

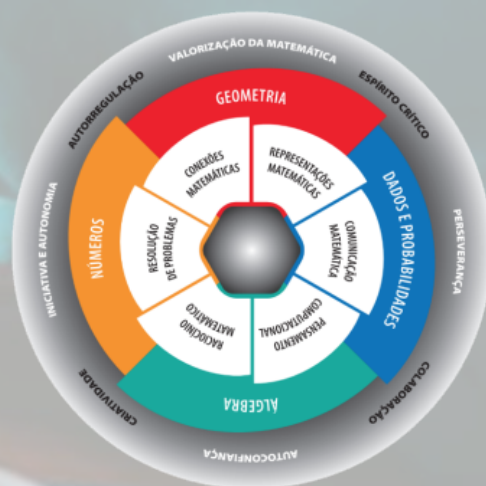
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas Tema: Geometria

7.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Outubro de 2022



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas - Tema Geometria (7.º ano de escolaridade)

Autores:

Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/>.

Data

Lisboa, outubro de 2022



Os autores agradecem o precioso contributo dos professores Hélia Jacinto, João Almiro e Rosa Ferreira, pela colaboração na revisão do texto.



Índice

[Introdução](#)

[Planificação a longo prazo](#)

[Tema: Geometria](#)

[Figuras Planas](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa 1 - Explorar ângulos de figuras planas - Parte 1](#)

[Tarefa 2 - Será possível construir...?](#)

[Tarefa 3 - Explorar ângulos de figuras planas - Parte 2](#)

[Tarefa 4 - Explorar quadriláteros através das suas diagonais](#)

[Tarefa 5 - Explorar quadriláteros através dos lados e dos ângulos](#)

[Tarefa 6 - Construir a árvore genealógica de quadriláteros](#)

[Tarefa 7 - Construir quadriláteros a partir das diagonais](#)

[Tarefa 8 - Áreas de quadriláteros](#)

[Operações com figuras](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa 1 - Ampliar e reduzir](#)

[Tarefa 2 - Serão os triângulos sempre semelhantes?](#)

[Figuras no espaço](#)

[Conteúdos de aprendizagem por tarefa](#)

[Tarefa 1 - Vamos contar e relacionar](#)

[Tarefa 2 - Será sempre possível construir?](#)

[Tarefa 3 - Mais relações em poliedros](#)

[Tarefa 4 - Desafios com sólidos geométricos](#)



Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática (GTRCAEM) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se inicia, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem exceção.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas de tarefas propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado nas duas turmas de 7.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais perceptível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pelo levantamento dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou adaptações propostas. Respeitando as orientações metodológicas das *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*, nomeadamente para o 7.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção de que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2021/22, no âmbito das *Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática*, em duas turmas do 7.º ano



de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com os professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que foi feito possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico.



Planificação a longo prazo

Tema	Tópico	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
NÚMEROS	Números inteiros	10	1.º Período 46
	Números racionais	9	
ÁLGEBRA	Regularidades, sequências e sucessões	8	
GEOMETRIA	Figuras planas	14	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		5	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações	12	2.º Período 48
GEOMETRIA	Figuras no espaço	10	
DADOS e PROBABILIDADES	Questões estatísticas, recolha e organização de dados	5	
	Representações gráficas	5	
	Análise de dados	4	
	Comunicação e divulgação do estudo	7	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		5	
DADOS e PROBABILIDADES	Probabilidades	5	3.º Período 31
ÁLGEBRA	Funções	12	
GEOMETRIA	Operações com figuras	11	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		3	
Total		125	

Nota: Na distribuição dos tempos pelos vários conteúdos foram contempladas aulas para reforço das aprendizagens bem como para o desenvolvimento do trabalho no contexto dos DAC.

Alerta-se para o facto de ter havido uma certa extensão do tempo previsto no primeiro mês de aulas. Tal facto é, em parte, justificado por se estar a trabalhar pela primeira vez um novo programa. Tanto os professores, como um elevado número de alunos de cada turma, teve Covid durante o ano letivo contribuindo, também, para o não cumprimento da planificação geral.



Tema: Geometria

Neste ciclo pretende-se continuar a desenvolver o raciocínio espacial dos alunos, ampliando a sua compreensão do espaço e a sua capacidade de operarem com figuras no plano e no espaço. O estabelecimento de relações geométricas deve ser acompanhado pela experiência (onde a tecnologia desempenha um papel fundamental) reforçando a relação entre a Geometria e a Álgebra. O estudo das transformações geométricas ganha relevância e cria um contexto favorável para o aumento gradual e progressivo da abstração e do formalismo matemáticos adequados ao raciocínio e à comunicação matemáticos.

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática*, 7.º ano, 3.º ciclo do EB (pp. 10-11). DGE, ME.



Tópico

Figuras Planas



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2,5	Tarefa 1 – Explorar ângulos de figuras planas - Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos internos e externos de um polígono convexo • Soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos e soma das medidas das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo 		X				X	X	X		X	X	X	X	
1	Tarefa 2 – Será possível construir...?	<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos internos e externos de um polígono convexo • Soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos e soma das medidas das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo 	X	X		X				X			X	X		
2	Tarefa 3 – Explorar ângulos de figuras planas - Parte 2	<ul style="list-style-type: none"> • Ângulos alternos internos e ângulos verticalmente opostos 	X	X		X					X		X	X	X	
2	Tarefa 4 – Explorar quadriláteros através das diagonais	<ul style="list-style-type: none"> • Propriedades das diagonais de um quadrilátero 		X		X				X		X	X	X	X	
2	Tarefa 5 – Explorar quadriláteros através dos ângulos e dos lados	<ul style="list-style-type: none"> • Classificação hierárquica dos quadriláteros 		X		X				X		X	X	X	X	
1	Tarefa 6 – Construir a árvore genealógica de quadriláteros	<ul style="list-style-type: none"> • Classificação hierárquica dos quadriláteros 		X		X					X	X		X		
2	Tarefa 7 – Construir quadriláteros a partir das diagonais	<ul style="list-style-type: none"> • Propriedades das diagonais de um quadrilátero 	X	X		X					X		X		X	X
2	Tarefa 8 – Áreas de quadriláteros	<ul style="list-style-type: none"> • Áreas do trapézio, losango e papagaio 	X	X					X				X			X



Legenda

RP - Resolução de Problemas

RM - Raciocínio Matemático

PC - Pensamento Computacional

Com - Comunicação Matemática

Re - Representações Matemáticas

Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo

E - Relacionamento interpessoal

F - Desenvolvimento pessoal e autonomia

I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico

Cri - Criatividade

Col - Colaboração

AC - Autoconfiança

Aut - Autorregulação

IA - Iniciativa e Autonomia

Per - Perseverança

Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa 1 - Explorar ângulos de figuras planas - Parte 1

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar ângulos internos e externos de um polígono convexo;
- Generalizar e justificar a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos e externos de um polígono convexo, recorrendo à tecnologia;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* por cada par de alunos.

