

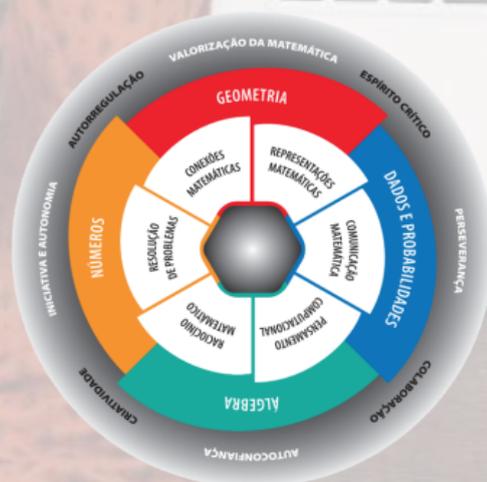
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas Tema: Dados e Probabilidades

8.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Julho de 2023



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas - Tema Dados e Probabilidades (8.º ano de escolaridade)

Autores:

Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/>.

Data

Lisboa, julho de 2023



Os autores agradecem o precioso contributo do professor João Almiro pela colaboração na revisão do texto.



Índice

[Introdução](#)

[Planificação a longo prazo](#)

[Tema: Dados e Probabilidades](#)

[Probabilidades](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa 1 - Tudo acontece por acaso?](#)

[Tarefa 2 - Às voltas com as probabilidades](#)

[Tarefa 3 - Probabilidades e mais probabilidades...](#)

[Tarefa 4 - Simular para calcular](#)

[Dados](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa 1 - Medidas... calcular, interpretar e representar](#)

[Tarefa 2 - Representar para comparar](#)



Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2022/23 nas duas turmas de 8.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais perceptível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*, nomeadamente para o 8.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2022/23, no âmbito das *Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática*, em duas turmas do 8.º ano



de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 8.º ano de escolaridade do Ensino Básico.



Planificação a longo prazo

Tema	Tópico	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
DADOS E PROBABILIDADES	Probabilidades	10	1.º Período 49
GEOMETRIA	Operações com figuras	8	
NÚMEROS	Números racionais	18	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações do 1.º grau	9	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
ÁLGEBRA	Funções (e proporcionalidade direta do 7.º ano)	20	2.º Período 47
GEOMETRIA	Figuras planas	13	
DADOS E PROBABILIDADES	Representações gráficas	5	
	Análise de dados	5	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
ÁLGEBRA	Equações (literais e sistemas)	14	3.º Período 32
GEOMETRIA	Figuras no Espaço	14	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
Total		128	

Nota: Na distribuição dos tempos pelos vários conteúdos foram contempladas aulas para reforço das aprendizagens bem como para o desenvolvimento do trabalho no contexto dos DAC.

A planificação a longo prazo foi inicialmente respeitada. Contudo, vários fatores, entre eles o impacto das greves dos professores e a supressão de aulas, da responsabilidade da escola, para experimentar procedimentos relativos às provas de aferição em formato digital, contribuíram para que não fosse possível o cumprimento integral da planificação a longo prazo, realizada no início do ano letivo. Em particular, as tarefas sobre os Dados não foram trabalhadas numa das turmas de antecipação, ficando para o próximo ano letivo.



Tema: Dados e Probabilidades

Pretende-se que o estudo dos Dados crie oportunidades para que os alunos continuem a desenvolver uma sólida literacia estatística. Assim, procura-se que os alunos sejam capazes de usar dados para produzir informação para conhecer o que os rodeia, fundamentar decisões e colocar novas questões. Em cada ano devem ser trabalhadas todas as fases de um estudo estatístico, desde a identificação de questões com relevância, até à comunicação do trabalho desenvolvido, podendo este trabalho traduzir-se pelo desenvolvimento de um estudo estatístico ou pela análise de estudos, ou suas componentes, realizadas por outros e divulgados nos media. Devem ainda ser acrescentados elementos de complexidade crescente, ampliando as possibilidades de tratamento e representação dos dados trabalhados, enriquecendo o conjunto de representações gráficas disponíveis para os alunos.

O desenvolvimento do raciocínio probabilístico dá seguimento ao trabalho iniciado nos ciclos anteriores e permite a formalização de duas definições de probabilidade, assentes em vertentes experimentais e teóricas.

