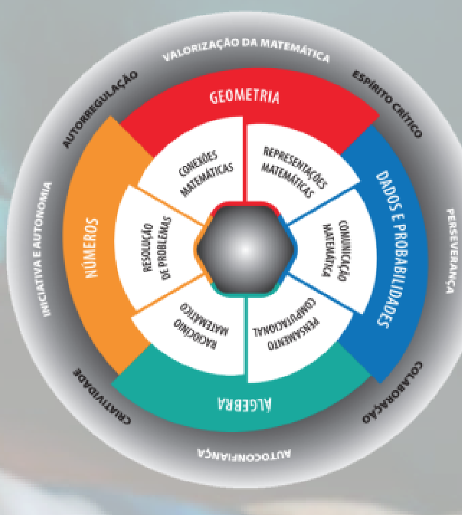
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas
Tema: Geometria

8.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Julho de 2023



Cofinanciado por:

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas - Tema Geometria (8.º ano de escolaridade)

Autores:
Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:
Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/.

Data
Lisboa, julho de 2023

Os autores agradecem o precioso contributo do professor João Almiro pela colaboração na revisão do texto.

Índice

Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2022/23 nas duas turmas de 8.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais percetível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico, nomeadamente para o 8.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2022/23, no âmbito das Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática, em duas turmas do 8.º ano de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 8.º ano de escolaridade do Ensino Básico.

Planificação a longo prazo

Tema	Tópico	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
DADOS E PROBABILIDADES	Probabilidades	10	**1.º Período** **49**
GEOMETRIA	Operações com figuras	8	
NÚMEROS	Números racionais	18	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações do 1.º grau	9	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
ÁLGEBRA	Funções (e proporcionalidade direta do 7.º ano)	20	**2.º Período** **47**
GEOMETRIA	Figuras planas	13	
DADOS E PROBABILIDADES	Representações gráficas	5	
	Análise de dados	5	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
ÁLGEBRA	Equações (literais e sistemas)	14	**3.º Período** **32**
GEOMETRIA	Figuras no Espaço	14	
Momentos formais de Avaliação Sumativa		4	
Total		128	

Nota: Na distribuição dos tempos pelos vários conteúdos foram contempladas aulas para reforço das aprendizagens bem como para o desenvolvimento do trabalho no contexto dos DAC.

A planificação a longo prazo foi inicialmente respeitada. Contudo, vários fatores, entre eles o impacto das greves dos professores e a supressão de aulas, da responsabilidade da escola, para experimentar procedimentos relativos às provas de aferição em formato digital, contribuíram para que não fosse possível o cumprimento integral da planificação a longo prazo, realizada no início do ano letivo. Não foi trabalhado o subtópico "Área da superfície de prismas retos, pirâmides regulares, cilindros, cones".

Tema: Geometria

Neste ciclo pretende-se continuar a desenvolver o raciocínio espacial dos alunos, ampliando a sua compreensão do espaço e a sua capacidade de operarem com figuras no plano e no espaço. O estabelecimento de relações geométricas deve ser acompanhado pela experiência (onde a tecnologia desempenha um papel fundamental) reforçando a relação entre a Geometria e a Álgebra. O estudo das transformações geométricas ganha relevância e cria um contexto favorável para o aumento gradual e progressivo da abstração e do formalismo matemáticos adequados ao raciocínio e à comunicação matemáticos.

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática, 7.º ano, 3.º ciclo do EB* (pp. 10-11). DGE, ME.

Tópico

Operações com figuras

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Um passeio pela Baixa Pombalina	• Vetores e adição de vetores				X	X	X			X					
2	Tarefa 2 - A desenhar também se aprende	• Translação associada a um vetor • Reflexão deslizante		X		X		X				X				X
2	Tarefa 3 -Transformações à nossa volta	• Simetria de uma figura	X					X			X	X		X		X
2	Tarefa 4 - Vamos trabalhar frisos	• Simetria de uma figura			X					X	X		X	X		

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Um passeio pela Baixa Pombalina

