizagens Essenciais em Matemática, 6.º ano, 2022/23.

Data
Outubro de 2023

Índice

Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2022/23 nas duas turmas de 6.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais percetível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, a coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico, nomeadamente para o 6.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2022/23, no âmbito das Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática, em duas turmas do 6.º ano de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os dois elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 6.º ano de escolaridade do Ensino Básico.

Planificação a longo prazo

TEMA	TÓPICOS	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
GEOMETRIA	Figuras planas Operações com figuras	44	**1.º Período 62**
NÚMEROS	Números naturais	12	
Momentos formais de Avaliação Sumativa. Autoavaliação e heteroavaliação		6	
NÚMEROS	Frações	32	**2.º Período 57**
ÁLGEBRA	Regularidades em sequências	19	
Momentos formais de Avaliação Sumativa. Autoavaliação e heteroavaliação		6	
NÚMEROS	Números naturais	4	**3.º Período 41**
ÁLGEBRA	Proporcionalidade direta	12	
DADOS	Questões estatísticas, recolha e organização de dados Representações gráficas Análise de dados Comunicação e divulgação do estudo	12	
GEOMETRIA	Figuras planas Figuras no Espaço - Volume	8	
PROBABILIDADES	Acontecimentos	3	
Momentos formais de Avaliação Sumativa. Autoavaliação e heteroavaliação		2	
	Total	160	

Nota: Na distribuição dos tempos nos vários conteúdos foram contempladas aulas para reforço das aprendizagens, bem como para o desenvolvimento do trabalho no contexto dos DAC. Numa das turmas que operacionalizou o programa, o calendário escolar foi organizado em semestres. Contudo, a planificação inicial não se distinguiu significativamente da apresentada.

Apesar de apresentarmos a planificação de acordo com o previsto no início do ano letivo, a lecionação dos tópicos não se veio a efetivar dessa forma. Assim, os tópicos *Figuras no espaço* e *Acontecimentos* ficaram por lecionar, o que se deveu essencialmente à recuperação de aprendizagens enquadradas no 5.º ano, quer no que respeita a conteúdos matemáticos, capacidades e atitudes transversais que foram comprometidas nos anos anteriores devido à pandemia. Os conteúdos trabalhados no tópico *Regularidades em sequências* foram integrados nos restantes conteúdos.

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

		Números	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
#	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	**RP**	**RM**	**PC**	**Com**	**Re**	**Con**	**PC (D)**	**Cri (D)**	**Col (E)**	**AC (F)**	**Aut (F)**	**IA (F)**	**Per (F)**	**Val (I)**
7	Medicamentos a tempo e horas	• Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum	x			x		x				x				x
8	De volta às rosáceas	• Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum		x				x	x			x		x		
9	Embalagens de velas	• Decomposição em fatores primos	x			x	x								x	x
10	Vamos arrumar berlindes	• Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum	x								x	x				
11	Quadrados e mais quadrados	• Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum	x			x							x		x	
12	Venda de bolos	• Frações irredutíveis		x			x		x		x					
13	As cigarras e os primos	• Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum		x		x		x						x	x	x
14	Frações, para que vos quero?*	• Adição e subtração de frações				x	x									x
15	Combinando peças do Tangram	• Adição e subtração de frações	x	x		x	x		x		x	x			x	
16	De regresso à tarefa *Frações, para que vos quero?**	• Multiplicação entre naturais e frações	x	x		x	x		x							x

17	Multiplicação de frações	• Multiplicação de frações		x			x		x		x				x	
18	Inverso de um número	• Multiplicação de frações		x			x					x				
19	Encher garrafas	• Divisão de frações	x	x		x	x		x		x					x
20	Multiplicação de potências	• Potências do tipo $(a/b)^n$		x			x		x		x					
A	10 num minuto	• Cálculo mental		x		x	x					x			x	
B	Desafio com dados	• Cálculo mental • Expressões numéricas				x	x					x	x		x	

* As tarefas assinaladas com o asterisco correspondem ao desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relativas ao 5.º ano.

		Álgebra	Capacidades matemáticas						Capacidades e atitudes gerais							
#	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	**RP**	**RM**	**PC**	**Com**	**Re**	**Con**	**PC (D)**	**Cri (D)**	**Col (E)**	**AC (F)**	**Aut (F)**	**IA (F)**	**Per (F)**	**Val (I)**
21	A limonada da Maria	• Relação de proporcionalidade direta	x			x	x	x		x	x			x		x
22	Ampliar o puzzle	• Razão, proporção e constante de proporcionalidade	x	x		x		x	x		x		x		x	

		Dados	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais							
	Nome da Tarefa	**Subtópicos**	**RP**	**RM**	**PC**	**Com**	**Re**	**Con**	**PC (D)**	**Cri (D)**	**Col (E)**	**AC (F)**	**Aut (F)**	**IA (F)**	**Per (F)**	**Val (I)**
23	Peso das mochilas	• Questões estatísticas • Fontes e métodos de recolha de dados • Tabelas de frequências organizadas em classes • Gráficos de caule-e-folhas • Histogramas • Resumo dos dados • Interpretação e conclusão	x			x		x	x		x					x

		Geometria e medida	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
#	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	**RP**	**RM**	**PC**	**Com**	**Re**	**Con**	**PC (D)**	**Cri (D)**	**Col (E)**	**AC (F)**	**Aut (F)**	**IA (F)**	**Per (F)**	**Val (I)**
1	Rotação	• Construção de imagens de figuras por rotação					x						x	x	x	
2	Bandeiras à roda	• Construção de imagens de figuras por rotação		x			x				x		x		x	
3	Os azulejos na rua do Porto	• Simetrias de rotação e reflexão		x		x		x			x					x
4	Vamos explorar as rosáceas	• Simetrias de rotação e reflexão		x				x	x							x
5	Vamos construir rosáceas	• Simetrias de rotação e reflexão			x			x	x				x		x	x

		Geometria e medida	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
6	Mais relações entre ângulos de triângulos	• Ângulos suplementares e complementares		x		x			x							x
24	Classificação de polígonos	• Polígonos côncavos e convexos • Polígonos regulares e irregulares		x		x			x		x		x		x	
25	Área do triângulo*	• Área do triângulo		x		x					x		x		x	
26	Perímetro do círculo	• Perímetro do círculo		x				x	x		x		x		x	
27	Área do círculo	• Área do círculo		x		x			x						x	

* As tarefas assinaladas com o asterisco correspondem ao desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relativas ao 5.º ano.

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PC - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização da Matemática

TAREFAS

Tarefa 1 - Rotação

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir as imagens de um ponto por rotação, com um centro fixo e diferentes ângulos, e reconhecer que todas estão contidas numa circunferência cujo centro é o centro de rotação.
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.
- Tomar decisões fundamentadas por argumentos próprios.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

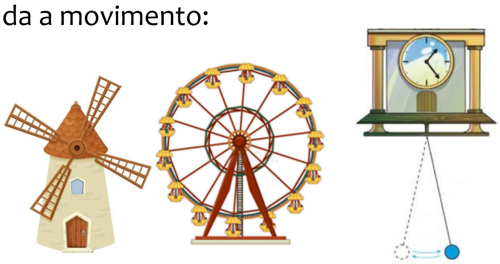
A tarefa adequa-se a ser trabalhada individualmente, incentivando os alunos a recorrer à descrição dos passos a percorrer para recordar as instruções dadas pelo professor. São conhecidas as habituais dificuldades dos alunos em posicionar corretamente o transferidor e selecionar a escala que devem usar, pelo que é importante rever estes aspetos com os alunos e, sobretudo, ajudá-los a interpretar o significado dessas ações. É também relevante analisar criticamente a solução obtida, através da visualização do ângulo de rotação.

Recursos: Régua, compasso e transferidor.

Rotação

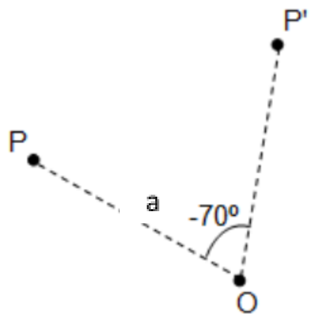
Na linguagem corrente usamos a palavra “rotação” associada a movimento:

- Movimento da roda gigante;
- Movimento do pêndulo de um relógio;
- Movimento de rotação das velas de um moinho.



Em Geometria plana, a palavra “rotação” refere-se a uma correspondência entre pontos do plano.

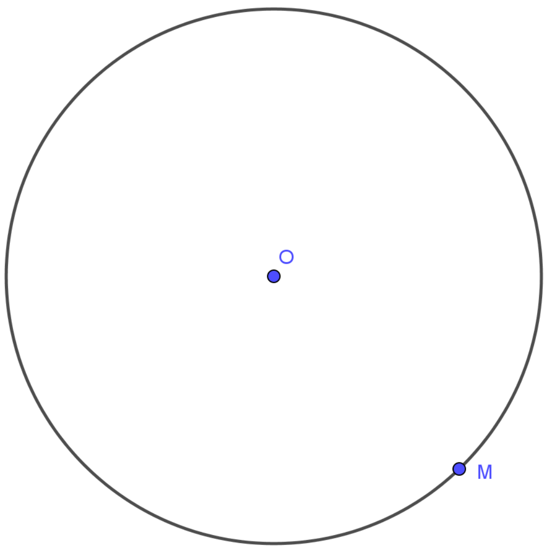
Exemplo: Imagem de um ponto através de uma rotação



Na figura o ponto P' é imagem do ponto P por rotação de **centro** O e **ângulo** - 70º (com **sentido** negativo, sentido horário).

Construção da imagem de um ponto através de uma rotação, usando régua, transferidor e compasso.

1. Vamos construir a imagem do ponto M através de uma rotação de centro O e de amplitude 120º (no sentido anti-horário, ou seja, sentido positivo). Segue as instruções da caixa de texto.



1.º Começa por traçar, com a régua, a semirreta OM;

2.º Coloca o centro do transferidor no ponto O, alinha a marca de 0º com a semirreta OM e assinala o ponto que corresponde 120º no sentido positivo;

3º Traça a semirreta com origem no ponto O e a passar pelo ponto correspondente a 120º.

4. Chama M' ao ponto de interseção da semirreta com a circunferência.

2. Constrói a imagem do ponto A por uma rotação de centro O e 40º de amplitude, no sentido positivo. Segue, de novo, as instruções.

1.º Começa por traçar, com a régua, a semirreta OA;

2.º Coloca o centro do transferidor no ponto O, alinha a marca de 0º com a semirreta OA de modo a marcares um ângulo amplitude igual a 40º no sentido positivo;

3º Traça uma semirreta com origem em O e com abertura de 40º (lado do ângulo)

4º Abre o compasso com a medida do comprimento do segmento de reta [OA] e desenha um arco com essa abertura e que intersete o lado extremidade do ângulo assinalado anteriormente. Chama A' ao ponto de interseção.

3. Revê os passos dados e constrói a imagem do ponto A por uma rotação de centro O e 40º de amplitude, no sentido negativo.

Tarefa 2 - Bandeiras à roda

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir a imagem de polígonos (triângulos ou quadriláteros) por rotação dado o centro e o ângulo orientado, usando um AGD.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas.
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Trabalhar com os outros.
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Para esta tarefa, sugere-se que os alunos se organizem em pares e que cada par disponha de um computador ou *tablet*. Se existir acesso à Internet, os alunos poderão aceder ao manipulável virtual através do link apresentado no enunciado. Se o sinal de rede de Internet for instável, a turma poderá trabalhar offline. Para tal é necessário que os dispositivos tenham o GeoGebra instalado e, previamente, tenha sido descarregado o ficheiro da construção acessível a partir do link no enunciado (primeiro "Abrir com uma App GeoGebra" e fazer o "Download").

A manipulação das bandeiras orientada pelas questões formuladas pretende que os alunos compreendam as propriedades da rotação que devem ser sistematizadas coletivamente na questão 7. A questão 8 pode levar a algumas dificuldades no registo das posições exatas das bandeiras e é importante incentivar os alunos a serem persistentes e compararem os registos com as imagens do ecrã.

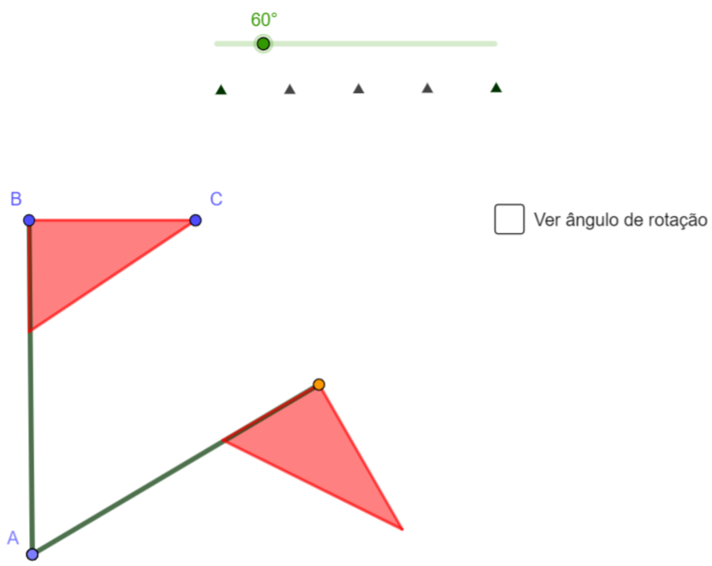
Note-se que há algumas questões que recuperam conteúdos de 4.º ano e que, para estas turmas, eram desconhecidas (o mesmo acontecerá para as turmas de 6.º ano até ao ano letivo 2024/25).

Recursos: Computador ou *tablet* com acesso à Internet ou com o GeoGebra instalado e o ficheiro descarregado.