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática, 7.º ano, 3.º ciclo do EB* (p. 10). DGE, ME.



Tópico

Probabilidades



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Tudo acontece por acaso?	<ul style="list-style-type: none"> Experiência aleatória Espaço de resultados ou espaço amostral Acontecimentos 		X		X					X		X		X	
2	Tarefa 2 - Às voltas com as probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> Tabelas de probabilidades 					X	X	X	X	X					
2	Tarefa 3 - Probabilidades e mais probabilidades...	<ul style="list-style-type: none"> Probabilidade frequencista 	X			X	X	X				X				X
2	Tarefa 4 - Simular para calcular	<ul style="list-style-type: none"> Probabilidade frequencista 			X		X		X		X				x	

Legenda

RP - Resolução de Problemas
 RM - Raciocínio Matemático
 PC - Pensamento Computacional
 Com - Comunicação Matemática
 Re - Representações Matemáticas
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
 E - Relacionamento interpessoal
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
 Cri - Criatividade
 Col - Colaboração
 AC - Autoconfiança
 Aut - Autorregulação
 IA - Iniciativa e Autonomia
 Per - Perseverança
 Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa 1 - Tudo acontece por acaso?

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer as características de uma experiência aleatória;
- Reconhecer o conjunto dos resultados possíveis, quando se realiza uma experiência aleatória, como o espaço de resultados ou espaço amostral;
- Reconhecer e dar exemplos de acontecimentos certo e impossível;
- Identificar acontecimentos associados a uma experiência aleatória como subconjuntos do espaço amostral;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Reconhecer a correção, diferença e adequação de diversas formas de justificar uma conjectura/generalização;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias matemáticas, oralmente e por escrito;
- Produzir estratégias adequadas, pouco habituais na turma;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Tomar decisões fundamentadas por argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

O termo acontecimento, usado de forma informal no 7.º ano, é agora formalizado.



Tudo acontece por acaso?

Uma experiência é considerada:

- **aleatória** quando:
 - se conhecem antecipadamente todos os resultados possíveis;
 - cada vez que é realizada não se consegue antecipar qual dos resultados possíveis vai ocorrer;
 - pode ser repetida nas mesmas condições e de forma independente.
- **não aleatória (determinista)** quando é possível antecipar o resultado que vai ocorrer.

1. O João pretende realizar 3 experiências e solicitou a ajuda do seu irmão mais novo:

Experiência 1: Lançar uma moeda ao ar e anotar a face que fica virada para cima, após cair no chão;

Experiência 2: Lançar um dado tetraédrico em que cada face contém o número 5 e anotar o número da face que fica virada para baixo;

Experiência 3: De uma caixa com 5 bolas verdes, 1 amarela e 8 encarnadas, retirar, sem olhar, uma bola e anotar a cor.

- 1.1. Conforme a definição apresentada no quadro anterior, classifica as três experiências. Justifica a tua resposta.
- 1.2. Dá dois exemplos de experiências, uma aleatória e outra não aleatória (diferentes das anteriores), e explica como pensaste.
- 1.3. Quais os resultados que podem ocorrer nas experiências aleatórias que identificaste em 1.1 e na que apresentaste em 1.2.
- 1.4. Nas questões seguintes, toma como referência a experiência 3.
 - 1.4.1. De acordo com os acontecimentos que te são apresentados abaixo, indica os que são acontecimentos certos e os que são acontecimentos impossíveis, justificando as tuas opções.

A: “sair uma bola azul”

B: “não sair uma bola azul”

C: “sair uma bola verde ou amarela ou encarnada”
 - 1.4.2. De acordo com a experiência, dá um exemplo de um acontecimento, D, que não seja certo, nem seja impossível. Explica a tua opção.
 - 1.4.3. Considera o acontecimento E: “não sair bola encarnada”. Ao retirar uma bola, quantas são favoráveis à realização deste acontecimento? Identifica-as.



2. Considera a experiência aleatória que consiste em lançar um dado cúbico com as faces numeradas de 1 a 6, e anotar o número que está na face que fica voltada para cima.

Espaço amostral de uma experiência aleatória é o conjunto de todos os resultados possíveis dessa experiência.