A primeira questão serviu para a familiarização dos alunos com um ambiente de geometria dinâmica (Tarefas do *GeoGebra*). O professor, no seu ambiente de trabalho, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Durante a discussão coletiva, este mesmo recurso permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

O tempo dedicado para a familiarização dos alunos com este ambiente de trabalho, numa fase inicial, pode ser maior do que o esperado, no entanto, a longo prazo revelou-se uma mais valia para a exploração de outras tarefas e consequentemente para a aprendizagem matemática dos alunos.

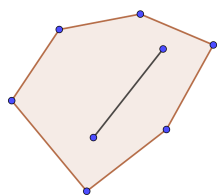
A questão 5 pode ser utilizada como proposta de trabalho autónomo dos alunos, fora da sala de aula.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.

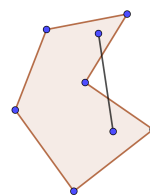


Explorar ângulos de figuras planas - Parte 1

1. Um polígono é convexo se qualquer segmento de reta, que une dois pontos do polígono, está nele contido. Um polígono que não é convexo designa-se por côncavo.



Polígono convexo




Polígono côncavo


Com o teu *smartphone* abre o browser *Google Chrome* e acede ao site <https://www.geogebra.org/> onde vais intruduzir o código **MR8V P9BA** no separador “Tarefas” (não esqueças de intruduzir posteriormente o teu nome):




Desenha um triângulo de acordo com as seguintes indicações:

A- Vamos começar por usar a apliqueta que se apresenta a seguir para desenhar um triângulo.


(Sugestão:  [Novo Ponto - Clique numa área livre da Folha Gráfica ou numa reta])

 [Polígono - Selecione todos os vértices e novamente o vértice inicial])


B- De seguida, vamos assinalar a amplitude de cada um dos ângulos internos do triângulo.



(Sugestão:  [Ângulo - Selecione três pontos ou duas retas])

C- Vamos agora prolongar cada um dos lados do triângulo e assinalar um novo ponto, exterior ao triângulo, em cada uma das semiretas.

(Sugestão:  [Semirreta (Dois Pontos) - Selecione o ponto origem, depois outro ponto da semirreta])

D- Vamos agora assinalar a amplitude de cada ângulo externo do triângulo.

Podes usar a ferramenta  [Mover - Selecione o objeto e arraste-o] para movimentar todos os elementos da tua construção.

Podes sempre usar a opção  para desfazer e refazer uma ação e a ferramenta  para reiniciars a tua construção.



2. De acordo com o triângulo que construístes, responde às seguintes questões:
- 2.1. O que podes concluir sobre a relação entre as medidas das amplitudes de cada ângulo interno de um triângulo e a do respetivo ângulo externo?
 - 2.2. Escreve as medidas das amplitudes dos ângulos internos do triângulo que construístes. A que é igual a sua soma?
 - 2.3. Escreve as medidas das amplitudes dos ângulos externos do triângulo que construístes. A que é igual a sua soma?
3. Vamos agora trabalhar na segunda tarefa cujo código de acesso é **D66C RVWM**. Segue as indicações apresentadas.
- 3.1. O que podes concluir sobre a relação entre a medida da amplitude de cada ângulo interno de um quadrilátero convexo e a do respetivo ângulo externo? Podemos generalizar para qualquer polígono convexo?
 - 3.2. Escreve as medidas das amplitudes dos ângulos internos do quadrilátero que construístes. A que é igual a sua soma?
 - 3.3. Escreve as medidas das amplitudes dos ângulos externos do quadrilátero que construístes. A que é igual a sua soma?
4. Vamos agora usar a tarefa que podes encontrar usando o código **R3KE MUFD** para continuares o preenchimento da seguinte tabela:

Nome do polígono	N.º de lados (n)	Soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos	Soma das medidas das amplitudes dos ângulos externos
Triângulo	3	180°	360°
Quadrilátero	4	360°	360°
Pentágono	5		
Hexágono	6		
n-ágono	n		

- 4.1. O que podes concluir sobre a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados? Explica como pensaste.
- 4.2. O que podes concluir sobre a soma das medidas das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo de n lados? Explica como pensaste.



5. Considera um dodecágono (12 lados).
- 5.1. Qual é a soma das medidas das amplitudes dos ângulos externos do polígono?
 - 5.2. Qual é a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos desse polígono?
 - 5.3. Se o dodecágono for regular, qual é a medida da amplitude de cada um dos seus ângulos internos e dos externos?
6. A soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de um polígono é 1440° . Quantos lados tem esse polígono? Mostra como chegaste à resposta.



Tarefa 2 - Será possível construir...?

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Generalizar e justificar a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos e externos de um polígono convexo regular;
- Resolver problemas que incluam ângulos de um polígono convexo regular;
- Formular e justificar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* por cada par de alunos. O professor, no seu ambiente de trabalho, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Durante a discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



Será possível construir...?

1. A soma das medidas das amplitudes de todos os ângulos internos de um polígono regular é 2160° .
 - 1.1. Qual é a medida da amplitude de cada ângulo interno?
 - 1.2. Qual é a medida da amplitude de cada ângulo externo?

2. De um polígono regular sabe-se que a medida da amplitude de cada ângulo externo é 72° .
 - 2.1. Qual é a medida da amplitude de cada ângulo interno?
 - 2.2. Qual o número de lados do polígono?

3. É possível construir um polígono regular, com uma qualquer medida de amplitude dos seus ângulos internos? Justifica a tua resposta.

(Sugestão: Caso precisas podes recorrer ao *Geogebra* experimentando para vários casos. Utiliza a apliqueta com o código **YRPX WDAN**)



Tarefa 3 - Explorar ângulos de figuras planas - Parte 2

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a igualdade das medidas das amplitudes dos ângulos alternos internos em pares de retas paralelas intersectadas por uma secante.
- Reconhecer e justificar a igualdade das medidas das amplitudes dos ângulos verticalmente opostos.
- Resolver problemas que incluam ângulos alternos internos e alternos externos e ângulos verticalmente opostos, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- Formular e justificar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Trabalhar com os outros;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* por cada par de alunos.