Bandeiras à roda

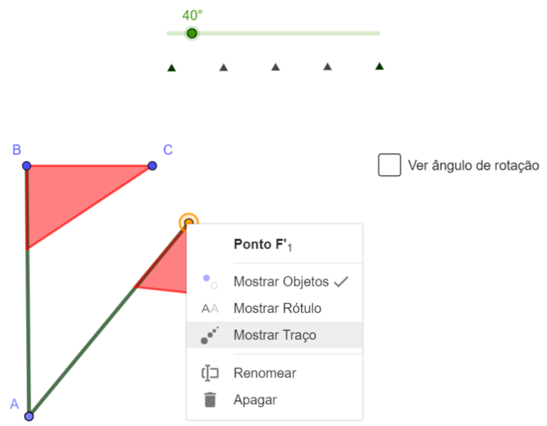
1. Abre o link https://www.geogebra.org/m/xgfc7d7t para acederes à aplicação do GeoGebra que vês na imagem. Carrega em  no canto inferior direito para veres a aplicação no ecrã inteiro.

   Movimenta o ponto no seletor para observares a rotação da bandeira.



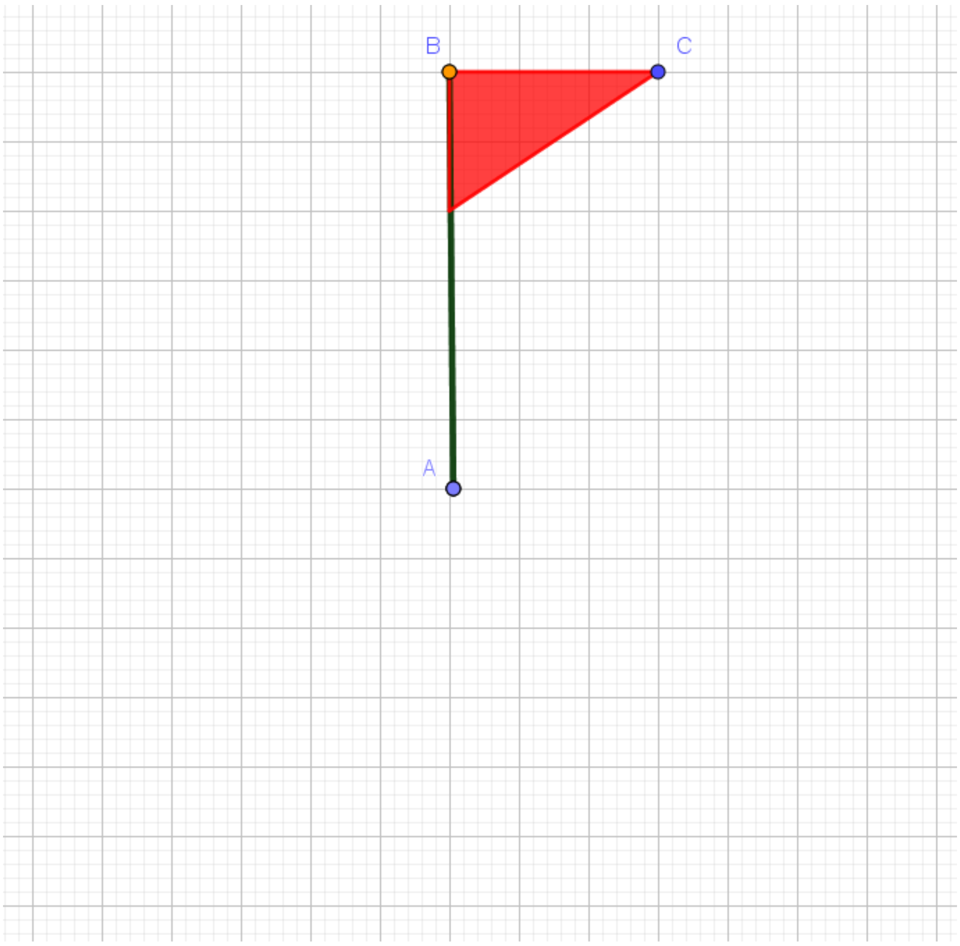
2. Há algum ponto da bandeira que fique fixo na rotação? Se sim, qual?
3. O que acontece quando o seletor está posicionado nos 360°?

4. Carrega com o botão direito do rato sobre o ponto amarelo e seleciona a opção **Mostrar traço**. Volta a movimentar o ponto no seletor. O que acontece? Experimenta fazer o mesmo com o triângulo da bandeira.



O que concluís sobre as distâncias entre o ponto A e os pontos amarelos?

5. Clica na opção “Ver ângulo de rotação” e coloca o ponto do seletor sucessivamente nas amplitudes 90°, 180° e 270°. Regista em baixo como fica a bandeira quando faz uma rotação definida por cada um desses ângulos.

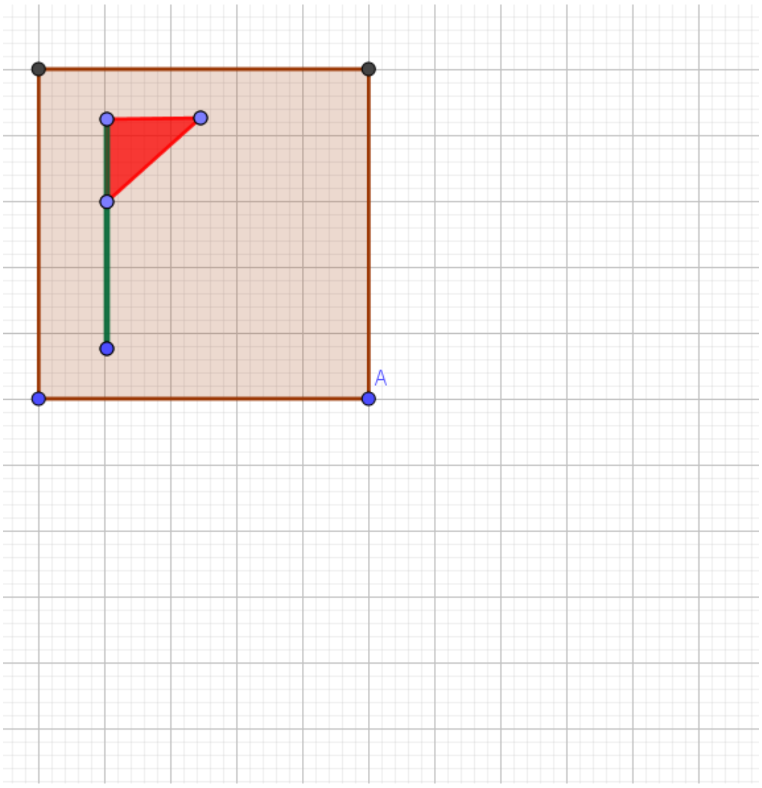


6. Que ângulos formam os segmentos que representam o pau da bandeira cada vez que a bandeira efetua uma rotação de um quarto de volta?

7. Preenche a tabela tendo em conta as tuas descobertas sobre as relações entre a bandeira original e a sua imagem por rotação, colocando um **x** na coluna "Igual" ou "Diferente".

Bandeira original e sua imagem rodada	Igual	Diferente	Como?
Forma			
Posição			
Tamanho			
Distância dos pontos originais e das suas imagens ao centro de rotação			

8. Abre o link https://www.geogebra.org/m/srzk4scb. A bandeira está agora dentro do quadrado. Movimenta o ponto no seletor para observares a rotação da figura em torno de A quando faz uma rotação de 90°, 180° e 270° no sentido horário. Regista as três imagens da figura obtidas em cada caso.



Tarefa 3 - Os azulejos na rua do Porto

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Analisar as simetrias de rotação de rosáceas, relacionando o ângulo mínimo de rotação com as características das rosáceas.
- Construir as imagens de uma figura, por rotações sucessivas, de modo a formar uma rosácea.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.
- Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.
- Trabalhar com os outros.
- Valorização da matemática - Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

Para esta tarefa, sugere-se que os alunos se organizem em pares e que cada par disponha de um computador ou *tablet*. Neste caso, será mesmo necessário que exista acesso à rede de Internet. Em alternativa, os alunos poderão explorar o *site* do projeto referido em casa.

Na introdução da tarefa, o professor poderá mostrar alguns exemplos de painéis de azulejos à turma. Nesse momento, poderá fazer notar que em muitos painéis o azulejo é sempre o mesmo e que, a partir dele, forma-se um motivo (normalmente de quatro azulejos) que gera por repetição todo o painel (exemplo, AP_20220404_649). Dado que alguns azulejos ficam invariantes quando se efetua uma rotação, caso do azulejo da questão 4, esta tarefa pode ser o ponto de partida para introduzir o conceito de simetria de rotação.

Na resolução das questões, o item 3 pode gerar dúvidas no que respeita à posição da lua e do coração, as quais poderão ser esclarecidas usando o link https://www.geogebra.org/m/mnpdfu4y apresentado no final da tarefa ou recorrendo a papel vegetal onde se reproduz o azulejo.

Finalmente, o último item deve ser pensado e/ou adaptado em função das localidades onde os alunos vivem. Para muitos será fácil encontrar azulejos à sua volta e é bom incentivá-los nessa pesquisa, para outros é necessário ajustar esse pedido.

Recursos: Computador ou *tablet* com acesso à Internet ou com o GeoGebra instalado e o ficheiro descarregado.

Os azulejos nas ruas do Porto

1. Entra no *site* https://azulejosporto.pt/. Nele podes ver muitos azulejos que se encontram em fachadas de prédios na cidade do Porto. Ao escolher um azulejo podes observar o painel que é feito a partir dele, uma imagem do prédio onde se encontra e uma vista da rua onde fica, além de várias outras informações.

   Explora o *site* e vê como são bonitos os padrões que podemos encontrar.

2. Observa o azulejo e o painel que se obteve a partir dele. Usa a imagem aqui apresentada para explicar como foi usada a rotação para formar o painel:

   a. Identifica no painel o motivo que se repete.

   b. Contorna com uma cor, no motivo, onde se encontra o azulejo na posição A.

   c. Explica como se obtêm os restantes azulejos do motivo usando a rotação do azulejo identificado na alínea anterior (indica o centro de rotação, a amplitude e o sentido da rotação)

A

3. A Joana criou um azulejo para fazer um painel usando a mesma técnica. Desenha como ficará o conjunto de quatro azulejos que ela vai usar para formar o painel.

4. Observa o azulejo apresentado em baixo. O que te parece que acontecerá se efetuarmos uma rotação de 90º em torno do centro do azulejo? Verifica a partir do link https://www.geogebra.org/m/hrujmzmk e investiga se há outras amplitudes em que o mesmo acontece.

Regista aqui a tua conclusão: ____

Dizemos que esta figura tem simetria de rotação.

5. Investiga se nas ruas do Porto existem mais azulejos com estas caraterísticas. E na tua casa? E na tua rua? Fotografa o que encontrares para partilhares com a turma!

Para verificar questão 3 https://www.geogebra.org/m/mnpdfu4y

Tarefa 4 - Vamos explorar as rosáceas

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Analisar as simetrias de rotação de rosáceas e explicar a forma como foram construídas, relacionando o ângulo mínimo de rotação com as características das rosáceas.
- Relacionar, para rosáceas com simetria de reflexão, o número de eixos de simetria com a medida da amplitude do ângulo mínimo de rotação.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

Para esta tarefa, sugere-se que os alunos se organizem em pares e que cada par disponha de um computador ou *tablet*. Se existir acesso à Internet, os alunos poderão aceder ao manipulável virtual através do link apresentado no enunciado. Se o sinal de rede de Internet for instável, a turma poderá trabalhar offline. Para tal é necessário que os dispositivos tenham o GeoGebra instalado e, previamente, tenha sido descarregado o ficheiro da construção acessível a partir do link no enunciado (primeiro "Abrir com uma App GeoGebra" e fazer o "Download").

Depois do trabalho em pequeno grupo sugere-se que, coletivamente, e com base nas produções dos alunos, o professor faça uma sistematização das regularidades encontradas por todos, dando visibilidade à leitura e significado das informações contidas na tabela.

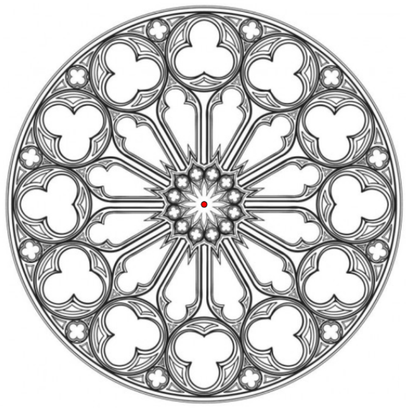
Recursos: Computador ou *tablet* com acesso à Internet ou com o GeoGebra instalado e o ficheiro descarregado.

Vamos explorar as rosáceas

Dizemos que uma figura tem simetria de rotação se existir uma rotação que deixa a figura "invariante" (além da rotação de 360º). Na prática, é como se depois de efetuada a rotação não notássemos qualquer mudança na figura, nem mesmo na sua posição!

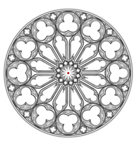
A uma figura plana que tenha um número limitado de simetrias de rotação chamamos **rosácea**.

1. Vamos investigar as simetrias de rotação de rosáceas. Começa por aceder à aplicação do GeoGebra através do link https://www.geogebra.org/m/yadfuqkq



Para cada figura, move os seletores e responde às perguntas que se seguem.
Organiza as respostas na tabela.

a. Qual é a medida do ângulo mínimo que deixa a figura invariante?
b. Quais são as medidas dos ângulos que deixam cada uma das rosáceas invariantes sob rotação?
c. E quantos ângulos deixam a figura invariante?
d. Quantos eixos de simetria tem a figura?

Rosácea	a. Ângulo mínimo	b. Todos os ângulos	c. Quantos ângulos?	d. Quantos eixos de simetria?
				