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

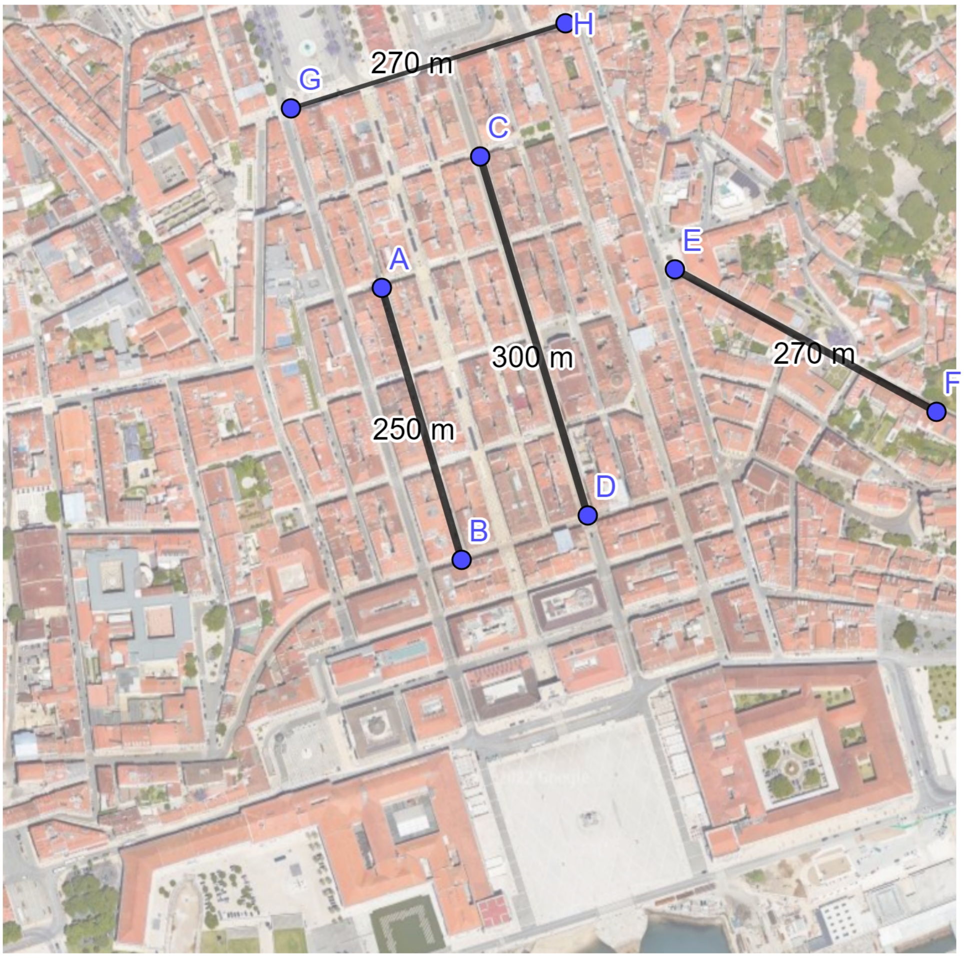
- Compreender o significado de vetor;
- Adicionar vetores;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

Um passeio pela Baixa Pombalina

A imagem abaixo apresentada procura dar destaque a algumas ruas da Baixa Pombalina da cidade de Lisboa, que a Maria e a sua amiga percorreram numa tarde ensolarada.

A Baixa Pombalina, onde estão assinalados pontos e segmentos de reta, é constituída, em boa parte, por ruas perpendiculares ou paralelas.