O professor, no seu ambiente de trabalho, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Durante a discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

Numa primeira fase, foram colocadas aos alunos questões que permitiram relembrar as noções de ângulos alternos internos e alternos externos, e ângulos verticalmente opostos.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



Explorar ângulos de figuras planas - Parte 2

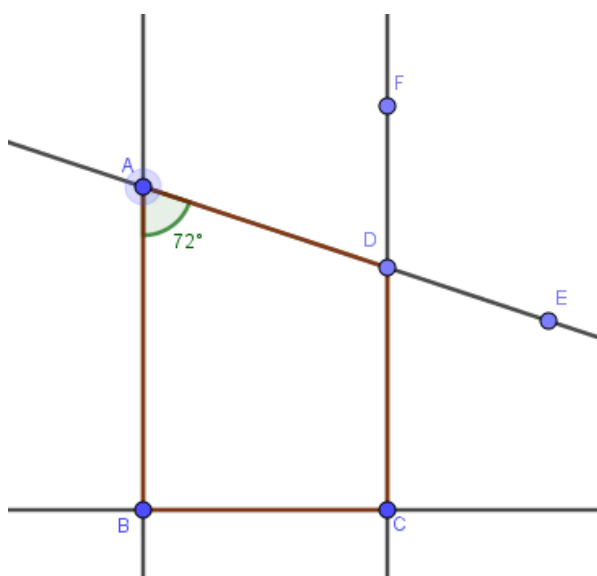
1. Desenha duas retas paralelas intersectadas por duas retas secantes, por forma a obteres um trapézio.
 - 1.1. Identifica na tua construção dois **ângulos alternos internos**. Que relação existe entre as medidas das amplitudes desses ângulos?
 - 1.2. Identifica na tua construção dois **ângulos alternos externos**. Que relação existe entre as medidas das amplitudes desses ângulos?
 - 1.3. Identifica na tua construção dois **ângulos verticalmente opostos**. Que relação existe entre as medidas das amplitudes desses ângulos?

Sugestão de exploração:

Começa por construir um trapézio utilizando a aliceta do *Geogebra* com código **QUG2 BEFS**, da seguinte forma:

- A. Constrói uma reta;
- B. Constrói uma reta paralela à primeira e nesta coloca um outro ponto;
- C. Constrói duas retas secantes às anteriores que passem pelos pontos já marcados de modo a obteres um trapézio;
- D. Faz a medição das amplitudes dos ângulos que considerares necessárias para responder às questões.

2. Considera a seguinte figura.



Sabe-se que:

- A reta AD é secante às retas AB e CD ;
- $AB \parallel CD$;
- $BC \perp AB$;
- $\widehat{BAD} = 72^\circ$

Determina a medida da amplitude do ângulo FDE .

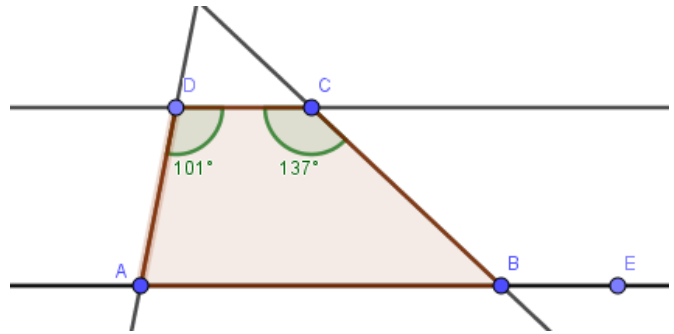
Explica como chegaste à resposta.



3. Considera a figura:

Sabe-se que

- $AB \parallel CD$;
- AD e BC são secantes às retas AB e CD ;
- $\widehat{BCD} = 137^\circ$
- $\widehat{ADC} = 101^\circ$



Determina as medidas das amplitudes dos ângulos CBE e BAD .

Explica como chegaste à resposta.

4. Sem somares as medidas das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo, justifica que a sua soma é 180° .

Sugestão:

Utiliza o código **UTVR D4XD**, procede da seguinte forma:

- Constrói uma reta;
- Constrói uma reta paralela à primeira;
- Com os três pontos assinalados constrói um triângulo;
- Assinala os ângulos internos do triângulo.



Tarefa 4- Explorar quadriláteros através das suas diagonais

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar as diagonais de um quadrilátero;
- Descrever as propriedades das diagonais de um quadrilátero;
- Formular conjecturas/generalizações a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo;
- Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, ouvindo os outros, questionando e discutindo as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* em cada par de alunos. O professor, no seu ambiente de trabalho, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

Para evitar procedimentos muito repetitivos poder-se-á distribuir as primeiras quatro questões por diferentes pares de alunos, preenchendo parceladamente a tabela. Durante a discussão coletiva, toda a turma tomaria contacto com as diferentes construções.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



Explorar quadriláteros através das suas diagonais

1. Considera o **quadrado** apresentado na apliqueta **UZUT 9EEE**.

Desenha as suas diagonais e analisa-as de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- a) Têm a mesma medida de comprimento?
- b) São perpendiculares?
- c) Bissetam-se?
- d) É possível encontrar simetrias de reflexão? Em caso afirmativo, caracteriza-as.
- e) É possível encontrar simetrias de rotação? Em caso afirmativo, caracteriza-as.

2. Considera o **retângulo** apresentado na apliqueta **CKGE 7VJC**.

Desenha as suas diagonais e analisa-as de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- f) Têm a mesma medida de comprimento?
- g) São perpendiculares?
- h) Bissetam-se?
- i) É possível encontrar simetrias de reflexão? Em caso afirmativo, caracteriza-as.
- j) É possível encontrar simetrias de rotação? Em caso afirmativo, caracteriza-as.

3. Considera o **losango** apresentado na apliqueta **F7MP SJ5U**.

Desenha as suas diagonais e analisa-as de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- k) Têm a mesma medida de comprimento?
- l) São perpendiculares?
- m) Bissetam-se?
- n) É possível encontrar simetrias de reflexão? Em caso afirmativo, caracteriza-as.
- o) É possível encontrar simetrias de rotação? Em caso afirmativo, caracteriza-as.

4. Considera o **paralelogramo** apresentado na apliqueta **ZBYA TQRC**.

Desenha as suas diagonais e analisa-as de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- p) Têm a mesma medida de comprimento?
- q) São perpendiculares?
- r) Bissetam-se?
- s) É possível encontrar simetrias de reflexão? Em caso afirmativo, caracteriza-as.
- t) É possível encontrar simetrias de rotação? Em caso afirmativo, caracteriza-as.

Depois de teres efetuado as construções anteriores, completa o seguinte quadro resumo, com as propriedades encontradas.