				

2. Observa a tabela preenchida e, para cada rosácea, descobre relações entre os números representados em cada linha.

Tarefa 5 - Vamos construir rosáceas

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 5 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir as imagens de uma figura, por rotações sucessivas, de modo a formar uma rosácea.
- Extrair a informação essencial de um problema.
- Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema.
- Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes.
- Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução apresentada.
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.
- Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

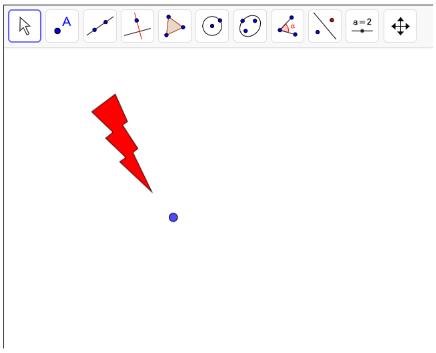
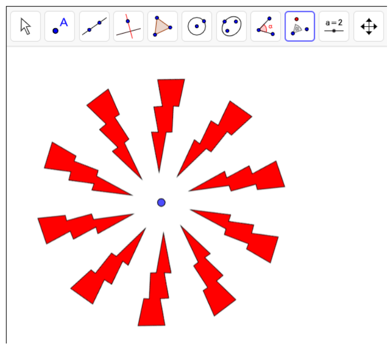
Para esta tarefa, será relevante realizar previamente a tarefa "Vamos explorar as rosáceas". Tal como nesta, sugere-se que os alunos se organizem em pares e que cada par disponha de um computador ou *tablet.* Se existir acesso à Internet, os alunos poderão aceder ao manipulável virtual através do link apresentado no enunciado. Se o sinal de rede de Internet for instável, a turma poderá trabalhar offline. Para tal é necessário que os dispositivos tenham o GeoGebra instalado e, previamente, tenha sido descarregado o ficheiro da construção acessível a partir do link no enunciado (primeiro "Abrir com uma App GeoGebra" e fazer o "Download").

Depois do trabalho em pequeno grupo sugere-se que, coletivamente, e com base nas produções dos alunos, o professor faça a construção da rosácea com base nos processos sugeridos pelos alunos. Será ainda interessante manipular o centro da rosácea e o elemento original que sofreu a rotação e identificar os efeitos na rosácea.

Recursos: Computador ou *tablet* com acesso à Internet ou com o GeoGebra instalado e o ficheiro descarregado.

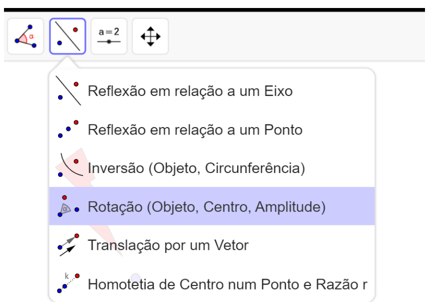
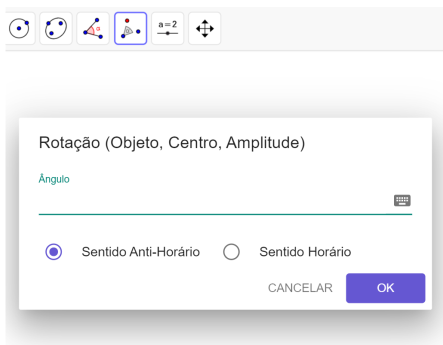
Vamos construir rosáceas

1. Vamos construir uma rosácea de 10 pétalas como mostra a figura da direita, rodando o relâmpago várias vezes.

Façam uma previsão da amplitude do ângulo de rotação que vão usar para construir a rosácea. Expliquem como pensaram para chegar a essa previsão.

2. Acedam ao link https://www.geogebra.org/m/msatnsh5. Construam a rosácea usando o ângulo proposto na questão anterior. Usem as informações seguintes para vos ajudar.

> Para efetuar a rotação do relâmpago, segue os seguintes passos: 1) escolhe a ferramenta Rotação; 2) clica no relâmpago; 3) clica no ponto azul (centro); 4) apaga a medida do ângulo que surge na caixa, escreve a que desejares e seleciona um sentido.
>
> 
>
> 
>

O que aconteceu?

- Se conseguiram obter a rosácea de 10 pétalas, fotografem-na e enviem a imagem para o mail da professora;
- Se ainda não conseguiram, façam novas tentativas até obter a rosácea tentando perceber qual foi o vosso erro. Ficaram com pétalas a mais ou a menos? O ângulo terá sido demasiadamente grande ou pequeno? Que alterações têm de efetuar para obterem a rosácea com as 10 pétalas?

  Experimentem de novo.

3. Mudem a posição do centro de rotação e observem o que acontece à rosácea.

4. Usem o botão para voltar a ter a tela inicial. Experimentem construir uma nova rosácea, desta vez com 8 pétalas. Expliquem como pensaram para encontrar a amplitude do ângulo de rotação.

5. Escrevam uma expressão algébrica para a amplitude do ângulo mínimo de rotação de uma rosácea de *n* pétalas.

Tarefa 6 - Mais relações entre ângulos de triângulos

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 6 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Classificar ângulos suplementares e complementares e reconhecer a invariância da amplitude do ângulo soma.
- Conjeturar sobre a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo e explicar a relação encontrada.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Para esta tarefa, sugere-se que os alunos se organizem em pares e que cada par disponha de um computador ou *tablet*. Se existir acesso à Internet, os alunos poderão aceder ao manipulável virtual através do link apresentado no enunciado. Se o sinal de rede de Internet for instável, a turma poderá trabalhar offline. Para tal é necessário que os dispositivos tenham o GeoGebra instalado e, previamente, tenha sido descarregado o ficheiro da construção acessível a partir do link no enunciado (primeiro “Abrir com uma App GeoGebra” e fazer o “Download”).

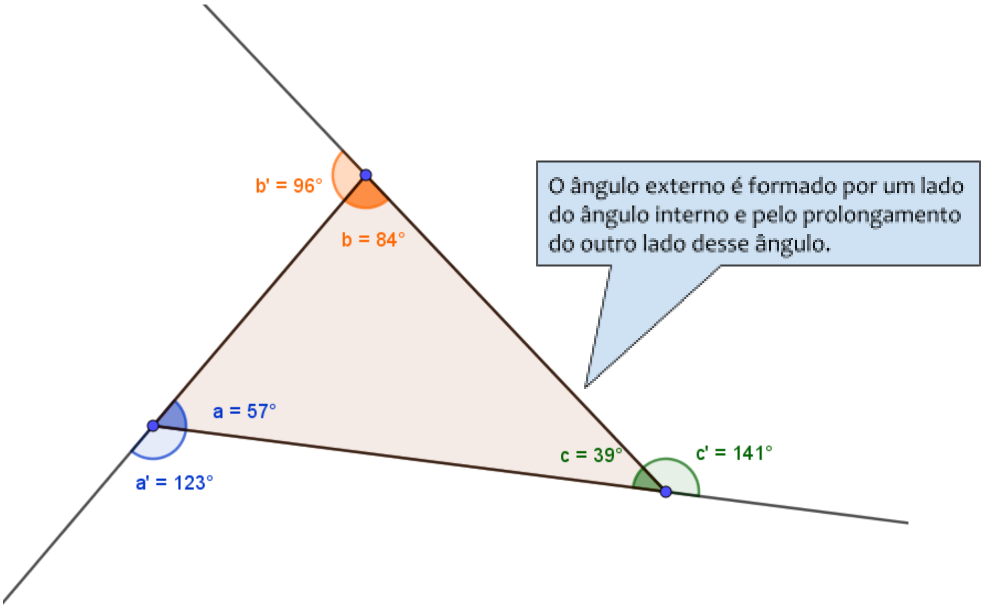
Depois do trabalho em pequeno grupo sugere-se que, coletivamente, e com base nas produções dos alunos, o professor faça uma sistematização das regularidades encontradas por todos, dando visibilidade à leitura e significado das informações contidas nas tabelas.

Recursos: Computador ou *tablet* com acesso à Internet ou com o GeoGebra instalado e o ficheiro descarregado.

.

Mais relações entre ângulos de triângulos

Observa o triângulo da imagem onde estão assinalados todos os ângulos internos e, a cor mais clara, os ângulos externos.



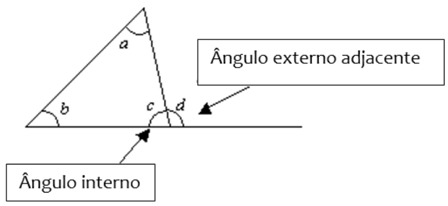
1. Abre a aplicação https://www.geogebra.org/m/mzwaqd7u e movimenta os vértices do triângulo de modo a obteres novos triângulos. Para cada caso, regista as medidas dos ângulos na tabela, tal como foi feito para o triângulo apresentado em cima:

Triângulo	Ângulos internos			Ângulos externos		
	a	b	c	a’	b’	c’
1	57	84	39	123	96	141
2						
3						
4						
5						
6						

2. Adiciona as medidas de todos os ângulos externos de cada triângulo. O que verificas?

3. Vamos encontrar relações entre ângulos internos e externos de um triângulo.

a. Em cada triângulo, adiciona as medidas de um ângulo interno e o ângulo externo adjacente (ou seja, o ângulo externo com que partilha um lado). Encontras alguma regularidade?



Triângulo	Ângulo interno + Ângulo externo adjacente
1	
2	
3	
4	
5	
6	

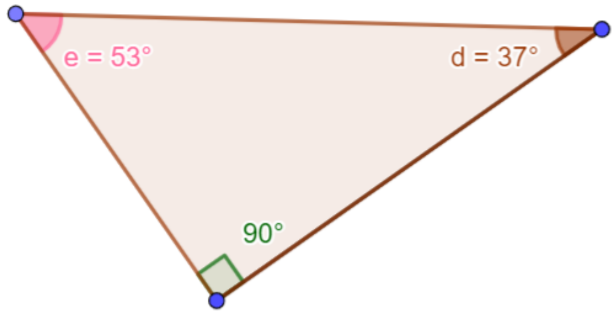
b. Em cada triângulo, adiciona as medidas de dois ângulos internos e compara com a medida do ângulo externo que não lhes é adjacente (por exemplo, calcula o valor de (**b+c**) e compara com o de **a**). Encontras alguma regularidade?

Triângulo	Ângulo interno + Ângulo interno	Ângulo externo não adjacente
1	84 + 39 =	
2		
3		
4		
5		
6		

4. Agora que já descobriste várias relações entre os ângulos de um triângulo, vais descobrir que o triângulo retângulo é ainda mais especial! Abre a aplicação https://www.geogebra.org/m/vcmdux7j e manipula os vértices do triângulo retângulo.

   a. Adiciona as medidas dos dois ângulos agudos. Descobres alguma regularidade?

   b. Na alínea anterior descobriste uma propriedade dos triângulos retângulos. Procura justificar essa propriedade com base na soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.



Tarefa 7 - Medicamentos a tempo e horas

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 7 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Calcular o mínimo múltiplo comum de dois números recorrendo aos conjuntos dos seus múltiplos.
- Resolver problemas em que seja relevante o recurso ao cálculo de mínimo múltiplo comum, em diversos contextos.
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

A tarefa adequa-se a ser trabalhada em pequenos grupos. Coletivamente, e com base nas produções dos alunos, o professor faz uma sistematização das estratégias de resolução do problema.

Medicamentos a tempo e horas

O Duarte está com uma infeção na garganta. O médico receitou-lhe um anti-inflamatório para tomar de 8 em 8 horas e um antibiótico para tomar de 12 em 12 horas.

O Duarte vai tomar estes medicamentos durante uma semana.

Começou hoje ao meio dia, tomando os dois medicamentos. Quando voltará a tomar os dois medicamentos em simultâneo?

Quantas vezes vai acontecer isso durante o tratamento?

Tarefa 8 - De volta às rosáceas

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 8 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

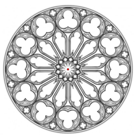
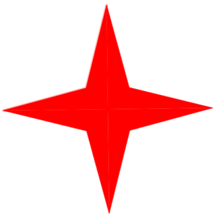
- Reconhecer o mínimo múltiplo comum de dois números, quando um deles é múltiplo do outro.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos de estudo.
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Tomar decisões fundamentadas por argumentos próprios.

A tarefa adequa-se a ser trabalhada depois da tarefa "Vamos explorar as rosáceas", uma vez que tira partido das descobertas anteriores e favorece o estabelecimento de conexões entre a geometria e os números. No caso desta tarefa, não é expectável que seja necessário recorrer de novo à tecnologia para identificar os ângulos que deixam a estrela invariante sob rotação, contudo inclui-se um link no fim do enunciado para os alunos que ainda revelem dificuldades. No fim da atividade, e com base nas regularidades identificadas, o professor deverá sistematizar as conclusões com os alunos.

De volta às rosáceas

Na tarefa *Vamos explorar as rosáceas*, estudámos todos os ângulos que tornavam duas rosáceas invariantes sob rotação. Observem, em baixo, parte da tabela que preencheram na altura.

1. A Inês construiu uma estrela de Natal que também tem simetria de rotação. Preencham a tabela, identificando a medida do ângulo mínimo da simetria e depois todos os ângulos que deixam a figura invariante.

Rosácea	a. Ângulo mínimo (em graus)	b. Todos os ângulos (em graus)
	60	60, 120, 180, 240, 300, 360
	30	30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360
		

2. Em cada rosácea, que relação existe entre o conjunto de todos os ângulos descobertos e o ângulo mínimo?
3. Na coluna da direita, existem valores comuns às três rosáceas. Quais são eles? E qual é o valor mínimo que se repete?
4. Considerem agora apenas as duas rosáceas iniciais, cujos ângulos mínimos têm medidas 30° e 60°.
   a. Que relação têm estes números?
   b. Comparem os conjuntos dos ângulos que deixam as duas rosáceas invariantes. O que observam?
   c. Qual é o menor ângulo que deixa as duas rosáceas invariantes?