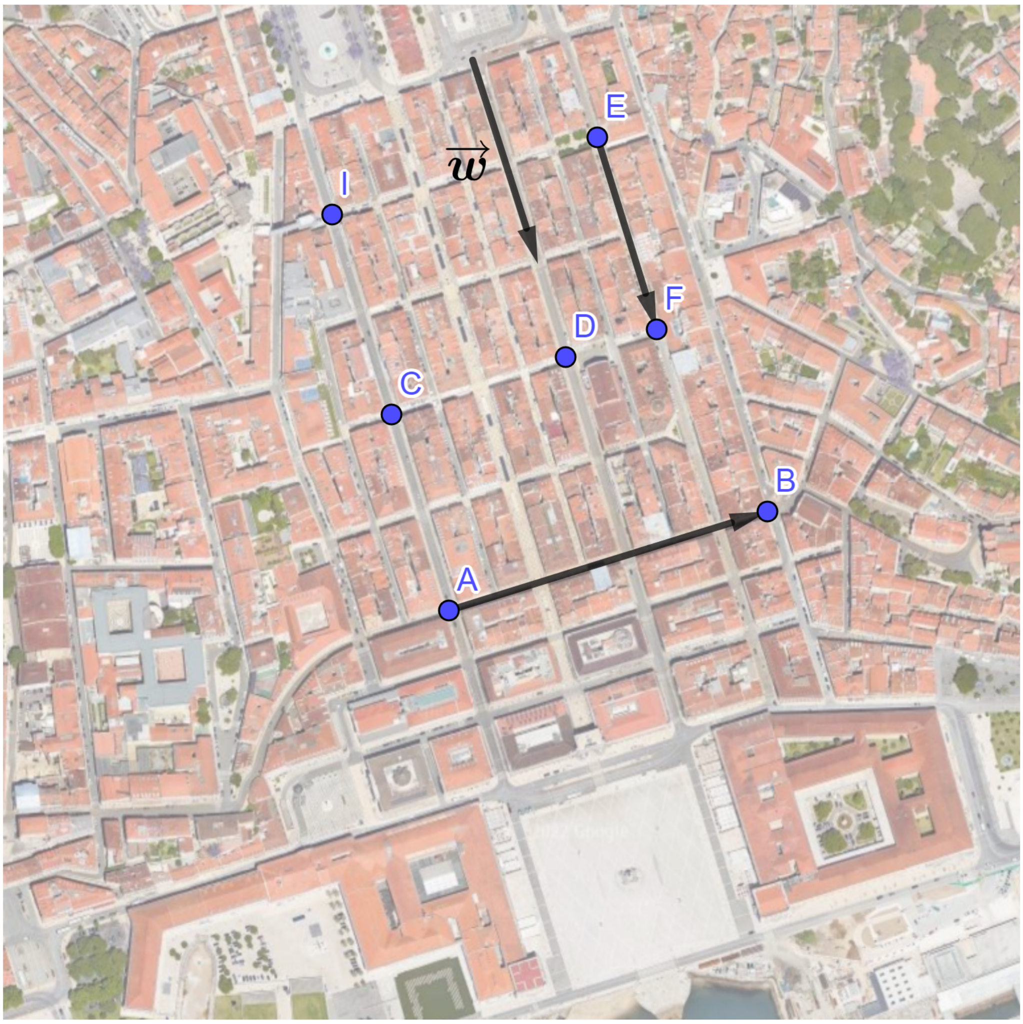
(Fonte: Google Maps)

1. Tendo por base as ruas assinaladas com segmentos de reta, usa os seus extremos (pontos) para indicar:
   - **1.1.** duas ruas com a mesma direção;
   - **1.2.** duas ruas com direções diferentes;
   - **1.3.** duas ruas que tenham o mesmo comprimento;
   - **1.4.** duas ruas com comprimentos e direções diferentes.

2. Estará a Maria a deslocar-se no mesmo sentido da sua amiga se:
   - **2.1.** ela se deslocar de A para B e a sua amiga de D para C? Explica porquê;
   - **2.2.** ela se deslocar de A para B e a sua amiga de C para D? Explica porquê;
   - **2.3.** ela se deslocar de E para F e a sua amiga de C para D? Explica porquê.

Um segmento de reta orientado é um segmento de reta a que lhe foi atribuído um sentido (ponto origem e ponto extremidade). Deste modo, um segmento de reta orientado possui um comprimento, uma direção e um sentido.
Dois segmentos de reta orientados chamam-se equipolentes quando têm o mesmo comprimento, a mesma direção e o mesmo sentido.
A classe de todos os segmentos de reta orientados equipolentes a um dado segmento de reta orientado chama-se **vetor**.