Quadrilátero	Características das Diagonais			Tipo de Simetrias	
	Congruentes	Perpendiculares	Bissetam-se	Reflexão	Rotação
Quadrado					
Retângulo					
Losango					
Paralelogramo					

5. Indica se são verdadeiras as seguintes afirmações, justificando.

- A) As diagonais de um quadrilátero são congruentes.
- B) As diagonais de um quadrilátero são perpendiculares.
- C) As diagonais do quadrado bissetam-se.
- D) As diagonais de um retângulo são congruentes.



Tarefa 5 - Explorar quadriláteros através dos lados e dos ângulos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 5 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar propriedades de quadriláteros;
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.
- Comunicar matematicamente articulando o conhecimento das propriedades dos quadriláteros com a sua visualização;
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* em cada par de alunos. O professor, no seu ambiente de trabalho, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

Para evitar procedimentos muito repetitivos poder-se-á distribuir as primeiras sete questões por diferentes pares de alunos, preenchendo parceladamente a tabela. Durante a discussão coletiva, toda a turma tomaria contacto com as diferentes construções.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfnfv>.



Explorar quadriláteros através dos lados e dos ângulos

1. Considera o **quadrado** apresentado na apliqueta **WMRR VNST**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?
- O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

2. Considera o **retângulo** apresentado na apliqueta **CCDW FDHU**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?
- O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

3. Considera o **losango** apresentado na apliqueta **PTFV 5EZV**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?
- O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

4. Considera o **paralelogramo** apresentado na apliqueta **F4PN RNXN**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?
- O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

5. Considera o **trapézio não isósceles** apresentado na apliqueta **JRQK EVMZ**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?
- O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

6. Considera o **trapézio isósceles** apresentado na apliqueta **KXMG 4RSX**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?



c) O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

7. Considera o papagaio apresentado na apliqueta **VVSG CCHD**.

Manipula-a de modo a seres capaz de responder às seguintes questões:

- O que podes referir sobre a medida de comprimento dos seus lados?
- O que podes dizer sobre as posições relativas dos seus lados?
- O que podes dizer acerca das medidas das amplitudes dos ângulos internos?

Depois de teres efetuado as construções anteriores, completa o seguinte quadro resumo, com as propriedades encontradas e que consideres sempre válidas para cada um dos quadriláteros apresentados.

Quadrilátero	Posições relativas dos lados (Paralelismo)			Congruência			Ângulos
	Sem lados paralelos?	Um par de lados paralelos?	Dois pares de lados paralelos?	Um par de lados opostos congruentes?	Dois pares de lados adjacentes congruentes?	Todos os lados congruentes?	Todos os ângulos retos?
Quadrado							
Retângulo							
Losango							
Paralelogramo							
Trapézio							
Papagaio							

(Fonte: Adaptado de Ponte, J.P., Oliveira, P., & Candeias, N. (2009). *Triângulos e quadriláteros. Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3.º ciclo - 7.º ano*. DGIDC, ME.)



Tarefa 6 - Construir a árvore genealógica de quadriláteros

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 6 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

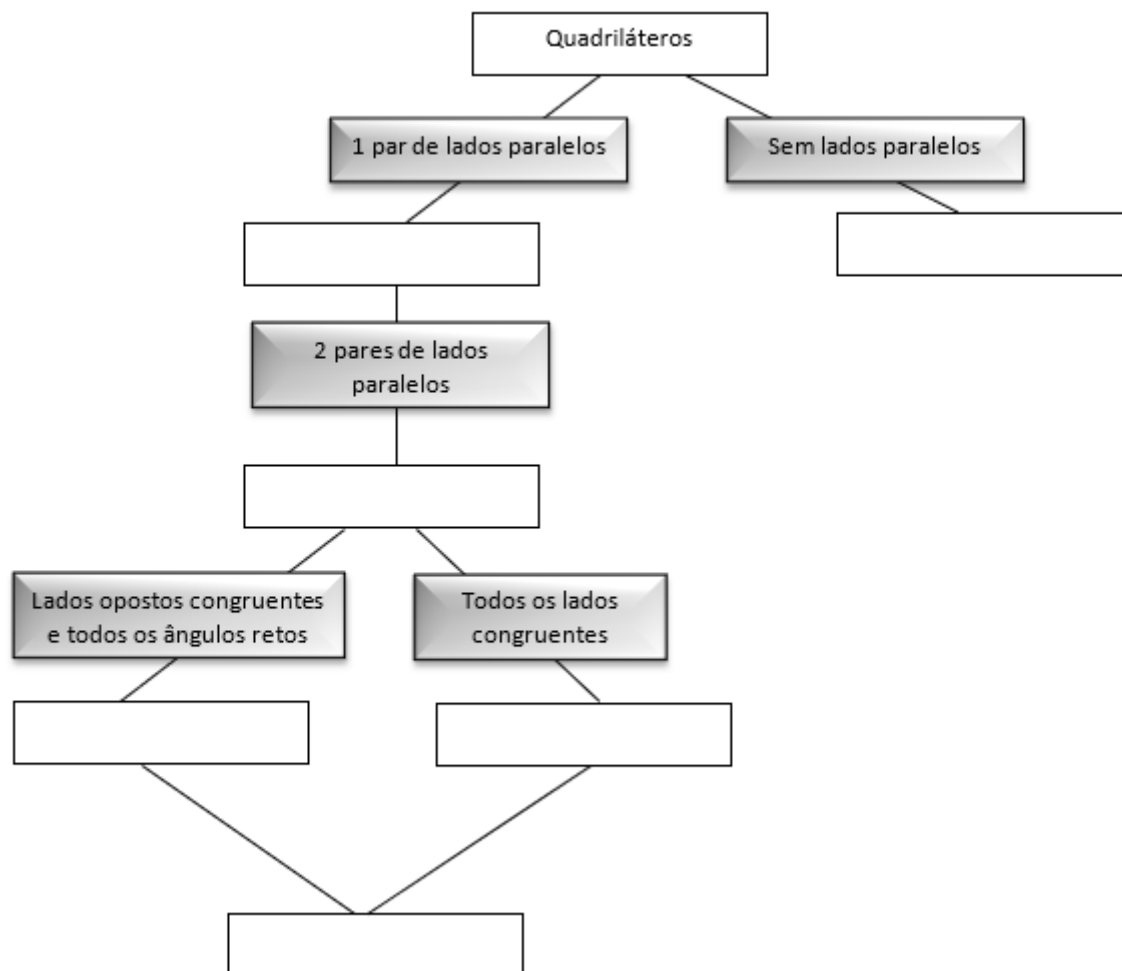
- Explicar a classificação hierárquica dos quadriláteros, incluindo os casos do trapézio e do papagaio, apresentando e explicando raciocínios e representações;
- Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa;
- Comunicar matematicamente articulando o conhecimento das propriedades dos quadriláteros com a sua visualização;
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.