Caso seja necessário, podem usar o link para manipulação da estrela:
https://www.geogebra.org/m/zaxbs2sp

Tarefa 9 - Embalagens de velas

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 9 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Representar números naturais como produto de fatores primos e reconhecer que essa decomposição é única.
- Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos.
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

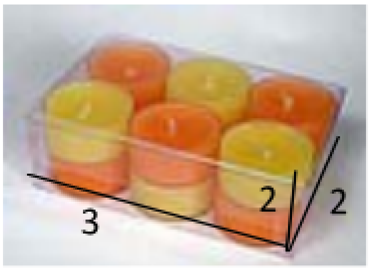
Nesta tarefa é fundamental, num primeiro momento de lançamento do trabalho, apoiar os alunos na compreensão do significado do produto de fatores relacionando com a disposição das velas nas caixas. Em particular, pode surgir a dificuldade em assumir o 1 como um fator necessário para descrever caixas como a de 1x2x25 e a necessidade de acompanhar com materiais (por exemplo, cubos de encaixe) e representações adequadas.

No fim da atividade, durante a sistematização das várias possibilidades, o professor pode ainda aproveitar para explorar relações como a de dobro/metade nos casos 1x2x25 e 1x1x50 e fazer notar a eficácia destas representações e relações na resolução do problema.

Recursos: Materiais que possam simular a organização das velas.

Embalagens de velas

1. As velas podem ser arrumadas de diferentes formas, como mostram as imagens que encontras em baixo. As embalagens paralelepipédicas contêm velas do mesmo tamanho arrumadas em camadas, com o menor desperdício de espaço possível.



A embalagem da figura tem 12 velas. Na embalagem, as velas foram dispostas do seguinte modo: duas camadas em altura, três em largura e duas em profundidade (2 x 3 x 2).

1. Existem outros tipos de embalagens paralelepipédicas, diferentes das da figura, que permitem arrumar 12 velas iguais, também com o mínimo desperdício de espaço.
    a. Descobre uma dessas embalagens e faz o seu esboço.
    b. Explica como se dispõem as velas na embalagem, através de um produto com 3 fatores, de acordo com o exemplo anterior.

2. A caixa da imagem tem 50 velas.
    a. De quantas formas diferentes podes arrumar 50 velas numa caixa?
    b. Explica todas as formas de dispor as velas na caixa, através de um produto com três fatores.

3. A Joana adora números primos. Escolheu a disposição onde só aparecem números primos. Indica a disposição escolhida pela Joana.

Adaptado de: Embalagens de Velas http://aem.dge.mec.pt/pt/recursos

Tarefa 10 - Vamos arrumar berlindes

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 10 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Calcular o máximo divisor comum de dois números recorrendo aos conjuntos dos seus divisores.
- Resolver problemas em que seja relevante o recurso ao cálculo de máximo divisor comum, em diversos contextos.
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.
- Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.
- Trabalhar com os outros.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

A tarefa constitui um possível ponto de partida para a introdução do conceito de máximo divisor comum. Os alunos podem resolvê-la em pequenos grupos. Depois desta fase, e com base nas produções dos alunos, o professor faz uma sistematização das estratégias encontradas por todos, contribuindo para reconhecer a eficácia de alguns processos matemáticos relativamente a outros.

Vamos arrumar berlindes

Após mais um jogo do berlinde, o António verificou que tinha 30 berlindes dourados e 45 berlindes vermelhos. Como é um rapaz muito organizado, resolveu separar os berlindes em saquinhos, de modo que cada saquinho tenha o mesmo número total de berlindes e o mesmo número de berlindes por cor.

1. Sem sobrarem berlindes, qual é o **maior número** de saquinhos onde o António pode guardar os berlindes?

2. Quantos berlindes de cada cor vão ficar em cada saquinho?

Tarefa 11 - Quadrados e mais quadrados

Notas para o/a professor/a:

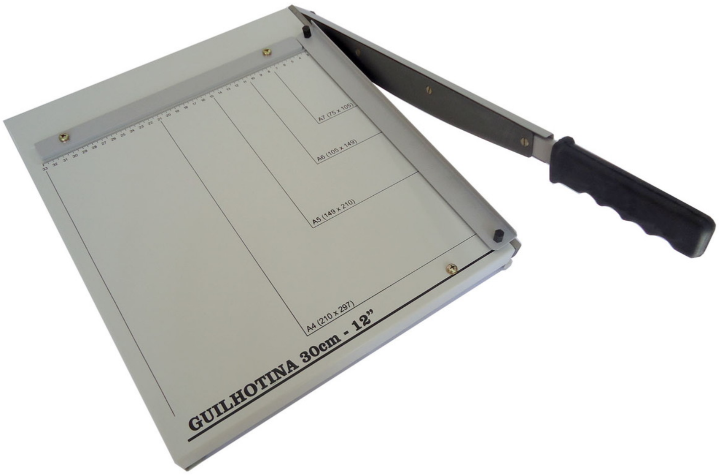
A exploração da tarefa 11 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Calcular o máximo divisor comum de dois números recorrendo aos conjuntos dos seus divisores e à decomposição em fatores primos.
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos.
- Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

A tarefa adequa-se a ser trabalhada em pares ou pequenos grupos. O professor poderá facultar aos alunos folhas com as dimensões referidas no enunciado do problema, de forma a facilitar a compreensão do descrito no enunciado. Os alunos poderão, através de dobragem e recorte das folhas ou através de esquemas, explicar como chegaram ao resultado.

Quadrados e mais quadrados

Numa reprografia têm folhas retangulares, de 420mm x120mm, para cortar em quadrados.



a. Como é possível dividir uma folha retangular (420mm x120mm) em quadrados iguais com o maior lado possível e medida inteira, em milímetros, sem desperdiçar papel? Determina o comprimento do lado dos quadrados.

b. Qual o número de quadrados que se consegue obter? Explica como pensaste para chegar à tua resposta.

Tarefa 12 - Venda de bolos

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 12 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Determinar a fração irredutível equivalente a uma fração dada.
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Classificar objetos atendendo às suas características.
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.

Nesta tarefa retoma-se o trabalho com as frações equivalentes, iniciado no 5.º ano, com o objetivo de chegar à fração irredutível e ao seu modo de determinação. Na fase de discussão das resoluções dos alunos, o professor pode relacionar a determinação da fração irredutível com a aplicação do máximo divisor comum do numerador e denominador.

Venda de bolos

As turmas de 9.º ano estão a vender bolos com o objetivo de angariar fundos para a viagem de finalistas.

A Dona Lúcia ofereceu 4 bolos iguais às 4 turmas de 9.º ano.

A turma A dividiu o bolo em 18 fatias e vendeu 12, a turma B dividiu o bolo em 6 fatias e vendeu 4, a turma C dividiu o bolo em 9 fatias e vendeu 6 e a turma D vendeu $\frac{2}{3}$ do bolo.

1. Qual das turmas vendeu mais bolo? Justifiquem a vossa resposta.
2. Escrevam as frações indicadas em 1 por ordem decrescente de denominador.
3. Como se chamam as frações representadas?
4. Indiquem como podemos transformar a fração 12/18 na fração 2/3. E a fração 6/9 na fração 2/3.
5. Conseguem transformar a fração 2/3 noutra com números menores? Porquê?

Tarefa 13 - As cigarras e os primos

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 13 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Calcular o mínimo múltiplo comum de dois números recorrendo aos conjuntos dos seus múltiplos.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.
- Tomar decisões fundamentadas por argumentos próprios.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

Nas turmas que anteciparam a operacionalização das AE, esta tarefa constituiu um projeto que foi desenvolvido pelos alunos organizados em grupos e trabalhando, sobretudo, fora da sala de aula. Esta é uma opção que pode ser considerada pelo professor. Para tal, será importante prever momentos de acompanhamento do projeto, bem como uma forma de partilhar os seus resultados. Esta partilha pode tomar um formato mais tradicional, como uma apresentação à turma, ou, como aconteceu com uma das turmas, uma dramatização da situação para os encarregados de educação.

As cigarras e os primos

A 28 de janeiro de 2021, um dos títulos do *site* BBC NEWS era: "Os Estados Unidos se preparam para presenciar neste ano um fenômeno biológico que não ocorre em nenhuma outra parte do mundo. A partir de maio, na primavera do hemisfério Norte, trilhões[1] de cigarras que passaram 17 anos vivendo debaixo da terra começarão a emergir do solo, invadindo cidades e zonas rurais em 15 Estados."

(Fonte: https://www.bbc.com/portuguese/geral-55840497)

Para saberes um pouco mais sobre estes animais vê os vídeos:

https://youtu.be/EWr8fzUz-Yw (vídeo da BBC sobre as cigarras em Inglês)

https://youtu.be/IYT6jFB_85E (vídeo em português do Brasil da Animals)

e observa o esquema do seu ciclo de vida.

https://www.peritoanimal.com.br/por-que-as-cigarras-cantam-24329.html

As cigarras do género *Magicicada* possuem um ciclo de vida muito estranho. Durante 17 anos vivem sob a terra fazendo muito pouco, exceto alimentar-se das raízes de árvores. Na primavera do 17.º ano emergem para se reproduzir. Depois de fertilizadas, as fêmeas depositam os ovos em folhas ou na superfície do solo e morrem. A floresta volta a ficar em silêncio por outros 17 anos. A geração seguinte de ovos é chocada no meio do verão, e as ninfas caem para o solo da floresta antes de submergir, até encontrar uma raiz da qual se alimentam, enquanto esperam outros 17 anos para a próxima grande festa das cigarras.

---

[1] A palavra trilhão é a mais utilizada no português do Brasil enquanto a palavra trilião é a mais utilizada no português de Portugal. As palavras trilhão e trilião têm sua origem na palavra em francês trillion. No Brasil, E.U.A. e outros países, este número refere-se a mil biliões, ou seja, 1 000 000 000 000 = 10^{12}. Em Portugal, França, Inglaterra, e outros países, este número refere-se a um milhão de biliões, ou seja, 1000 000 000 000 000 000 = 10^{18}

O ciclo de vida das cigarras é um mistério. Os cientistas pensam que estes períodos de tempo no interior do solo, sob a forma de ninfa, podem ser uma espécie de proteção contra os predadores.

Para um matemático, a característica mais curiosa é a escolha do número — 17, um número primo. Será apenas uma coincidência que as cigarras tenham escolhido passar um número primo de anos escondendo-se debaixo da terra? Existem outras espécies de cigarra que ficam sob o solo por 13 anos, e outras, poucas, que preferem ficar lá por 7 anos. Todos números primos.

Realmente, parece haver algo relativo a números primos que ajuda essas várias espécies de cigarra. Mas o que é?

A melhor teoria até hoje para o ciclo vital de números primos das cigarras é a possível existência de um predador que também costumava aparecer periodicamente na floresta, sincronizando sua chegada de modo a coincidir com a das cigarras. Por exemplo, suponhamos que os predadores aparecem a cada 6 anos. As cigarras que surgem a cada 7 anos irão coincidir com os predadores apenas a cada 42 anos.

Interação durante 100 anos entre populações de cigarras com ciclo de vida de 7 anos e predadores com ciclo de vida de 6 anos.

(Fonte: http://matematicaescolatiradentes.blogspot.com/)

Em Portugal não são conhecidas espécies de cigarras periódicas como estas, mas o ciclo de vida acaba por ser semelhante. Os cientistas acreditam que as cigarras que ocorrem em território nacional passam cerca de três anos a viverem enterradas no solo, como ninfas.

https://www.wilder.pt/historias/apos-17-anos-de-intervalo-milhoes-de-cigarras-estao-prestes-a-emergir-do-solo-nos-eua/

Investiga se os números primos são realmente os melhores amigos das cigarras. Considera sempre que os seus predadores têm um ciclo de vida de 6 anos.

1. Se as cigarras aparecem de 8 em 8 anos e os predadores de 6 em 6, ao fim de quantos anos o seu aparecimento coincide com o dos predadores?
2. E se as cigarras aparecerem de 9 em 9 anos?
3. Sendo o ciclo de vida das cigarras de 17 anos, de quantos em quantos anos aparecerão os predadores coincidindo com o surgimento das cigarras?
4. Observa os resultados que obtiveste. Serão ou não os números primos amigos das cigarras? Porquê?
5. Imagina que podias escolher um número para o ciclo de vida da cigarra. Qual seria? Justifica a tua escolha.

Tarefa 14 - Frações, para que vos quero?

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 14 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Adicionar e subtrair frações, com o mesmo denominador.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos.
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

A tarefa tem como propósito principal retomar o trabalho realizado em anos anteriores com as frações, nomeadamente nos casos em que os seus denominadores são iguais, e relacionar a adição/subtração de frações com a unidade. Assim, sugere-se que a tarefa seja realizada com os alunos antes da introdução da adição/subtração de frações com denominadores diferentes.

Frações, para que vos quero?

Fonte: *Humor para aprender Matemática*

1. Observem a situação da tira. O que vos parece a situação apresentada? Concordam com as personagens? Por que razão a situação apresentada pode ser engraçada?
2. No vosso dia-a-dia, utilizam frações? Indiquem uma situação em que utilizem frações.
3. Ainda podemos escolher outro ingrediente? Porquê?
4. Ao todo, que parte da piza não tem fiambre? E que parte da piza tem mozarela e fiambre? E fiambre e atum?