- 2.1. Qual o espaço amostral da experiência?
- 2.2. Quais os resultados favoráveis à realização do acontecimento:
- 2.2.1. A: “sair face par”
 - 2.2.2. B: “sair face com número inferior a 2”
 - 2.2.3. C: “sair face com número superior ou igual a 4”
 - 2.2.4. D: “Sair face com número natural”
- 2.3. Define um acontecimento que possa ter como resultados favoráveis os elementos do conjunto {1, 3, 5}.



Tarefa 2 - Às voltas com as probabilidades

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar resultados possíveis como acontecimentos elementares e compreender que a soma das suas probabilidades é 1;
- Construir tabelas de probabilidade associadas a experiências aleatórias, com conjuntos de resultados possíveis finitos;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.



Às voltas com as probabilidades

1. O Filipe e o Pedro resolveram jogar o jogo do RAPA. O pião utilizado tem inscrito, nas suas quatro faces laterais, quatro letras diferentes, R-Rapa, T-Tira, D-Deixa e P-Põe.



- 1.1. Qual é o conjunto de resultados possíveis, associados à experiência de lançar o dado e visualizar a letra que fica na face que está voltada para cima?
- 1.2. O Pedro referiu que a probabilidade de a face com a letra D ficar voltada para cima, no lançamento do pião, é $\frac{1}{4}$. Concordas com o Pedro? Porquê?
- 1.3. Completa a seguinte tabela de probabilidades.

Face	R	T	D	P
Probabilidades	$\frac{1}{4}$			

- 1.4. Qual é o valor da soma das probabilidades de todos os resultados possíveis apresentados na tabela?
- 1.5. Supõe que o Filipe e o Pedro resolvem ir jogar um outro jogo, utilizando agora um pião com 5 faces, numeradas de 1 a 5. O jogo desenvolve-se com o lançamento do dado, por cada um dos jogadores, que anotam a face que fica virada para baixo.

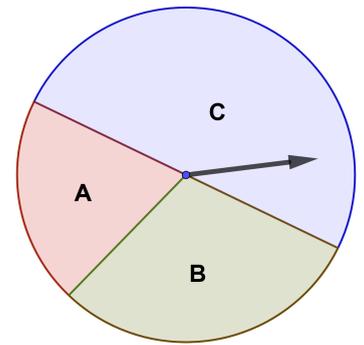
O Filipe referiu que a soma das probabilidades de todos os resultados possíveis seria diferente da que se obtém com o dado anterior.

Será que o Filipe tem razão? Explica porquê.

2. A Ana e a Beatriz resolveram jogar um jogo onde é utilizado o seguinte diagrama circular.

O jogo consiste em rodar o ponteiro e anotar a letra que sai: A, B ou C.

A Ana resolveu construir a seguinte tabela de probabilidades, para mostrar que ao rodar o ponteiro, os acontecimentos, sair a letra A, sair a letra B e sair a letra C, tinham diferentes probabilidades de ocorrência.



letra	A	B	C
probabilidade	0,2	0,1	0,5

- 2.1. Concordas com os valores de probabilidade apresentados pela Ana na tabela? Explica porquê.
- 2.2. Sabe-se que apenas um dos valores da tabela está incorreto e que a probabilidade correspondente ao setor A está correta. Encontra o valor correto, explicando como chegaste à resposta.
3. Admite que tens uma caixa com 5 papelinhos, aparentemente iguais, mas 3 com nomes de rapazes e 2 com nomes de raparigas.
- 3.1. Quais os resultados possíveis, associados à experiência, que consiste em selecionar um papelinho e ver se é rapaz ou rapariga?
- 3.2. Quais as probabilidades dos acontecimentos, associadas à experiência, que consiste em selecionar um papelinho e ver se é rapaz ou rapariga?
- 3.3. Quais os resultados possíveis, associados à experiência, que consiste em selecionar dois papelinhos e ver quantos nomes de rapaz aparecem?
- 3.4. Quais as probabilidades dos acontecimentos elementares, associada à experiência, que consiste em selecionar dois papelinhos e ver quantos nomes de rapaz aparecem?

Tarefa 3 - Probabilidades e mais probabilidades...

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Estimar a probabilidade de acontecimentos utilizando a frequência relativa;
- Estimar a probabilidade de acontecimentos (teórica);
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Interpretar matematicamente situações do mundo real, construir modelos matemáticos adequados, e reconhecer a utilidade e poder da Matemática na previsão;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

Foi fornecido a cada par uma caixa de fósforos com 3 bolas coloridas (uma vermelha).