Construir a árvore genealógica de quadriláteros

Tendo em atenção as características dos quadriláteros, assinaladas na tarefa “Explorar quadriláteros através dos lados e dos ângulos”, é possível estabelecer hierarquias entre eles. Considera o esquema seguinte e completa-o, justificando as ligações entre os quadriláteros.



Tarefa 7 - Construir quadriláteros a partir das diagonais

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 7 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Descrever as propriedades das diagonais de um quadrilátero e aplicá-las para resolver problemas;
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas e aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa;
- Comunicar matematicamente articulando o conhecimento das propriedades dos quadriláteros com a sua visualização;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa;
- Reconhecer o papel da Matemática para a interpretação e intervenção em situações problemáticas.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* em cada par de alunos.

O professor, no seu ambiente de trabalho, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.


As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.





Construir quadriláteros a partir das diagonais

1. Considera $[AB]$ uma das diagonais do quadrado.
Recorre à aplicueta **AV6T URMS** e constrói esse quadrado.
Refere as propriedades (das diagonais e das isometrias) que mobilizaste na tua construção.
2. Considera $[AB]$ uma das diagonais de um paralelogramo.
Recorre à aplicueta **TBCT DHFS** e constrói um paralelogramo que possa ter $[AB]$ como uma diagonal.
Refere as propriedades (das diagonais e das isometrias) que mobilizaste na tua construção.

Nota: Novos botões nas aplicuetas do *Geogebra*

 Ponto Médio ou Centro

 Reflexão em relação a um Eixo

 Rotação (Objeto, Centro, Amplitude)



Tarefa 8 - Áreas de quadriláteros

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 8 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Generalizar e justificar as fórmulas das áreas do trapézio, do losango e do papagaio, recorrendo às de outras figuras;
- Reconhecer, aplicar as etapas do processo de resolução de problemas e adaptar estratégias diversas, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (entre tópico matemáticos ou na realidade);
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações problemáticas.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* em cada par de alunos.

O professor, no seu ambiente de trabalho do *Geogebra*, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



Áreas de quadriláteros

1. Considera o trapézio [ABCD] que se encontra na apliqueta **PKD7 DYFG**.

Segue a sequência de construção apresentada e responde às questões indicadas em cada uma das alíneas, por forma a deduzires a fórmula da área do Trapézio.

Sequência de Construção:

- Marca o ponto médio do segmento de reta [AC], ponto E.
- Traça a reta que passa pelos pontos D e E.
- Traça a reta que passa pelos pontos A e B.
- Assinala o ponto de interseção das retas AB e DE, ponto F.
- Constrói os polígonos [AEF] e [CDE]

1.1. Os triângulos [AEF] e [CDE] são congruentes? Justifica.

1.2. Que relação existe entre as medidas da área do trapézio [ABCD] e da área do triângulo [BDF]?

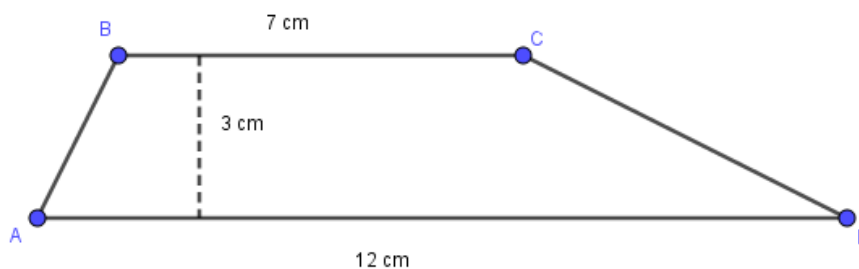
1.3. Escreve \overline{FB} a partir de \overline{AB} e \overline{CD} .

1.4. A partir da fórmula da área do triângulo, escreve uma fórmula que permita calcular a medida da área de um trapézio em função das suas bases (B e b) e a sua altura (h).

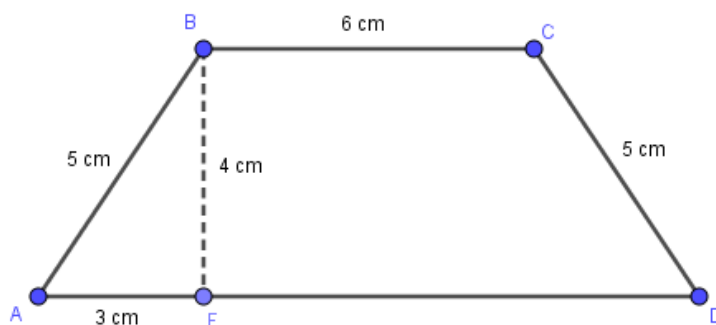
(Fonte: Adaptado de Professores das turmas piloto do 8.º ano de escolaridade, 3.º ciclo. Ano letivo 2009/10 (2010). Teorema de Pitágoras Proposta de sequência de tarefas para o 8.º ano – 3.º ciclo. NPMATEB)

2. Calcula a medida da área dos seguintes trapézios.

2.1.



2.2.



3. Considera o retângulo [ABCD] que se encontra na apliqueta **ZMP7 HDPY**.
Segue a sequência de construção apresentada e responde às questões indicadas em cada uma das alíneas, por forma a deduzires a fórmula da área do papagaio e do losango.

Sequência de Construção:

- A. Marca o ponto médio do segmento de reta [AD], ponto E.
- B. Marca um ponto no segmento de reta [CD], ponto F.
- C. Constrói o papagaio [EFGH], em que G pertence a [AB] e H pertence a [BC].

3.1. Compara as medidas da área do retângulo com a medida da área do papagaio.

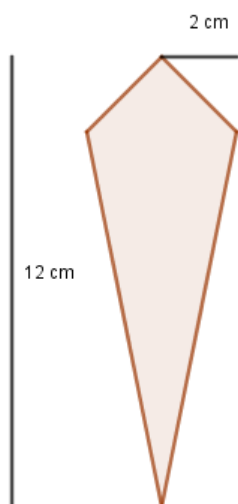
3.2. Compara \overline{EH} com \overline{AB} e \overline{FG} com \overline{AD} .

3.3. A partir da fórmula da área do retângulo, escreve uma fórmula que permita calcular a medida da área de um papagaio em função das suas diagonais (D e d).

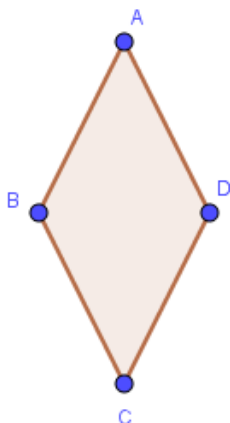
3.4. Podemos estender a fórmula do cálculo da medida da área do papagaio ao losango? Explica porquê.