   Mostrem como chegaram à vossa resposta com cálculos ou desenhos.
5. Se o gorila comer apenas a parte da piza que tem mozarela e o papagaio apenas a parte da piza que tem fiambre, que parte da piza sobra? Escrevam uma expressão numérica que represente a parte da piza que sobrou.
6. Expliquem por palavras vossas:

   Para adicionar (ou subtrair) frações com o mesmo denominador…

(Fonte: Adaptado de Menezes, L., Flores, P., Viseu, F., Gomes, H., Ribeiro, A., Martins, A. P., Guitart, M. (2020). *Humor para aprender Matemática*. Edições Esgotadas)

Tarefa 15 - Combinando peças do Tangram

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 15 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Adicionar e subtrair frações, reduzindo ao mesmo denominador.
- Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos de estudo.
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

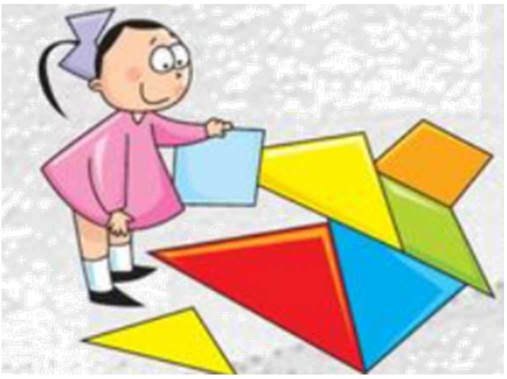
A tarefa adequa-se ao trabalho em pequenos grupos, o que promoverá a discussão de ideias. A utilização das peças do tangram proporcionará aos alunos relacionar as peças entre si. Durante a discussão coletiva, os alunos podem comparar as diferentes representações na forma de fração que cada grupo propõe e encontrar a representação adequada para a peça ou conjunto de peças do tangram.

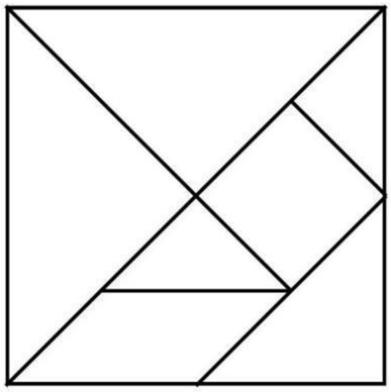
Recursos: Tangram

Combinando peças do Tangram

Diz a lenda que um sábio chinês deveria levar ao Imperador um ladrilho quadrado. Mas, no meio do caminho, ele tropeçou e o quadrado caiu e partiu-se em sete pedaços. Ao juntar os pedaços, ele percebeu que, a cada tentativa, surgia uma nova figura. Depois de muito tentar, ele, finalmente, conseguiu formar novamente o quadrado e levou-o ao seu Imperador.

Assim nasceu o TANGRAM! Um jogo oriental constituído por 7 peças: 2 triângulos grandes, 1 triângulo médio, 2 triângulos pequenos, 1 quadrado e 1 paralelogramo.





1. Considerem o quadrado formado pelas sete peças do tangram como sendo a unidade de área. Manipulem as peças do Tangram de modo a comparar as peças para preencher a tabela seguinte, indicando a que fração corresponde a área de cada peça do tangram.

Peça do tangram	Fração
Triângulo grande	$\frac{1}{4}$
Triângulo pequeno	$\frac{\ }{\ }$
Triângulo médio	$\frac{\ }{\ }$
Paralelogramo	$\frac{\ }{\ }$
Quadrado	$\frac{\ }{\ }$

2. Efetuem as operações indicadas na tabela abaixo usando as peças do Tangram para vos apoiar. Façam os registos e apresentem o resultado sob a forma de fração. Nota: Para simplificar, quando nos referimos a cada figura, estamos a considerar a medida da sua área.

	Peças do Tangram	Expressão	Fração	Fração Irredutível
a)	Adiciona 2 triângulos grandes	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ ou $2\text{x}\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	—
b)	Adiciona o triângulo médio e o quadrado			
c)	Adiciona 4 triângulos grandes			
d)	Adiciona 1 triângulo pequeno e o quadrado			
e)	Subtrai um triângulo pequeno ao triângulo médio			
f)	Subtrai um quadrado ao triângulo grande			
g)	Soma as 7 peças do tangram			

Expliquem, por palavras vossas, como procederam para adicionar todas as peças do tangram.

3. Completem :

Para adicionar (ou subtrair) frações com denominadores diferentes:

1.º Transformam-se as frações em ______________________________ com denominadores ____________.

2.º Adicionam-se ou subtraem-se os _______________ e dá-se o mesmo ____________________.

(Fonte: Adaptado de http://www.caxed.co.nz/assets/ch3-richtask3.pd)

Tarefa 16 - De regresso à tarefa *Frações, para que vos quero?*

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 16 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.
- Multiplicar uma fração por um número natural dando significado à fração como operador.
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos de estudo.
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.
- Aplicar ideias matemáticas em situações de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões).
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

A tarefa tem como propósito principal retomar uma tarefa realizada anteriormente e a partir da situação já trabalhada contribuir para a compreensão da multiplicação de uma fração por um número natural, partindo da adição sucessiva de frações com o mesmo denominador. Assim, sugere-se que esta tarefa seja realizada com os alunos antes da introdução da multiplicação entre naturais e frações.

De regresso à tarefa *Frações, para que vos quero*?

1. Na tarefa 14 os dois amigos encomendaram piza utilizando frações.

   Repara na quantidade de piza que tem mozarela e fiambre:

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

   Indica o mesmo valor utilizando a multiplicação

$$\_\_\_ \times \frac{3}{8}$$

   Traduz a expressão para linguagem corrente:

2. Aplica o mesmo procedimento às seguintes expressões e escreve o resultado:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$	$\square \times \frac{1}{4} = \square$
$\frac{5}{12} + \frac{5}{12} =$	$2 \times \square = \square$
$\frac{4}{13} + \frac{4}{13} =$	$\square \times \square = \square$
$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} =$	$\square \times \square = \square$

Completa:

Para multiplicar um número inteiro por uma fração ______________________________

3. Resolve as operações e apresenta o resultado na forma de fração irredutível:

$12 \times \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{2} \times 100 =$
$10 \times \frac{2}{5} =$	$\frac{13}{30} \times 2 =$
$15 \times \frac{1}{3} =$	$\frac{2}{5} \times 10 =$
$2 \times \frac{10}{20} =$	$\frac{3}{4} \times 2 =$
$8 \times \frac{5}{42} =$	$\frac{1}{20} \times 50 =$

4. A mãe da Raquel vai fazer um batido de frutas para o lanche. A Raquel bebeu um oitavo do batido e os irmãos beberam um oitavo e dois oitavos, respetivamente.

    a. Escreve expressões numéricas que representem a quantidade de batido:

        i. que beberam os três irmãos

        ii. que sobrou

    b. No fim-de-semana, a mãe da Raquel fez batido de chocolate para o lanche. Sabendo que os três irmãos dividem o batido da mesma forma, indica:

        i. Que quantidade de batido bebeu cada irmão se a mãe tiver feito 1 l de batido para o lanche? E que quantidade sobra?

        ii. Que quantidade de batido bebeu cada irmão se a mãe tiver feito 2 l de batido para o lanche? E que quantidade sobra?

Tarefa 17 - Multiplicação de frações

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 17 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a multiplicação de frações e representar geometricamente o resultado em situações simples.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos de estudo.
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Esta tarefa procura estabelecer uma ligação entre a representação geométrica e a representação na forma de fração permitindo visualizar a multiplicação de frações. Nesta tarefa, os alunos poderão trabalhar individualmente ou em pares e, posteriormente, confrontar os seus raciocínios num momento de discussão coletiva.

Recursos: Uma folha de papel branco (por aluno).

Multiplicação de frações

1. Usa a folha de papel que a professora te entregou e segue as instruções:

   1.º Dobra a folha em 4 partes iguais.

   2.º Depois de dobrada a folha, pinta um dos retângulos obtidos de amarelo.

   3.º Observa toda a folha e a respetiva parte pintada de amarelo.

   Que fração, da folha inicial, representa a parte pintada?

   4.º Com a folha dobrada em quatro partes, dobra–a ao meio de modo a que a parte amarela fique para fora. Pinta de azul um dos retângulos obtidos. Abre a folha e indica a fração que representa a parte pintada da folha com as duas cores (em simultâneo).

2. Representa a tua folha de papel no retângulo seguinte, assim como as partes pintadas (usa o lápis de carvão para representar as dobras e os lápis de cor amarelo e azul para pintar as partes obtidas por dobragem).

   Se traduzirmos em linguagem simbólica a parte que ficou pintada com as duas cores, temos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{\quad}{\quad}$$

3. Completa:

   Para multiplicar frações, ____

Tarefa 18 - Inverso de um número

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 18 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer que dois números são inversos um do outro quando o seu produto é 1.
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Nesta tarefa, os produtos de pares de números apresentam uma regularidade facilmente identificada pelos alunos, pelo que se considera adequada para trabalhar individualmente ou a pares. Desta forma, é importante confrontar os seus raciocínios num momento de discussão coletiva no sentido da construção do conhecimento.

Inverso de um número

1. Calcula o valor dos seguintes produtos e apresenta, sempre que possível, o resultado na forma de uma fração irredutível.

a) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} \ =$

b) $\frac{8}{6} \times \frac{3}{4} \ =$

c) $\frac{1}{4} \times \frac{7}{5} \ =$

d) $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \ =$

e) $\frac{13}{6} \times \frac{6}{13} \ = 1$

f) $\frac{3}{7} \times \frac{1}{3} \ =$

g) $9 \times \frac{1}{9} \ =$

h) $\frac{1}{5} \times 5 \ = 1$

2. Na questão 1 podemos encontrar pares de frações cujo **produto é 1.** Escreve-as aqui e encontra uma razão que explique porque isso acontece.

Tarefa 19 - Encher garrafas

Notas para o/a professor/a:

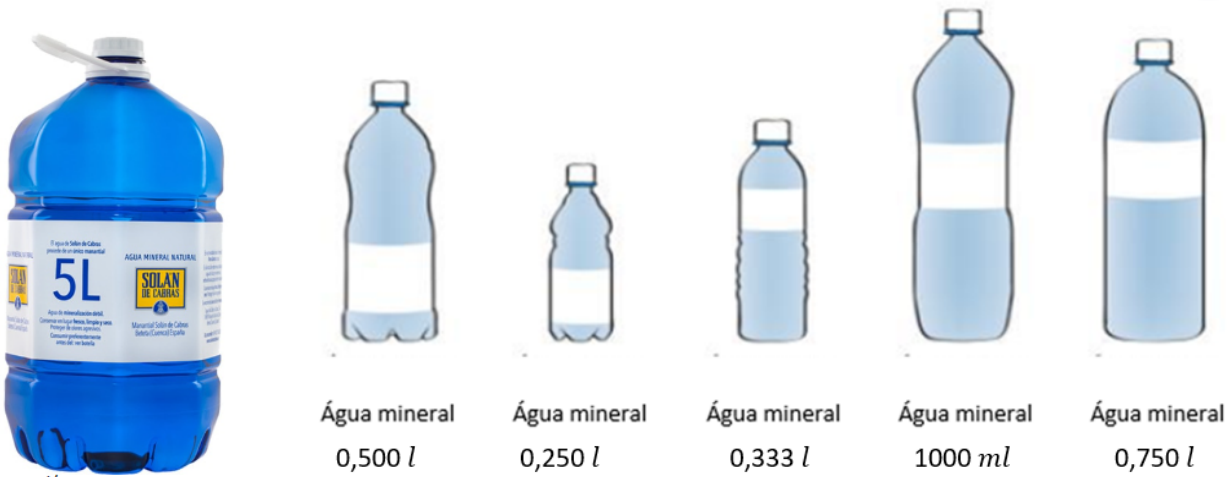
A exploração da tarefa 19 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Dividir duas frações com recurso à multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor.
- Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema.
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

Sugere-se que esta tarefa seja trabalhada a pares ou em grupo. O anexo pretende auxiliar os alunos a estabelecerem comparações entre as frações, já que as áreas das representações das garrafas respeitam a proporção das suas capacidades. Em particular, no caso da questão 2c, a malha quadriculada deverá apoiar os alunos na decomposição do retângulo, de modo a compreenderem que o garrafão contém 20 vezes a capacidade da garrafa de ¼ l. É com base nesta questão que pode surgir a generalização da regra de divisão de um inteiro por uma fração. Para tal, é fundamental confrontar os raciocínios dos alunos no momento de discussão coletiva que deve antecipar a última questão da tarefa.

Encher garrafas

A professora de Ciências, para comemorar o Dia Mundial da Água, vai distribuir aos seus alunos garrafas de água reutilizáveis. A turma do Rui recebeu várias garrafas.



1. Para cada garrafa, convertam os numerais decimais em frações. Para a garrafa de 0,333 l considerem a fração $\frac{1}{3}$l.

2. Imaginem que os alunos da turma do Rui vão usar as garrafas reutilizáveis, enchendo-as com a água que têm disponível noutras garrafas. Para cada uma das seguintes questões, escrevam uma expressão numérica que represente a situação e usem os esquemas fornecidos para chegar à resposta.

   a. Uma garrafa com 1l de água dá para encher quantas garrafas de $\frac{1}{2}$l?

   b. Uma garrafa com 2l de água dá para encher quantas garrafas de $\frac{1}{3}$ l?

   c. Um garrafão com 5l de água dá para encher quantas garrafas de $\frac{1}{4}$l?

3. Sistematizem as conclusões que foram encontradas na discussão coletiva.

4. Vamos usar a regra encontrada para resolver outras situações que envolvam a divisão de frações, começando por escrever a expressão que traduz a situação. Na folha anexa encontram a representação de uma garrafa de 1l. Usem-na para verificar as respostas às seguintes alíneas.

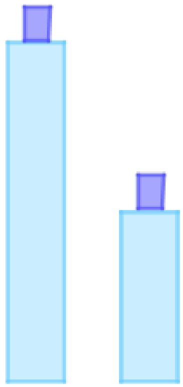
   a. Uma garrafa com $\frac{3}{2}$l de água dá para encher quantas garrafas de $\frac{1}{4}$l?

   b. Uma garrafa com $\frac{3}{4}$l de água dá para encher quantas garrafas de $\frac{1}{2}$l?