Antes da exploração da questão 2.2, foi utilizado um software de recolha de respostas à pergunta “Qual a tua disciplina preferida?”.



Probabilidades e mais probabilidades...

1. A jogar também conseguimos trabalhar probabilidades!

Lê atentamente as indicações seguintes e responde às questões apresentadas.

Material necessário:

- caixa opaca
- 3 bolas indistinguíveis ao tato, de cores diferentes, sendo uma delas vermelha

Como jogar?

1. Colocar as três bolas na caixa;
2. Agitar, com convicção, de modo que as bolas se movimentem (e baralhem);
3. Imobilizar a caixa, abri-la (de acordo com a figura)
 - ganha a equipa “vermelha” se a bola que tem a cor vermelha ficar no meio;
 - ganha a equipa “não vermelha” se no meio ficar uma bola com outra cor.



- 1.1. Será que podemos afirmar que o jogo é justo? Explica a tua resposta.
- 1.2. Joga 15 vezes e regista os resultados obtidos (ganha a equipa vermelha; não ganha a equipa vermelha). Com base nesses registos, determina as frequências relativas, em percentagem, do número de vezes que cada equipa ganhou.
- 1.3. Joga mais 15 vezes, acrescentando estes resultados aos anteriores e volta a calcular as frequências relativas, em percentagem, do número de vezes que cada equipa ganhou.
- 1.4. No fim destes 30 jogos, soma todos os resultados de todos os grupos da turma e observa as frequências relativas do número de vezes que cada equipa ganhou. Será que manténs a mesma resposta à questão 1.1.? Explica porquê, indicando um valor aproximado para a probabilidade da equipa vermelha ganhar.

(Fonte: Adaptado de <https://repositorio.ipsantarem.pt/bitstream/10400.15/3218/1/Revista-da-UIIPS.pdf>)

2. O professor de Matemática da turma gostava de saber qual é a probabilidade de, escolhendo um aluno da turma ao acaso, ele ter a matemática como disciplina preferida.

- 2.1. Como ajudarias o professor a resolver a questão?
- 2.2. Determina o valor dessa probabilidade.



Tarefa 4 - Simular para calcular

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Estimar a probabilidade de acontecimentos utilizando a frequência relativa;
- Estimar a probabilidade de acontecimentos (teórica);
- Extrair a informação essencial de um problema;
- Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema;
- Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Não desistir à primeira dificuldade, desenvolvendo a sua perseverança.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

Foi feita a opção de levar dois dados tetraédricos para simular o lançamento à frente dos alunos.

A tarefa foi realizada com recurso à folha de cálculo do Google, por permitir uma utilização livre e simples em smartphones, não sendo necessário recorrer ao computador.



Simular para calcular

Pretendemos proceder à simulação da experiência que consiste no lançamento de dois dados tetraédricos (faces numeradas de 1 a 4) e anotar a soma dos valores indicados nas faces viradas para baixo.

Para tal vamos usar as potencialidades da folha de cálculo e repetir a “experiência” umas centenas (ou milhares) de vezes...

Pretende-se determinar um valor da probabilidade da soma das duas faces que ficam voltadas para baixo.

Para tal, sugerimos que:

- uses duas colunas para a simulação de cada dado e uma outra para a soma das duas anteriores

=ALEATÓRIAENTRE(1;10)

A expressão anterior (a título de exemplo), devolve um número inteiro aleatório entre 1 e 10, inclusive

- procedas à simulação do lançamento dos 2 dados
- escrevas numa outra coluna todas as somas possíveis
- uses células de uma outra coluna para proceder à contagem de todas as somas encontradas

=CONTAR.SE(C:C;1)

A expressão anterior (a título de exemplo), conta o número de vezes que o valor “1” surge na coluna C

- determines a frequência relativa correspondente a cada uma das somas obtidas

Depois de realizado um grande número de experiências e tendo em conta os dados obtidos na folha de cálculo, estima a probabilidade de:

1. a soma ser 6
2. a soma ser 10
3. a soma ser par
4. a soma ser inferior a 9



Tópico

Dados



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Medidas ... calcular, interpretar e representar	<ul style="list-style-type: none"> Resumo dos dados (Quartis, Amplitude interquartil) Interpretação de dados 				X	X		X					X		X
2	Tarefa 2 - Representar para comparar	<ul style="list-style-type: none"> Interpretação e conclusão 					X	X	X							X

Legenda

RP - Resolução de Problemas

RM - Raciocínio Matemático

PC - Pensamento Computacional

Com - Comunicação Matemática

Re - Representações Matemáticas

Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo

E - Relacionamento interpessoal

F - Desenvolvimento pessoal e autonomia

I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico

Cri - Criatividade

Col - Colaboração

AC - Autoconfiança

Aut - Autorregulação

IA - Iniciativa e Autonomia

Per - Perseverança

Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa 1 - Medidas... calcular, interpretar e representar

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Relacionar o 2.º quartil com a mediana;
- Interpretar o significado dos quartis e calcular o seu valor por diferentes estratégias;
- Compreender o significado de amplitude interquartil;
- Reconhecer que a amplitude interquartil é uma medida de dispersão dos dados e calculá-la;
- Identificar qual(ais) a(s) medida(s) resumo apropriada(s) para resumir os dados em função não só da sua natureza, mas também de qual a diferença entre estas quando obtidas através de dados não agrupados e dados agrupados.
- Compreender a vantagem do uso da amplitude interquartil em vez da amplitude para caracterizar a dispersão dos dados;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Representar dados através de um diagrama de extremos e quartis, incluindo fonte, título e legenda;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.

Antes da questão 1.4.4 foi introduzido o conceito de quartil.

Para o cálculo de quartis, foram trabalhados dois procedimentos: inclusão e exclusão da mediana nas duas partes, quando o número de dados for ímpar.

Foi posteriormente tomada a opção de não incluir a mediana no cálculo do 1.º e 3.º quartil, porque esta é também a forma utilizada pelo GeoGebra (ferramenta que habitualmente é usada pelos alunos) na representação de diagramas de extremos e quartis.



Medidas... calcular, interpretar e representar

1. No ano letivo transato, realizaste um estudo no âmbito do projeto de turma sobre o tempo diário de utilização do telemóvel pelos alunos.
Considera os dados apurados e trabalhados por um dos grupos da turma, relativos aos minutos despendidos por dia, durante uma semana.

Raparigas

seg.	ter.	qua.	qui.	sex.	sab.	dom.
240	240	300	305	360	420	420
483	379	502	304	668	660	574
518	311	558	631	406	597	896
272	431	390	490	566	356	0
360	80	216	276	205	319	480
223	359	401	266	506	240	332

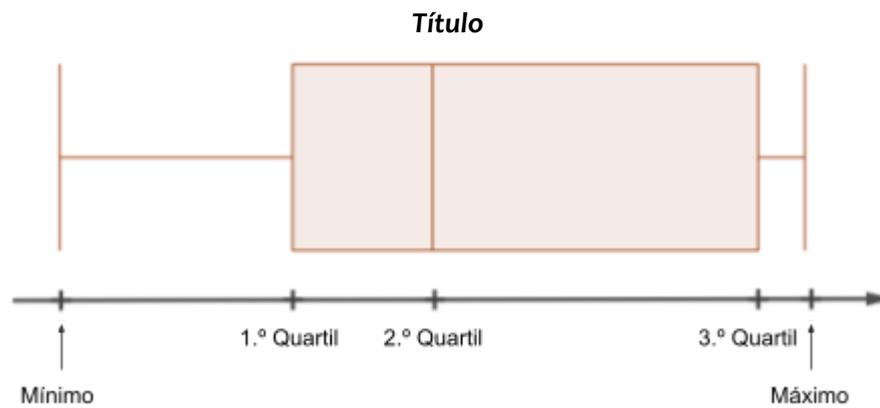
Rapazes

seg.	ter.	qua.	qui.	sex.	sab.	dom.
90	142	100	180	280	3	23
60	120	120	120	180	300	300
224	183	277	190	89	228	205
90	90	180	90	120	180	90
180	90	180	90	120	180	200
558	396	404	568	285	507	474
300	598	300	408	985	892	930