4. Calcula a medida da área das seguintes figuras.

4.1.



4.2.

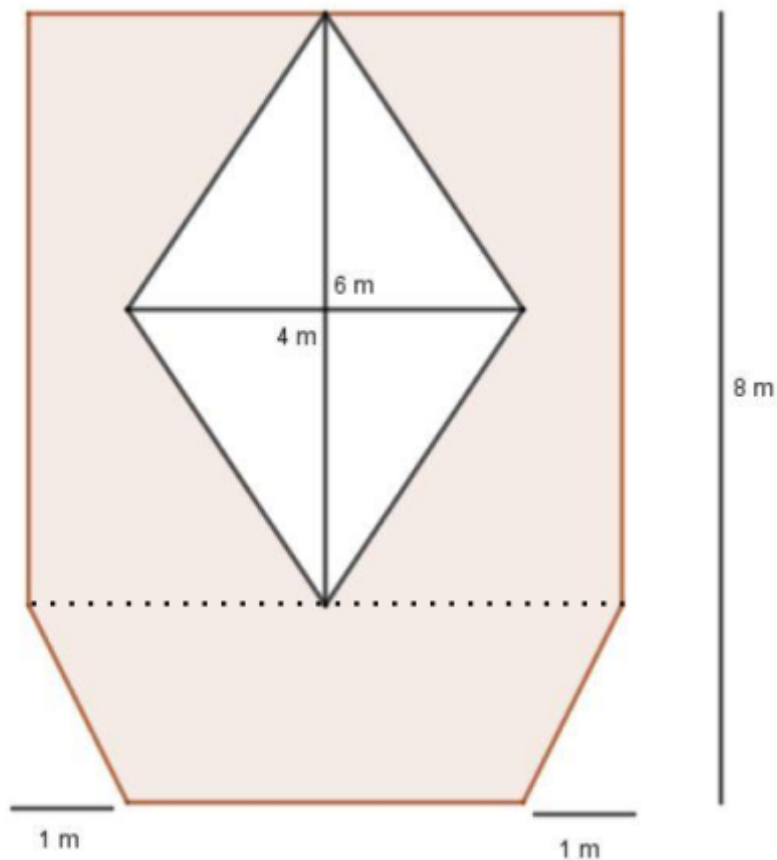


$$\overline{BD} = 4\text{cm} \text{ e } \overline{AC} = 2 \times \overline{BD}$$



5. Um ladrilhador quer colocar azulejos no espaço sombreado da figura.

Sabendo que cada m^2 de azulejo custa 12 euros, qual é o preço final do material que o ladrilhador terá de usar para pavimentar a área sombreada?



Tópico

Operações com figuras



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
1,5	Tarefa 1 - Ampliar e reduzir	<ul style="list-style-type: none"> Polígonos semelhantes e razão de semelhança 		X		X	X					X		X		
2	Tarefa 2 - Serão os triângulos sempre semelhantes?	<ul style="list-style-type: none"> CrITÉRIOS de semelhança de triângulos 		X						X		X				X

Legenda

RP - Resolução de Problemas
 RM - Raciocínio Matemático
 PC - Pensamento Computacional
 Com - Comunicação Matemática
 Re - Representações Matemáticas
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
 E - Relacionamento interpessoal
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PC - Pensamento Crítico
 Cri - Criatividade
 Col - Colaboração
 AC - Autoconfiança
 Aut - Autorregulação
 IA - Iniciativa e Autonomia
 Per - Perseverança
 Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa 1 - Ampliar e reduzir

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer figuras semelhantes como figuras que têm a mesma forma, obtidas uma da outra por ampliação ou redução;
- Identificar polígonos semelhantes e a razão de semelhança;
- Construir a imagem de uma figura plana por uma homotetia;
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

A tarefa foi antecedida de um trabalho prévio entre o professor e os alunos, que incluiu:

- Manipulações de uma imagem, realizadas pelo professor no seu computador, projetando-as, para que os alunos percebessem o que pode, ou não, ser uma ampliação/redução;
- A projeção de uma construção de ampliação e/ou redução de um determinado polígono pelo processo da homotetia, que serviria de base para a discussão em grande grupo das propriedades de polígonos semelhantes.



O trabalho em torno da tarefa fez-se uso da ferramenta “Homotetia de Centro num Ponto e Razão r ”.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* em cada par de alunos.

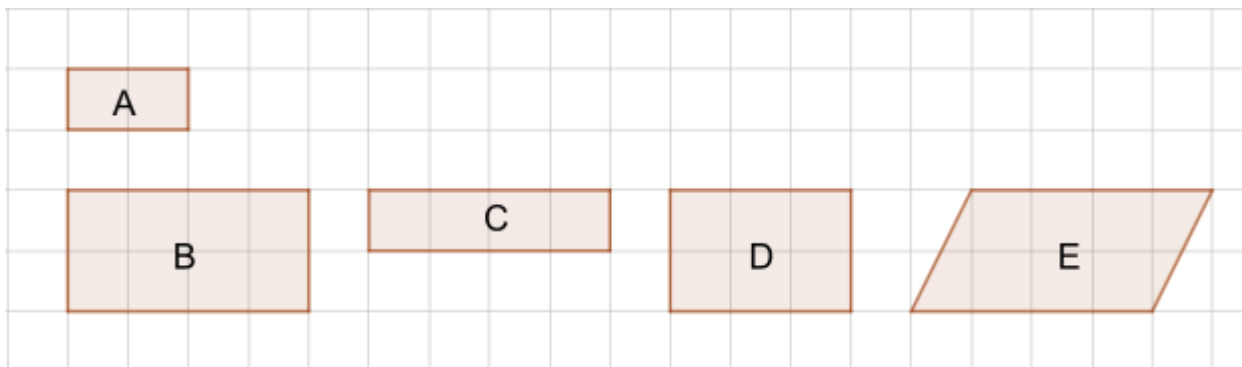
O professor, no seu ambiente de trabalho do *Geogebra*, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

A atividade que permite gerar a Tarefa do *GeoGebra* utilizada nesta tarefa está disponível em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



Ampliar e reduzir

1. O Filipe produziu um desenho numa aula de Educação Visual. Na reprografia solicitou que o mesmo fosse ampliada.



Qual das figuras B, C, D ou E pode representar a ampliação da imagem original (A)?
Explica a tua resposta.

2. Quais os valores que a razão de semelhança poderá ter:
- numa redução?
 - numa ampliação?
 - quando as figuras são congruentes?