3. Na imagem seguinte estão agora assinalados alguns pontos e vetores.



(Fonte: Google Maps)

3.1. Utilizando os vetores ou pontos assinalados na imagem, indica:

3.1.1. dois vetores com o mesmo sentido e comprimentos diferentes;

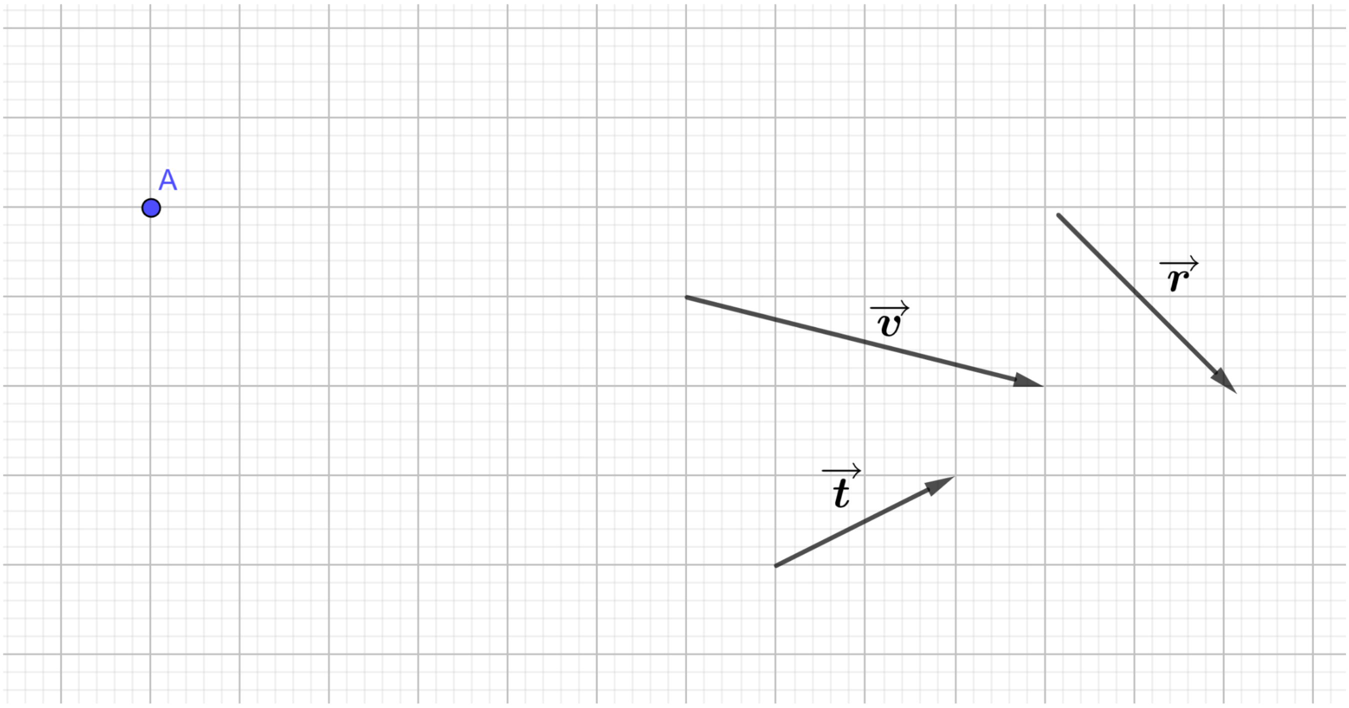
3.1.2. dois vetores com o mesmo comprimento e sentidos opostos;

3.1.3. um vetor perpendicular ao vetor $\overrightarrow{w}$;

3.1.4. duas representações do mesmo vetor.

3.2. Supõe que a amiga da Maria estava na localização correspondente ao ponto B e a Maria na localização correspondente ao ponto D. Usando apenas a informação que consta no mapa apresentado, dá indicações necessárias à Maria para se ir encontrar com a amiga.