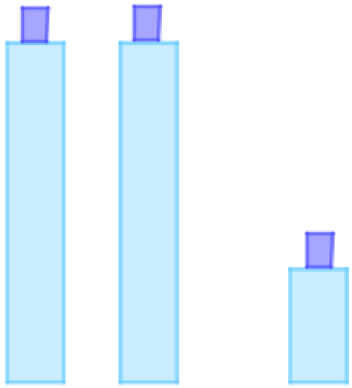
   c. Uma garrafa de $\frac{1}{4}$l de água enche que parte de uma garrafa de 2l?

Anexo

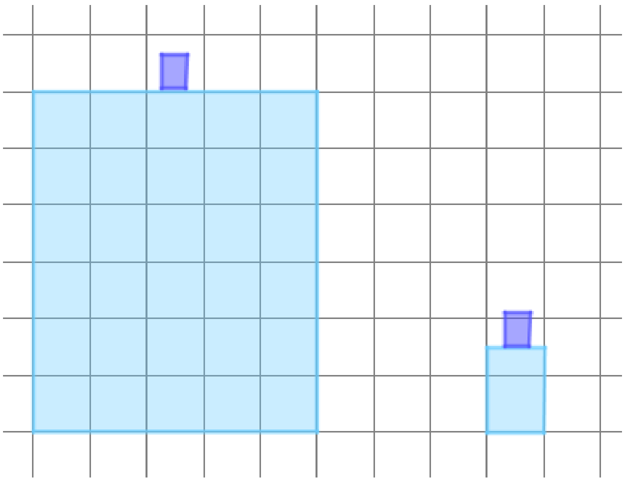
2a.



2b.



2c.



4.

Tarefa 20 - Multiplicação de potências

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 20 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer e aplicar as regras da multiplicação de potências com a mesma base ou o mesmo expoente.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.

Sugere-se que esta tarefa seja trabalhada a pares ou em grupo. Esta tarefa pretende desafiar os alunos a descobrir as regras da multiplicação de potências a partir de um exemplo dado. É fundamental confrontar os raciocínios dos alunos num momento de discussão coletiva e compreender as vantagens da aplicação das regras da multiplicação de potências.

Multiplicação de potências

A – Produto de potências com a mesma base

1. A professora hoje, na aula, lançou o desafio de **escrever na forma de uma potência** o seguinte produto de duas potências:

$$2^4 \times 2^3$$

A Isabel gosta muito deste tipo de desafios e pôs mão à obra. Lembrou o que aprendeu no quinto ano.

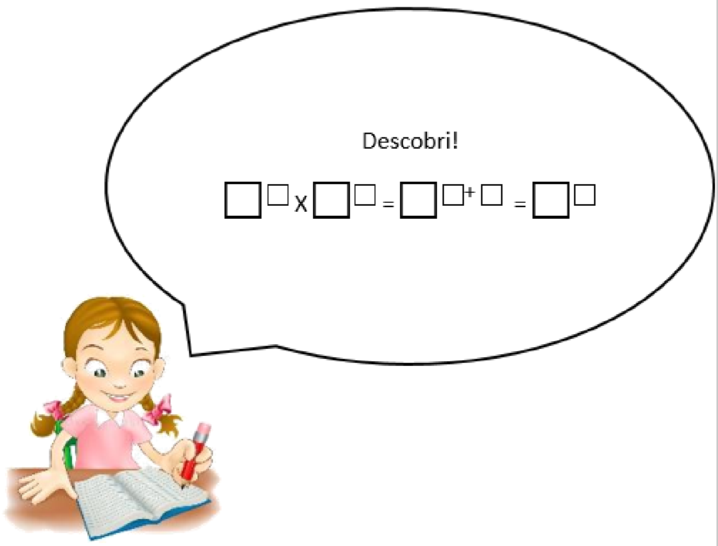
Então:

$$2^4 \quad \times \quad 2^3 =$$

$$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{4 vezes}} \times \underbrace{\_\_ \times \_\_ \times \_\_}_{\text{3 vezes}} =$$

$$= \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{7 vezes}} =$$

$$= \square^{\square}$$



2. Usa o mesmo tipo de raciocínio da Isabel e escreve, na forma de uma potência, os seguintes produtos:

   a. $3^2 \times 3^3$

   b. $10^4 \times 10^5$

3. Compara a descoberta da Isabel com a tua e completa a seguinte frase:

O produto de duas potências com ____________________ e expoentes __________________ é igual a uma potência com a ____________ base e expoente igual à soma dos dois _____________ das duas potências.

4. Escreve uma expressão algébrica que permita escrever o produto de duas potências com a mesma base e expoentes diferentes para quaisquer números. Nota: Usa a mesma letra quando te queres referir a números iguais e letras diferentes para números que podem ser diferentes.

B – Produto de potências com o mesmo expoente

1. Na aula seguinte a professora lançou um novo desafio. A Isabel, e o seu grupo, deveriam escrever na forma de uma única potência o seguinte produto de duas potências:

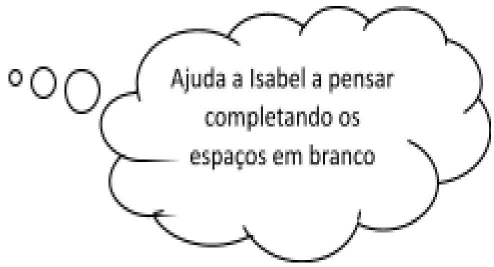
$3^5 \times 2^5 =$

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times \_\_ \times \_\_ \times \_\_ \times \_\_ =$

$= (3 \times 2) \times (3 \times 2) \times (\_\_\_ \times \_\_\_) \times (\_\_\_ \times \_\_\_) \times (\_\_\_ \times \_\_\_) =$

$= (\_\_\_ \times \_\_\_)^{\_} =$

$= (\_\_\_)^{\square}$



2. Usa o mesmo tipo de raciocínio da Isabel e completa os espaços em branco, de forma a obteres uma potência:

a. $5^3 \times 2^3 = \square^3$ b. $\square^4 \times 3^4 = 12^4$ c. $4^2 \times \square^{\square} = 8^{\square}$

3. Escreve por palavras tuas uma regra que permita calcular o produto de duas potências com bases diferentes e com o mesmo expoente.

4. Escreve uma expressão algébrica que permita escrever o produto de duas potências com a base diferente e expoentes iguais para quaisquer números.

C – Desafios

1. Escreve dois produtos de duas potências e cujo valor seja igual a 18^7.

2. A Isabel resolveu organizar os seus marcadores de livros em 16 álbuns diferentes. Cada álbum tem 4 separadores, dentro de cada separador estão 8 marcadores. Escreve o número total de marcadores de livros que a Isabel tem como uma potência de base 2.

(Fonte: Adaptado de Santos, E., Almeida, P.,& Silvestre, A. (2017). *Algoritmo – 6.º ano*. Santillana)

3. Agora inventa tu um desafio para colocares os teus colegas!

Tarefa 21 - A limonada da Maria

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 21 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade direta e distinguir relações de proporcionalidade direta daquelas que não o são.
- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo.
- Explicar, por palavras suas, o significado da constante de proporcionalidade, razão e proporção no contexto do problema.
- Resolver problemas que envolvam a interpretação e modelação de situações de proporcionalidade direta.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma.
- Trabalhar com os outros.
- Tomar decisões fundamentadas por argumentos próprios.
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em diversos contextos.

O problema proposto à turma é adequado ao trabalho de grupo, permitindo o aparecimento de diferentes estratégias de resolução. O professor deve incentivar a utilização de diversas representações e também que os grupos expliquem o seu raciocínio. Durante a discussão coletiva, os alunos porta-voz dos seus grupos devem apresentar à turma as conclusões que, no final, com a ajuda do professor, devem contribuir para a síntese das aprendizagens fazendo surgir a relação multiplicativa em estudo. Desta forma, sugerimos esta tarefa como um contexto interessante para introduzir a proporcionalidade direta.

A limonada da Maria

A Maria é uma menina que tem muitos amigos e resolveu convidar alguns deles para lanchar em sua casa. Para o lanche era necessário fazer limonada.

O seu amigo João juntou 3 colheres de açúcar e 12 colheres de sumo de limão a uma quantidade de água para fazer limonada.

A Maria juntou 5 colheres de açúcar e 20 colheres de sumo de limão a uma quantidade igual de água.

Qual das limonadas é mais doce? Justifiquem a vossa resposta.

(Fonte: Adaptado de Silvestre, A. I., & da Ponte J. P. (2012). Missing value and comparison problems: What pupils know before the teaching of proportion. *PNA*, 6(3), 73-83. HANDLE: http://hdl.handle.net/ 10481/19500)

Tarefa 22 - Ampliar o puzzle

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 22 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a natureza multiplicativa da relação de proporcionalidade direta e distinguir relações de proporcionalidade direta daquelas que não o são.
- Reconhecer a fração como representação de uma razão entre duas partes de um mesmo todo.
- Explicar, por palavras suas, o significado da constante de proporcionalidade, razão e proporção no contexto do problema.
- Resolver problemas que envolvam a interpretação e modelação de situações de proporcionalidade direta.
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

O problema de natureza geométrico deve ser trabalhado em grupos de quatro alunos cada que, por sua vez, devem respeitar a organização proposta no enunciado e que é fundamental para o sucesso da tarefa. O professor deve incentivar os alunos a registarem todos os cálculos utilizados para a ampliação do puzzle para que, no momento da discussão coletiva, os diferentes grupos expliquem o seu raciocínio à turma tornando esta fase da aula mais enriquecedora. Após a conclusão da ampliação das diferentes peças, cada grupo deverá reconstruir o puzzle e verificar se a sua ampliação foi bem sucedida. Note-se que existe a expectativa de que vários alunos adicionem 2 cm a cada lado da peça, ao invés de multiplicarem por 1,5. Esta tendência não deve ser contrariada pelo professor para que os alunos se apercebam da deformação das peças que impedirá de formar o puzzle. Este efeito, embora possa ser momentaneamente frustrante, é fundamental para que os alunos compreendam o erro e a natureza multiplicativa da relação.

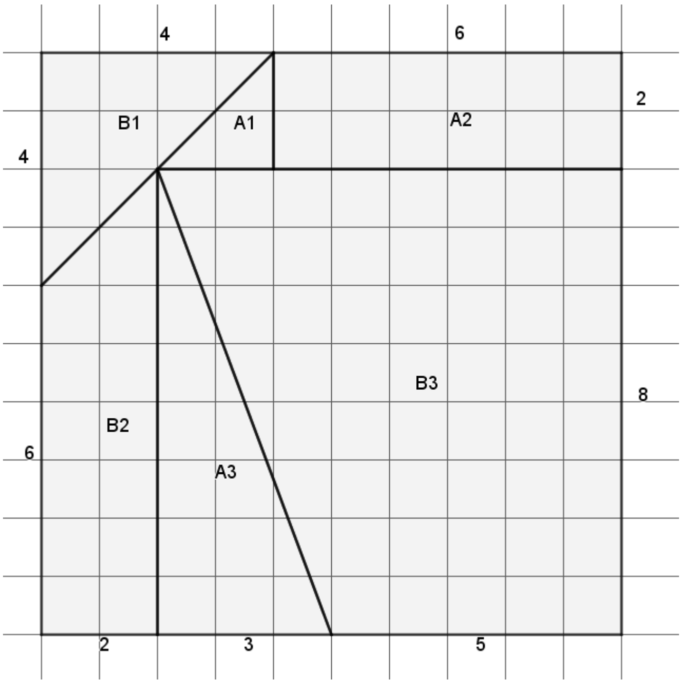
Durante a discussão coletiva os alunos devem apresentar à turma as suas construções e a estratégia utilizada e, no final, com a ajuda do professor, todos estas contribuições devem proporcionar a identificação das melhores estratégias para a ampliação do puzzle e identificar os erros que ocorreram durante o trabalho. Esta tarefa, ao fazer parte de uma cadeia de tarefas para o estudo da proporcionalidade direta, proporciona a análise em maior profundidade da relação multiplicativa em estudo.

Recursos: Puzzle para cada grupo, folhas de papel e tesoura.

Ampliar o puzzle

O puzzle seguinte deve ser ampliado, de modo que cada segmento de 4 cm passe a medir 6 cm.

Para realizar esta tarefa, o grupo deve organizar-se de forma que dois alunos construam a ampliação das peças A e o outro par as peças B. As novas peças devem ser desenhadas na folha quadriculada.
No fim reconstruam o puzzle.



(Fonte: Mesquita, M. C. (1987). Proporcionalidade: Uma atividade de Aprendizagem. *Educação e Matemática*, 1, pp. 7-9)

Tarefa 23 - Peso das Mochilas

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 23 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Formular questões estatísticas do seu interesse, sobre características quantitativas contínuas.
- Participar na definição de quais são os dados a recolher e decidir onde devem ser recolhidos, quem inquirir e/ou o que observar.
- Recolher dados a partir de fontes primárias.
- Reconhecer que os dados contínuos envolvem grande variedade de números levando à necessidade de agrupar os dados em classes.
- Construir classes de igual amplitude, sem recorrer a regras formais.
- Usar tabelas de frequências absolutas e relativas para organizar os dados para cada uma das classes. Usar título na tabela.
- Representar dados através de histogramas, usando escalas adequadas, e incluindo fonte, título e legendas.
- Reconhecer a(s) classe(s) modal(ais) como a classe que apresenta maior frequência e identificá-la.
- Analisar criticamente qual(ais) as medida(s) resumo apropriadas para resumir os dados, em função da sua natureza.
- Ler, interpretar e discutir a distribuição dos dados, salientando criticamente os aspetos mais relevantes.
- Retirar conclusões, fundamentar decisões e colocar novas questões pelas conclusões obtidas.
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos.
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão e intervenção nessas situações.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Esta proposta de investigação estatística tem como ponto de partida um estudo publicado pela DECO que refere que um ser humano não deve carregar mais do que 10% do seu próprio peso, levando à questão se o peso das mochilas dos alunos da turma cumpre esta recomendação.