Para te auxiliar a responder às questões anteriores, recorre à aplicueta [QJUR STCU](#) do *GeoGebra*, e procede da seguinte forma:

- Constrói um quadrilátero qualquer.
- Obtém uma figura transformada da anterior pelo processo de homotetia.
Nota: na caixa que surge para indicação da razão de semelhança deves escrever r .
- Movimenta o seletor que surge na aplicueta e estabelece as relações necessárias.

Tarefa 2 - Serão os triângulos sempre semelhantes?

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar os critérios de semelhança de triângulos;
- Reconhecer situações de aplicação indevida dos critérios de semelhança de triângulos;
- Resolver problemas que envolvam critérios de semelhança de triângulos, em diversos contextos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Trabalhar com os outros;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* em cada par de alunos.

O professor, no seu ambiente de trabalho do *Geogebra*, acompanhou o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso permitiu projetar as resoluções de alguns alunos.

Chama-se a atenção que no enunciado da tarefa se optou por uma simplificação de escrita para o tornar mais compreensível para os alunos.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



Serão os triângulos sempre semelhantes?

1. Recorrendo às apliquetas indicadas, responde a cada uma das questões:
 - 1.1. Se dois triângulos têm, entre eles, **um ângulo igual**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (S9VY CQPJ)?
 - 1.2. Se dois triângulos têm, entre eles, **dois ângulos iguais**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (W5AB DEVT)?
 - 1.3. Que condição devem verificar os ângulos entre dois triângulos para garantir que os mesmos são semelhantes?

2. Recorrendo às apliquetas indicadas, responde a cada uma das questões:
 - 2.1. Se dois triângulos têm, entre eles, **um lado proporcional**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (JW4M EEBV)?
 - 2.2. Se dois triângulos têm, entre eles, **dois lados proporcionais**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (AVHG SJKY)?
 - 2.3. Se dois triângulos têm, entre eles, **três lados proporcionais**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (ZUJR AG3K)?
 - 2.4. Que condição devem verificar os lados entre dois triângulos para garantir que os mesmos são semelhantes?

3. Recorrendo às apliquetas indicadas, responde a cada uma das questões:
 - 3.1. Se dois triângulos têm, entre eles, **um lado proporcional e um ângulo igual**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (DVEX GFAJ)?
 - 3.2. Se dois triângulos têm, entre eles, **dois lados proporcionais e um ângulo igual**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (PGJK NQ89)?
 - 3.3. Se dois triângulos têm, entre eles, **dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual**, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes (B2WY PAV4)?
 - 3.4. Que condição devem verificar os lados, e os ângulos por eles formados, entre dois triângulos para garantir que os mesmos são semelhantes?



Tópico

Figuras no espaço



Conteúdos de aprendizagem por tarefa

Aulas 50 min	Nome da Tarefa	Subtópicos	Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
			RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
1,5	Tarefa 1 - Vamos contar e relacionar	<ul style="list-style-type: none"> ● Poliedros regulares ● Relações entre faces, arestas e vértices 		X		X				X		X				
2	Tarefa 2 - Será sempre possível construir?	<ul style="list-style-type: none"> ● Poliedros regulares 		X			X			X		X			X	
1,5	Tarefa 3 - Mais relações em poliedros	<ul style="list-style-type: none"> ● Poliedros regulares ● Relações entre faces, arestas e vértices 				X	X	X			X					
1,5	Tarefa 4 - Desafios com sólidos geométricos	<ul style="list-style-type: none"> ● Poliedros regulares ● Relações entre faces, arestas e vértices 	X	X		X						X	X	X		

Legenda

RP - Resolução de Problemas
 RM - Raciocínio Matemático
 PC - Pensamento Computacional
 Com - Comunicação Matemática
 Re - Representações Matemáticas
 Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
 E - Relacionamento interpessoal
 F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
 I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
 Cri - Criatividade
 Col - Colaboração
 AC - Autoconfiança
 Aut - Autorregulação
 IA - Iniciativa e Autonomia
 Per - Perseverança
 Val - Valorização do papel da Matemática



Tarefa 1 - Vamos contar e relacionar

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Distinguir poliedros regulares e irregulares e explicar as diferenças;
- Visualizar poliedros e suas planificações;
- Relacionar elementos de poliedros com propriedades de números inteiros, raciocinando matematicamente;
- Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, e justificá-las, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, e ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Trabalhar com os outros.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 3 ou de 4 elementos.

A aula foi iniciada com a apresentação dos quatro sólidos geométricos que serão posteriormente manuseados pelos alunos, procurando recordar a definição de poliedro, a distinção entre poliedros regulares e irregulares, e a caracterização de prismas e pirâmides.


Prevê-se a necessidade de recorrer aos poliedros já manuseados pelos alunos, bem como a *applets* (ex: *Geogebra*), para dar suporte visual às conclusões a apresentar.



Vamos contar e relacionar

1. Considera a tabela “Elementos de Poliedros” que te foi distribuída, à parte. Cola-a no teu caderno.

Tabela - Elementos de Poliedros

Poliedro	Nome do(s) polígono(s) de cada face	N.º de lados de cada uma das faces (l)	N.º de Faces (F)	N.º de Vértices (V)	N.º de Arestas (A)
 Tetraedro					
 Pirâmide Hexagonal					
 Cubo					
 Prisma Hexagonal					

2. Preenche as linhas da tabela referentes a **pirâmides** e responde às seguintes questões:
- 2.1. Qual a relação que existe entre o número de lados do polígono da base e o número de arestas do poliedro?
 - 2.2. Qual a relação que existe entre o número de lados do polígono da base e o número de vértices do poliedro?
 - 2.3. Qual a relação que existe entre o número de lados do polígono da base e o número de faces do poliedro?
 - 2.4. As relações que apresentaste serão válidas para todas as pirâmides? Justifica a tua resposta.



3. Preenche as linhas da tabela referentes a **prismas** e responde às seguintes questões:
- 3.1. Qual a relação que existe entre o número de lados do polígono da base e o número de arestas do poliedro?
 - 3.2. Qual a relação que existe entre o número de lados do polígono da base e o número de vértices do poliedro?
 - 3.3. Qual a relação que existe entre o número de lados do polígono da base e o número de faces do poliedro?
 - 3.4. As relações que apresentaste serão válidas para todos os prismas? Justifica a tua resposta.



Tarefa 2 - Será sempre possível construir?

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir modelos tridimensionais dos poliedros regulares e de algumas planificações;
- Visualizar poliedros e suas planificações;
- Identificar os poliedros regulares que existem e justificar a não existência de outros;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Trabalhar com os outros;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 3 a 4 elementos.

No final da discussão serão definidos os sólidos platónicos.



Será sempre possível construir?

Durante esta tarefa, utiliza os *polydrons* que tens disponíveis para construir poliedros de acordo com as indicações. Os *polydrons* disponibilizados são constituídos apenas por polígonos regulares.