- 1.1. Qual foi a média de minutos despendidos pelas raparigas da turma na segunda-feira? E dos rapazes? Qual é o significado de cada uma delas?
- 1.2. Supõe que se tinham esquecido de registar os dados de uma rapariga na segunda-feira. Sabe-se que o dado introduzido foi 400 min. Explica o que acontecerá ao valor médio de tempo de utilização do telemóvel, na segunda-feira, das raparigas.
- 1.3. Relativamente aos dados de quarta-feira obtidos pelos rapazes, qual é a moda? O que significa?
- 1.4. Considera os tempos registados apenas no **domingo**.
 - 1.4.1. Verificou-se uma maior amplitude nos dados obtidos, referentes às raparigas ou aos rapazes? Explica a tua resposta.
 - 1.4.2. Qual é o tempo mediano de utilização de telemóvel das raparigas? E dos rapazes? O que significa?
 - 1.4.3. A mediana divide o conjunto de dados (ordenados) em duas partes com o mesmo número de elementos.
Determina a mediana de cada uma dessas duas partes, para os rapazes e para as raparigas.
 - 1.4.4. Determina a amplitude interquartil.



Diagrama de extremos e quartis



1.4.5. Constrói os diagramas de extremos e quartis para os tempos registados pelas raparigas e pelos rapazes no mesmo referencial.

(**Sugestão:** Considera cada quadrícula do caderno equivalente a 50 minutos).

1.4.6. Como já observaste, o diagrama de extremos e quartis divide a distribuição em quatro partes. No das raparigas, em qual das partes se verifica a maior concentração dos dados? E a maior dispersão?

2. Uma turma é constituída por 21 alunos, sendo dividida em algumas disciplinas em dois turnos, o A e o B, com 10 e 11 elementos, respetivamente.

O número de calçado dos alunos de cada turno está registado na tabela seguinte:

Turno A	36	38	40	43	41	39	39	38	41	40	
Turno B	42	39	37	37	40	42	39	41	40	38	37

2.1. Constrói uma tabela de frequências absolutas, relativas e relativas acumuladas (onde, para cada valor da variável, se considera a soma da frequência relativa desse valor com as frequências relativas dos valores anteriores).

2.2. Tendo por base a tabela anteriormente construída, determina a mediana e os 1.º e 3.º quartil. Explica como procedeste.

Tarefa 2 - Representar para comparar

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Interpretar a influência da alteração de dados na configuração do diagrama de extremos e quartis correspondente;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de tarefas em contextos diversos da vida real;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Propõe-se que esta tarefa seja trabalhada no computador, a pares. Apesar de se apelar à utilização do ambiente de Tarefas do *GeoGebra*, esta precisa de recorrer a duas janelas diferentes, dificultando a sua utilização nos *smartphones*.

O professor, no seu ambiente de trabalho, teve oportunidade de acompanhar o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos e discuti-las.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/kjtqkbph>. Não se esqueça que deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do *GeoGebra*. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.



Representar para comparar

1. Retomando o tema do número de calçado dos alunos de cada turno:

Turno A	36	38	40	43	41	39	39	38	40	41
---------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Acede à apliqueta do GeoGebra com o código [FMDQ 7B8Q](#), para observares a representação destes dados num diagrama de extremos e quartis.

- 1.1. Qual a amplitude interquartil dos dados relativos ao turno A?
- 1.2. Um dos alunos do turno A que registou 41, afinal... enganou-se.
 - 1.2.1. o que se altera na distribuição se o aluno calçar o 42?
 - 1.2.2. o que se altera na distribuição se o aluno calçar o 44?
 - 1.2.3. que número poderá ele calçar de modo que se altere o valor da mediana da distribuição?

2. Considera que na turma foram também estudados os alunos do turno B:

Turno B	42	39	37	37	40	42	39	41	40	38	37
---------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Acede agora à apliqueta do GeoGebra com o código [FXPY TDW9](#), para observares a representação dos dados referentes aos dois turnos em diagramas de extremos e quartis.

- 2.1. Em qual dos turnos se observa uma maior dispersão dos dados?
- 2.2. Admitindo que o número do calçado é inteiro, é possível alterar algum valor, ou valores, do turno A para que a mediana deste turno seja igual à verificada no turno B? Explica porquê.
- 2.3. Selecciona uma das respostas do turno B e altera-a. Consegues observar alguma alteração no diagrama de extremos e quartis? Será que a tua observação se mantém alterando um dos outros valores?