As professoras organizaram as turmas em grupos e distribuíram a cada grupo o enunciado que consta no guião, de modo a que os alunos fizessem a recolha dos dados. Na sala de aula os alunos tinham à sua disposição uma balança para se pesarem com e sem mochila (para agilizar este processo, a recolha do peso dos alunos poderá ser um trabalho de casa ou uma colaboração com o professor de Educação Física). O professor deverá escolher o dia da semana em que vai realizar esta tarefa e recomendar aos alunos que tragam todo o material necessário para as atividades desse dia. A utilização de uma balança digital facilitará a leitura dos pesos.

No fim, cada grupo poderá partilhar as conclusões da investigação divulgando os resultados junto da comunidade escolar.

Recursos: Balança, tabela para organização dos dados de cada grupo.

O peso das mochilas

Guião do professor

Parte I

Os seguintes pontos dizem respeito a ações desencadeadas pelo professor.

1. Apresentar a situação à turma e distribuir o enunciado com a tabela. O trabalho é retomado noutra aula.

Com certeza sabes que transportar demasiado peso faz mal à saúde e pode causar problemas à tua estrutura óssea, em especial à coluna vertebral. Um estudo publicado pela DECO refere mesmo que um ser humano não deve carregar mais do que 10% do próprio peso.

Será que a tua mochila tem um peso adequado para ti?

E o que acontece com a generalidade das mochilas dos alunos da tua turma?

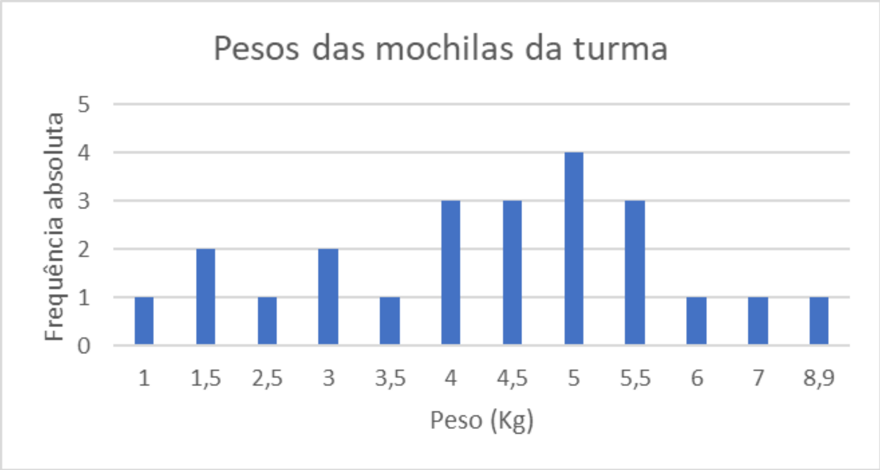
Recolhe os dados dos alunos do teu grupo relativo ao peso dos alunos e ao peso das mochilas.

Aluno	Peso	Peso com a mochila	Peso da Mochila

---

2. Pedir aos alunos que observem a tabela com os dados recolhidos sobre o peso das mochilas dos alunos da turma levando à constatação da grande variedade de dados.
3. Discutir com a turma como organizar esses dados.
4. Deixar que os alunos experimentem as formas sugeridas ou, caso o tempo seja limitado, projetar os dados representados num gráfico de barras previamente preparado (uma opção habitualmente sugerida pelos alunos) para mostrar que não apoia a leitura dos dados.

Exemplo (com base em dados reais):



5. Sugerir a realização de um diagrama de caule-e-folhas (caso os alunos não estejam recordados ou não tenham trabalhado este tipo de gráficos, recordar como se constrói e lê um diagrama caule-e-folhas).

6. Construir um diagrama com os dados recolhidos.

7. Projetar um diagrama e comparar com o gráfico de barras.

8. Contornar os retângulos formados pelas folhas do diagrama de modo a visualizar a representação próxima do histograma. Apresentar este conceito.

9. Discutir com os alunos a possibilidade de organizar os dados noutras classes de modo a facilitar a interpretação da situação.

Parte II

1. Propor que os grupos organizem os dados em classes, permitindo que os alunos façam propostas de classes que considerem adequadas aos dados (pedir aos alunos que encontrem intervalos em que a diferença entre os valores máximos e mínimos se mantenha constante).

2. Construir uma tabela com os dados agrupados em classes.

3. Construir histograma partindo dos dados da tabela.

4. Interpretar o histograma e apresentar o conceito de classe modal.

5. Propor aos alunos a realização de um trabalho em que apresentam os resultados à turma ou à escola e apresentem propostas de soluções para eventuais problemas detetados.

Tarefa 24 - Classificação de polígonos

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 24 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Distinguir polígonos côncavos de polígonos convexos.
- Distinguir polígonos regulares de polígonos irregulares.
- Classificar objetos atendendo às suas características.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Esta tarefa foi pensada para ser trabalhada em grande grupo. O professor projeta a aplicação e orquestra as intervenções dos alunos, de modo a indicarem a figura que consideram adequada e justificarem a sua escolha com base nas suas características. As intervenções dos alunos vão sendo discutidas coletivamente até serem do consenso de todos, ao mesmo tempo que o professor, progressivamente, introduz conceitos ou corrige a linguagem usada pelos alunos que, frequentemente, recorrem a termos mais informais.

Recursos: Utilização do site https://mathigon.org/polypad/embed/ADOhLH83oGgViQ

Classificação de polígonos

Guião do professor

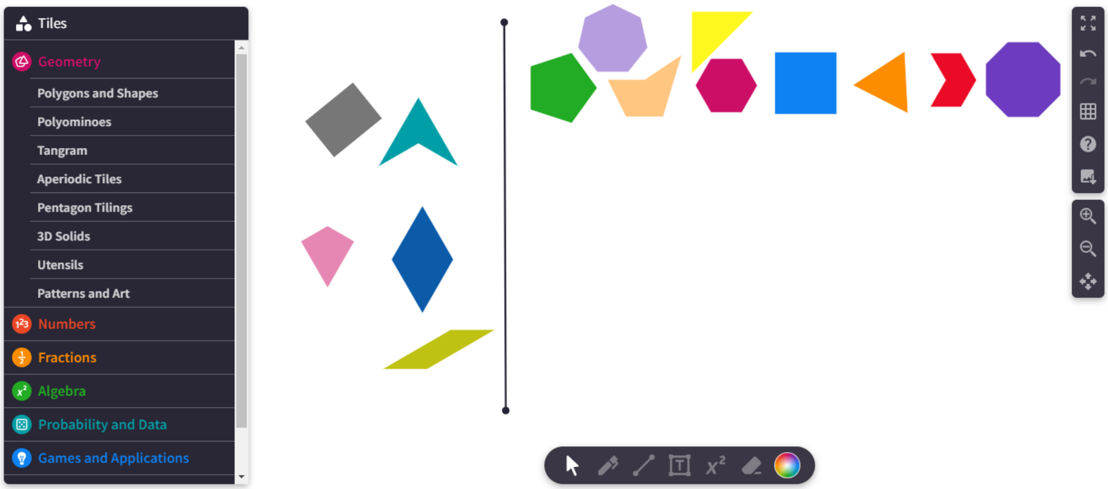
Os seguintes pontos dizem respeito a ações desencadeadas pelo professor.

1. Em momento coletivo, relembrar o que é um polígono e os elementos de um polígono.
2. Projetar na tela a aplicação preparada para a atividade:

   https://mathigon.org/polypad/embed/ADOhLH830GgViQ

3. Propor aos alunos, em grande grupo, a realização de um jogo: inicialmente a professora pensa numa característica comum a um conjunto de polígonos e, sem dizer qual é, arrasta um polígono (que cumpre essa característica) para o lado esquerdo do ecrã. Os alunos, à vez, vão sugerindo polígonos que possam estar de acordo com a característica pensada pela professora. Todos os polígonos indicados que não estejam de acordo com a característica são colocados na parte direita do ecrã. O objetivo é descobrir a característica em que a professora pensou.

   Fazer uma experiência inicial separando os quadriláteros de outros polígonos. A imagem em baixo ilustra como deve terminar a organização dos polígonos:

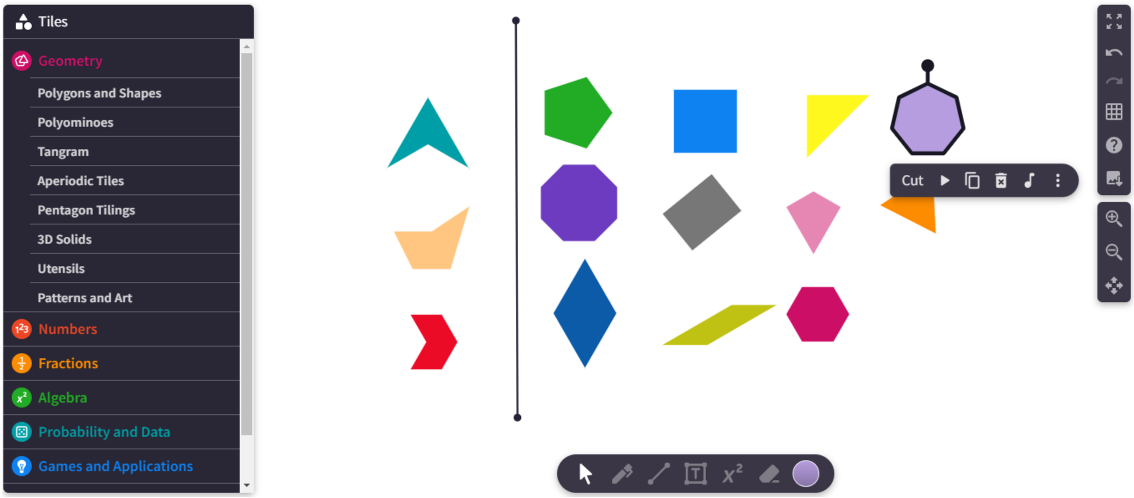


   Aproveitar o exemplo para recordar a classificação dos polígonos quanto ao número de lados.

4. Depois de fazerem algumas experiências, com características já conhecidas dos alunos (p.e., polígonos com os lados paralelos 2 a 2) pensar na propriedade "polígonos com os lados com o mesmo comprimento e os ângulos internos com a mesma amplitude". Partindo da observação e descoberta destes, introduzir o conceito de polígono regular (e, por oposição, polígono irregular).

5. Prosseguir da mesma forma e separar os polígonos côncavos dos convexos. Os alunos poderão expressar que a caraterística pensada foi "polígonos com um ângulo superior a 180º" mas também poderão usar uma linguagem mais informal para expressar o efeito visual. Do lado esquerdo do ecrã devem ficar os polígonos côncavos e à direita os convexos. Por observação dos ângulos

internos distinguimos os polígonos côncavos por terem pelo menos um ângulo com amplitude superior a 180°.



6. Como extensão, pode propor-se que os alunos assumam o papel do professor e que pensem numa característica de modo a que os colegas consigam identificá-la.

Tarefa 25 - Área do triângulo

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 25 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Generalizar e justificar a expressão para o cálculo da medida da área do triângulo a partir do paralelogramo, com recurso a material manipulável ou e/ou a tecnologia.
- Identificar as alturas de um triângulo e relacionar as respectivas posições com a classificação do triângulo.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.
- Trabalhar com os outros.

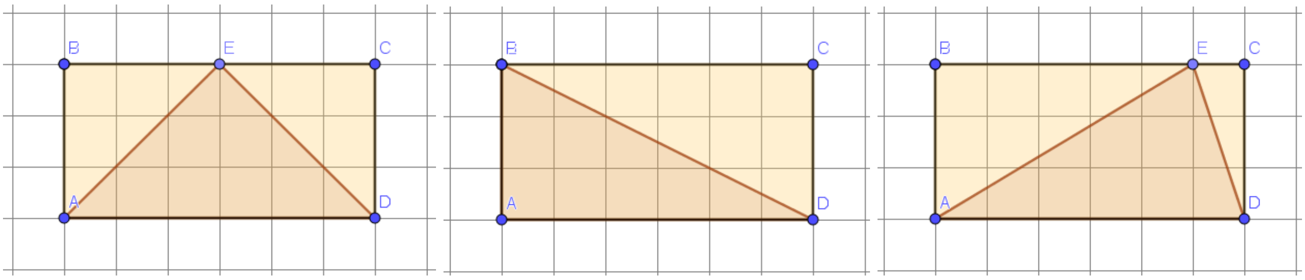
Para esta tarefa, sugere-se que os alunos se organizem em pares ou em grupo dispondo de um computador ou *tablet*. Se existir acesso à Internet, os alunos poderão aceder ao manipulável virtual através do link apresentado no enunciado. Se o sinal de rede de Internet for instável, a turma poderá trabalhar offline. Para tal é necessário que os dispositivos tenham o GeoGebra instalado e, previamente, tenha sido descarregado o ficheiro da construção acessível a partir do link no enunciado (primeiro "Abrir com uma App GeoGebra" e fazer o "Download").

A tarefa proposta permite o aparecimento de diferentes estratégias de resolução. O professor deve incentivar a utilização de diversas representações e também que os grupos expliquem o seu raciocínio. Durante a discussão coletiva, os alunos porta-voz dos seus grupos devem apresentar à turma as conclusões que, no final, com a ajuda do professor, devem contribuir para a síntese das aprendizagens fazendo surgir a generalização da expressão para o cálculo da medida da área do triângulo. A exploração do ficheiro GeoGebra tem como objetivo ajudar a visualizar o que o grupo conseguiu concluir anteriormente.

Recursos: Computador ou *tablet* com acesso à Internet ou com o GeoGebra instalado e o ficheiro descarregado.