1. Para cada um dos polígonos que te são fornecidos, indica a medida da amplitude de cada um dos seus ângulos internos.
2. Utiliza apenas os triângulos.
 - 2.1. Verifica se consegues construir um poliedro onde:
 - 2.1.1. três das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 2.1.2. quatro das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 2.1.3. cinco das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 2.1.4. seis das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 2.1.5. sete das suas faces tenham um vértice em comum.
 - 2.2. Tendo por base as construções que procuraste fazer na alínea anterior, qual o número máximo de faces que concorrem no mesmo vértice? Justifica a tua resposta.
3. Utiliza apenas os quadrados:
 - 3.1. Verifica se consegues construir um poliedro onde:
 - 3.1.1. três das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 3.1.2. quatro das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 3.1.3. cinco das suas faces tenham um vértice em comum.
 - 3.2. Tendo por base as construções que procuraste fazer na alínea anterior, qual o número máximo de faces que concorrem no mesmo vértice? Justifica a tua resposta.
4. Utiliza apenas os pentágonos:
 - 4.1. Verifica se consegues construir um poliedro onde:
 - 4.1.1. três das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 4.1.2. quatro das suas faces tenham um vértice em comum;
 - 4.1.3. cinco das suas faces tenham um vértice em comum.
 - 4.2. Tendo por base as construções que procuraste fazer na alínea anterior, qual o número máximo de faces que concorrem no mesmo vértice? Justifica a tua resposta.



5. Quantos poliedros, nas condições anteriores (poliedros regulares), consegues construir? Descreve-os.
6. Será possível construir outros poliedros em que todas as suas faces sejam polígonos regulares, diferentes dos que utilizaste até agora? Justifica a tua resposta.



Tarefa 3 - Mais relações em poliedros

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Visualizar poliedros e suas planificações;
- Estabelecer relações entre o número de elementos das classes de sólidos (faces, arestas e vértices);
- Inferir a fórmula de Euler a partir da análise de um conjunto alargado de poliedros;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Trabalhar com os outros.

Antes da exploração da Tarefa 3, foi solicitado aos alunos que procedessem ao preenchimento da tabela, por pesquisa, preferencialmente fora da sala de aula. A tabela foi preparada para ser colada no caderno diário dos alunos.



Na tabela, na 5.ª coluna, cada QR code permite ao aluno aceder a uma representação dinâmica tridimensional de cada poliedro.

A aula iniciou-se com a discussão, com toda a turma, da tabela preenchida, podendo recorrer-se a materiais manipuláveis ou *applets* para esclarecer alguma dúvida ou questão.

Trabalhando a pares, os alunos responderam à questão 1, a que se seguiu uma discussão com toda a turma. Posteriormente, os alunos, voltando ao trabalho autónomo, resolveram as questões 2 e 3.



Tabela distribuída aos alunos

Poliedro	Número de Faces (F)	Número de Vértices (V)	Número de Arestas (A)	F + V	QR Code
 Tetraedro					
 Cubo					
 Octaedro					
 Dodecaedro					
 Icosaedro					
 Tetraedro Truncado					
 Octaedro Truncado					
 Bipirâmide Pentagonal					

Mais relações em poliedros

1. De acordo com os dados da tabela que preenchestes, responde às seguintes questões:
 - 1.1. Que relação existe entre o número de arestas (A) e o valor da soma entre o número de faces e o número de vértices ($F+V$), para cada um dos poliedros da tabela?
 - 1.2. Escreve uma expressão que traduza a relação entre o número de faces (F), o número de vértices (V) e o número de arestas (A) de um poliedro.
2. A expressão obtida na alínea anterior chama-se “Fórmula de Euler”. Será que esta expressão também se verifica para uma pirâmide hexagonal? E para um prisma hexagonal? (se necessário, recorre à tabela da Tarefa "Elementos de um poliedro")
3. Quantas arestas tem um poliedro com 14 faces e 12 vértices?
4. Dos poliedros da tabela, quais são regulares? Explica como pensaste.



Tarefa 4 - Desafios com sólidos geométricos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Visualizar poliedros e suas planificações;
- Estabelecer relações entre o número de elementos (faces, arestas e vértices) das classes de sólidos ;
- Validar experiências prévias através do reconhecimento da fórmula de Euler.
- Resolver problemas envolvendo figuras no espaço;
- Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

Na questão 5, cada QR code permite ao aluno aceder a uma representação dinâmica tridimensional de cada poliedro.

As respostas à questão 6 poderão ser recolhidas pelo professor, que as devolverá depois de comentadas. Os alunos terão oportunidade na aula seguinte de melhorar as suas produções.

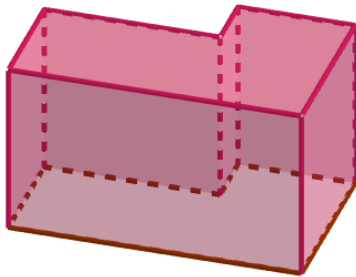
As *applets* utilizadas nesta tarefa estão disponíveis em <https://www.geogebra.org/m/jexhfhfv>.



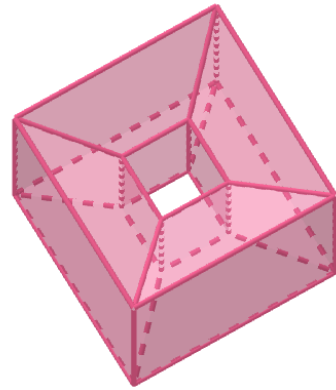
Desafios com sólidos geométricos

- Uma pirâmide tem 14 arestas.
 - Qual o polígono da base? Explica a tua resposta.
 - Qual o número de vértices? Explica a tua resposta.
- Um sólido tem 15 arestas. Pode ser um prisma? Explica a tua resposta.
- O número total de arestas de um prisma é sempre um número ímpar? Justifica a tua resposta.
- Quantas faces tem um poliedro com 10 arestas e 6 vértices? Conheces algum poliedro que tenha esse número de arestas e de vértices? Explica a tua resposta.
- Verifica se a fórmula de Euler se aplica nos seguintes sólidos:

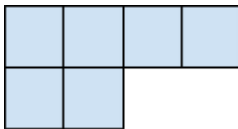
5.1.



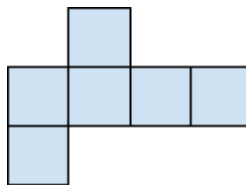
5.2.



- Considera as seguintes propostas de planificação.



(A)



(B)

- 6.1. Será que ambas as planificações permitem construir um cubo? Justifica a tua resposta.
- 6.2. Apresenta duas outras planificações do cubo.