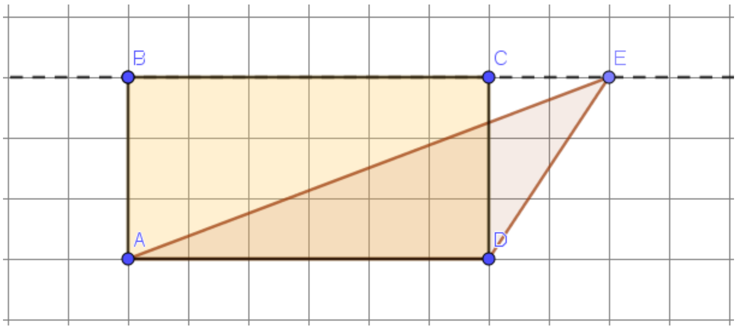
Área do triângulo

1. Na figura abaixo estão representados três retângulos congruentes. Em cada um deles encontras um triângulo diferente em que a base coincide com um lado do retângulo e o terceiro vértice está contido no lado oposto.



   a. Determina a área do retângulo, considerando a quadrícula como unidade de área.
   b. Encontra, para cada triângulo, uma estratégia para determinar as áreas dos três triângulos. Explica como pensaste.
   c. Qual é a relação entre as áreas dos três triângulos?
   d. Qual é a relação entre as áreas dos triângulos e dos retângulos?

2. Imagina que o vértice E do triângulo passa agora a estar fora do lado do retângulo, mas no seu prolongamento (linha a tracejado).



   a. O que será que vai acontecer à área do triângulo? Será menor, maior ou igual?
   b. Vamos verificar se a tua hipótese está correta a partir da construção em GeoGebra que podemos aceder no seguinte link https://www.geogebra.org/m/axzjyhz5. O que se pode concluir?

Depois destas explorações, vamos escrever duas descobertas muito importantes. Para isso, vamos precisar usar dois nomes que já conhecemos dos paralelogramos: a **base** e a **altura**. A base do triângulo será, neste caso, o lado AB. Traça a altura do triângulo na figura do item 2.

Regista agora as duas descobertas:
Todos os triângulos que tenham a mesma altura e base têm ______________________________
Para calcular a área do triângulo multiplicamos ____________________ e __________________

Tarefa 26 - Perímetro do círculo

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 26 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a relação de proporcionalidade direta entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência e designar por π a constante de proporcionalidade, estabelecendo a articulação com a álgebra.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo.
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Trabalhar com os outros.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

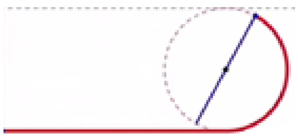
Sugere-se que a tarefa seja realizada em trabalho de grupo. Cada grupo deverá ter disponível vários objetos cilíndricos, fita métrica e fio. É importante que todos façam as medições da mesma forma e dentro de um tempo previamente estabelecido, gerando vários dados para preencher a tabela. As discussões dentro do grupo de trabalho devem ser incentivadas para que os registos sejam completos e claros.

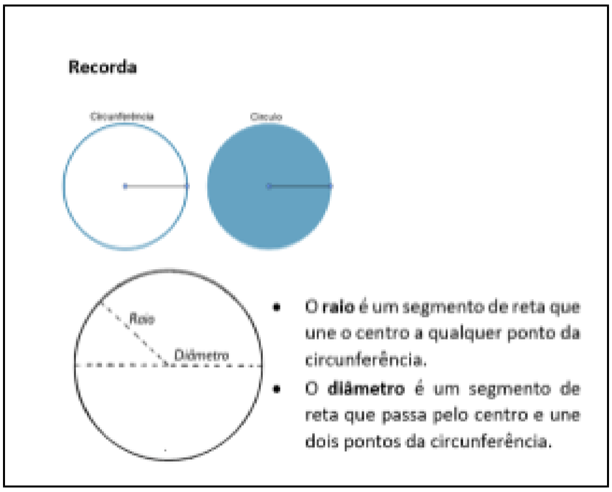
Durante a discussão coletiva dos resultados dos diferentes grupos a projeção da aplicação ajuda a clarificar as observações dos alunos. É natural que surjam diferentes valores para objetos iguais, o que constitui uma oportunidade para compreender que o valor obtido por uma medição é uma aproximação.

Recursos: Objetos cilíndricos, fio, régua/fita métrica, calculadora.

Perímetro do círculo

O **perímetro** do círculo corresponde ao comprimento da circunferência que o limita.





Procedimentos

1. Passem o fio à volta dos objetos que têm na vossa mesa de trabalho de modo a ficarem com a medida do perímetro do círculo da base.
2. Estiquem o fio e meçam o seu comprimento com uma régua/fita métrica.
3. Usem a régua/fita métrica e meçam o diâmetro do círculo.
4. Com os dados recolhidos preencham a tabela seguinte.

Objeto	Perímetro (P)	Diâmetro (d)	P : d

5. Usem a vossa calculadora para determinar o valor do quociente entre o perímetro (P) e o diâmetro (d), arredondado às centésimas.
6. Observem a última coluna da tabela. O que podem verificar relativamente à relação entre o perímetro e o diâmetro de um círculo?
7. Verifiquem para outros valores se a relação entre o perímetro e o diâmetro do círculo se mantém. Para isso usem a aplicação seguinte e movimentem os cursores https://www.geogebra.org/m/t9fctcf4

Tarefa 27 - Área do círculo

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa 27 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Conhecer a expressão para a medida da área do círculo.
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa

Para uma gestão mais eficiente do tempo, esta tarefa foi trabalhada coletivamente, mas pode ser adaptada ao trabalho de grupo. As professoras projetaram a aplicação e seguiram as indicações dadas no guião seguinte. Além destas indicações, sublinha-se a importância de dar tempo aos alunos para observarem as figuras, incentivando para que as intervenções destes sejam precisas e baseadas nas observações das figuras projetadas.

No fim da tarefa, a manipulação das figuras através da decomposição do polígono em triângulos deve permitir, com apoio do professor, chegar à expressão para a medida da área do círculo.

Recursos: Usar a aplicação *Polígonos áreas por aproximação* https://www.geogebra.org/m/eaBvgXB7

Área do círculo

Guião do professor

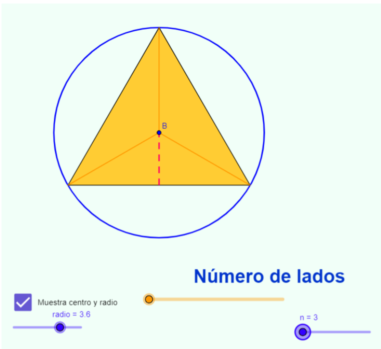
Os seguintes pontos dizem respeito a ações desencadeadas pelo professor.

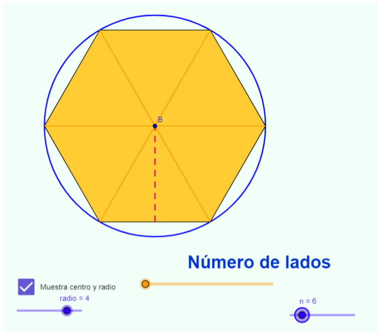
1. Projetar a aplicação *Polígonos áreas por aproximação*: https://www.geogebra.org/m/eaBvgXB7

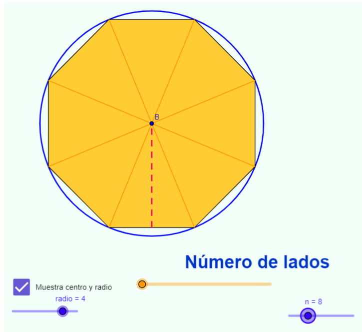
2. Construir vários polígonos regulares inscritos na circunferência, mantendo o valor do raio (escolher com os alunos um valor), com o objetivo de encontrar por estimativa os valores para a área do círculo.

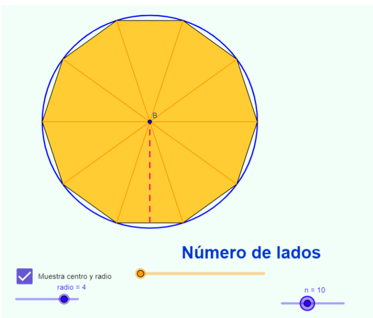
3. Perguntar "À medida que se aumenta o número de lados de um polígono o que observam em relação às áreas a branco no interior da circunferência? O que podemos concluir?"

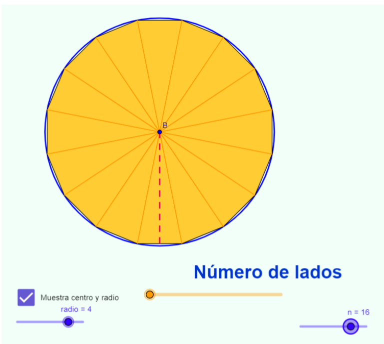
4. Perguntar "Qual seria o polígono que escolheriam como aquele cujo valor da área é mais próximo do valor da área do círculo? Porquê?"











5. Desafiar os alunos a conjeturar questionando "Se formos dividindo o círculo num número cada vez maior de triângulos, o que acontece à área do círculo se compararmos com a área do polígono inscrito (correspondente à soma das áreas dos triângulos)? E o que acontece à altura do triângulo?"

6. Concluir com o apoio nas intervenções dos alunos que, à medida que se aumenta o número de lados do polígono regular inscrito, a área desse polígono aproxima-se da área do círculo.

CÁLCULO MENTAL

Tarefa A - 10 num minuto

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa A procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Compreender e usar com fluência estratégias de cálculo mental
- Desenvolver e usar estratégias de cálculo mental com decimais, tirando partido da regra da multiplicação e divisão por 10, 100, 1000 e 0,1; 0,01 e 0,001, das propriedades das operações e da relação entre a multiplicação e divisão, comunicando de forma fluente.
- Adicionar frações, recorrendo ao uso das propriedades da adição de forma a agilizar o cálculo, apresentando e explicando raciocínios e representações.
- Multiplicar frações, tirando partido das propriedades da multiplicação de forma a agilizar o cálculo, apresentando e explicando raciocínios e representações.
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos.
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Com o objetivo de desenvolver o cálculo mental foi aplicada, nos 5.º e 6.º anos, a tarefa "10 num minuto".
Semanalmente, foi apresentado aos alunos um conjunto de 10 expressões que deveriam resolver num minuto. Cada aluno recebia uma tira com as expressões numéricas, apresentadas de forma vertical e sequencial e, na maioria dos casos, com relações que favoreciam a aplicação de estratégias de cálculo. Cronometra-se o tempo, findo o qual toda a turma interrompia a resolução.
Com esta rotina, procurou-se proporcionar, aos alunos, oportunidades para evidenciar a vantagem da aplicação das propriedades das operações e de outras regras na simplificação e agilização do cálculo. Para tal, depois da resolução individual, a correção era feita coletivamente, solicitando aos alunos a apresentação e justificação das diferentes estratégias utilizadas para a obtenção dos resultados.
Finalmente, cada aluno colava sequencialmente no seu caderno cada uma destas tiras, proporcionando uma reflexão crítica sobre o seu desempenho ao longo do tempo.

Exemplos :

10 num minuto(3)
5 x 10 =
5 : 0,1 =
5 x 100 =
5 : 0,01 =
5 x 1000 =
5 : 0,001 =
30 x 0,1 =
30 : 10 =
30 x 0,0 1 =
30 : 100 =
TOTAL =

10 num minuto(15)
$\frac{2}{8} \times \frac{1}{2} =$
$\frac{10}{3} \times \frac{2}{5} =$
$\frac{5}{15} \times 4 =$
$\frac{24}{4} \times \frac{2}{3} =$
$6 \times \frac{1}{6} =$
$\frac{1}{9} + \frac{1}{9} =$
$\frac{2}{7} - \frac{1}{7} =$
$\frac{3}{8} + 1 =$
$\frac{8}{5} - \frac{3}{5} =$
$\frac{7}{9} + \frac{1}{9} =$
TOTAL =

Tarefa B - Desafio com dados

Notas para o/a professor/a:

A exploração da tarefa B procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Usar expressões numéricas para representar uma dada situação e vice-versa.
- Calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações e potências, reconhecendo a importância do uso dos parênteses e o significado da prioridade das operações.
- Mobilizar as propriedades das operações.
- Analisar, comparar e ajuizar da simplicidade e eficácia de estratégias realizadas por si e por outros, apresentando e explicando raciocínios.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Esta rotina consiste num jogo, realizado com regularidade, para promover o desenvolvimento do cálculo mental e a destreza na construção e interpretação de expressões numéricas. As regras são as seguintes:

- Lançamos cinco dados convencionais (ou cinco vezes o mesmo dado) e registamos os cinco números.

- Lançamos de novo dois dados e, com os números que saíram, formamos um número da ordem das dezenas. Por exemplo, se no dado acordado para as dezenas sair 6 e no outro 2, o número é 62.

- O objetivo é construir uma expressão numérica usando os primeiros cinco números cujo resultado seja o número da ordem das dezenas.

Exemplo: Com os números 1, 2, 4, 4, 5, obter 62. Uma resolução possível é $4 \times 5 \times (4 - 1) + 2$

Neste jogo, o desafio pode corresponder a encontrar o mais depressa possível uma expressão numérica correta ou o maior número de expressões numéricas corretas e diferentes. O professor pode negociar com a turma o que se consideram expressões numéricas diferentes: por exemplo, se apenas se aplicar a propriedade comutativa de uma para outra expressão, vamos admitir como diferente?
Sugere-se ainda que se dedique algum tempo de aula ao jogo, podendo o desafio prolongar-se por alguns dias e estender-se ao trabalho fora da sala de aula. As expressões encontradas poderão ser partilhadas num *placard* físico ou, como no caso de uma das turmas, num espaço digital de partilha da turma.