4. Na grelha quadriculada abaixo estão representados o ponto A e os vetores $\vec{v}$, $\vec{r}$ e $\vec{t}$.



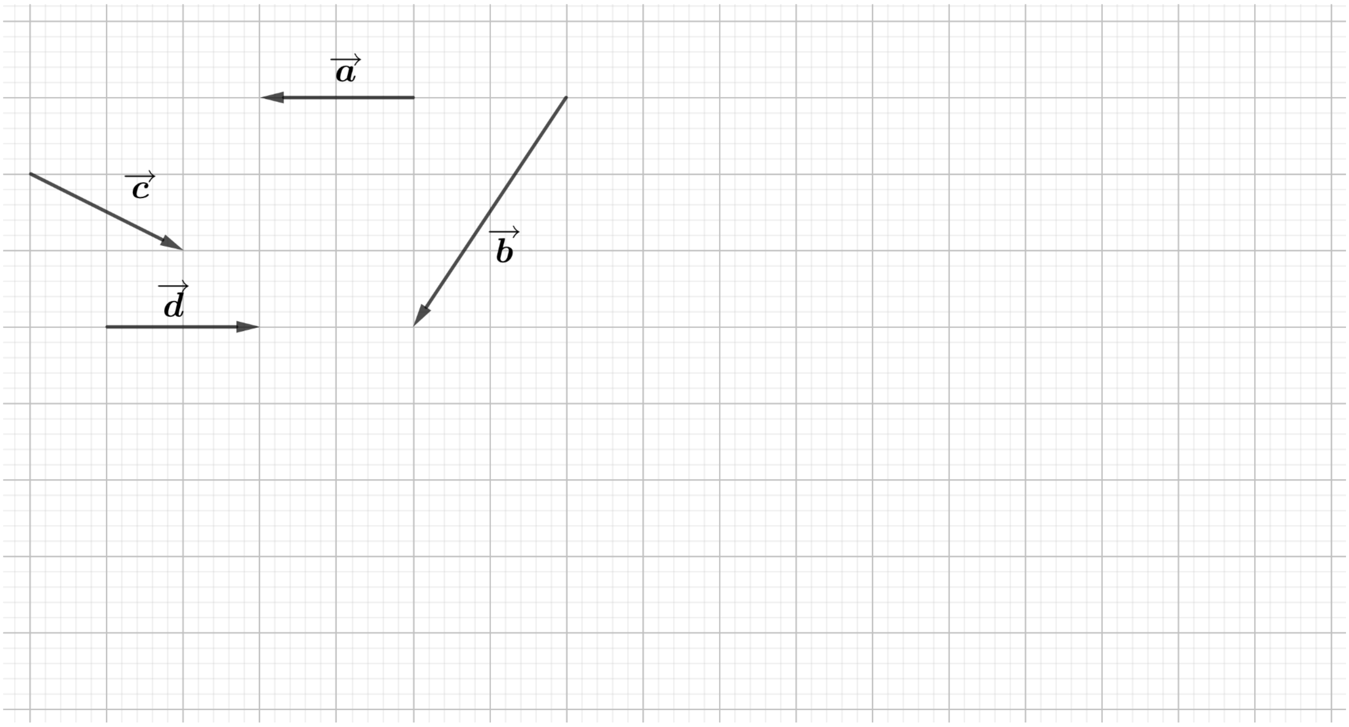
4.1. Partindo do ponto A, assinala na grelha:

4.1.1. o ponto que resulta de um deslocamento segundo o vetor $\vec{v}$.

4.1.2. o ponto que resulta de um deslocamento segundo o vetor $\vec{t}$ seguido de outro deslocamento associado ao vetor $\vec{r}$, ou seja, segundo o vetor $\vec{t} + \vec{r}$.

4.2. O que podes concluir sobre os vetores $\vec{v}$ e $\vec{t} + \vec{r}$?

5. Na grelha quadriculada abaixo estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$.



Desenha na grelha o vetor:

5.1. $\vec{b} + \vec{c}$

5.2. $\vec{b} + \vec{d}$

5.3. $\vec{a} + \vec{d}$

Tarefa 2 - A desenhar também se aprende

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

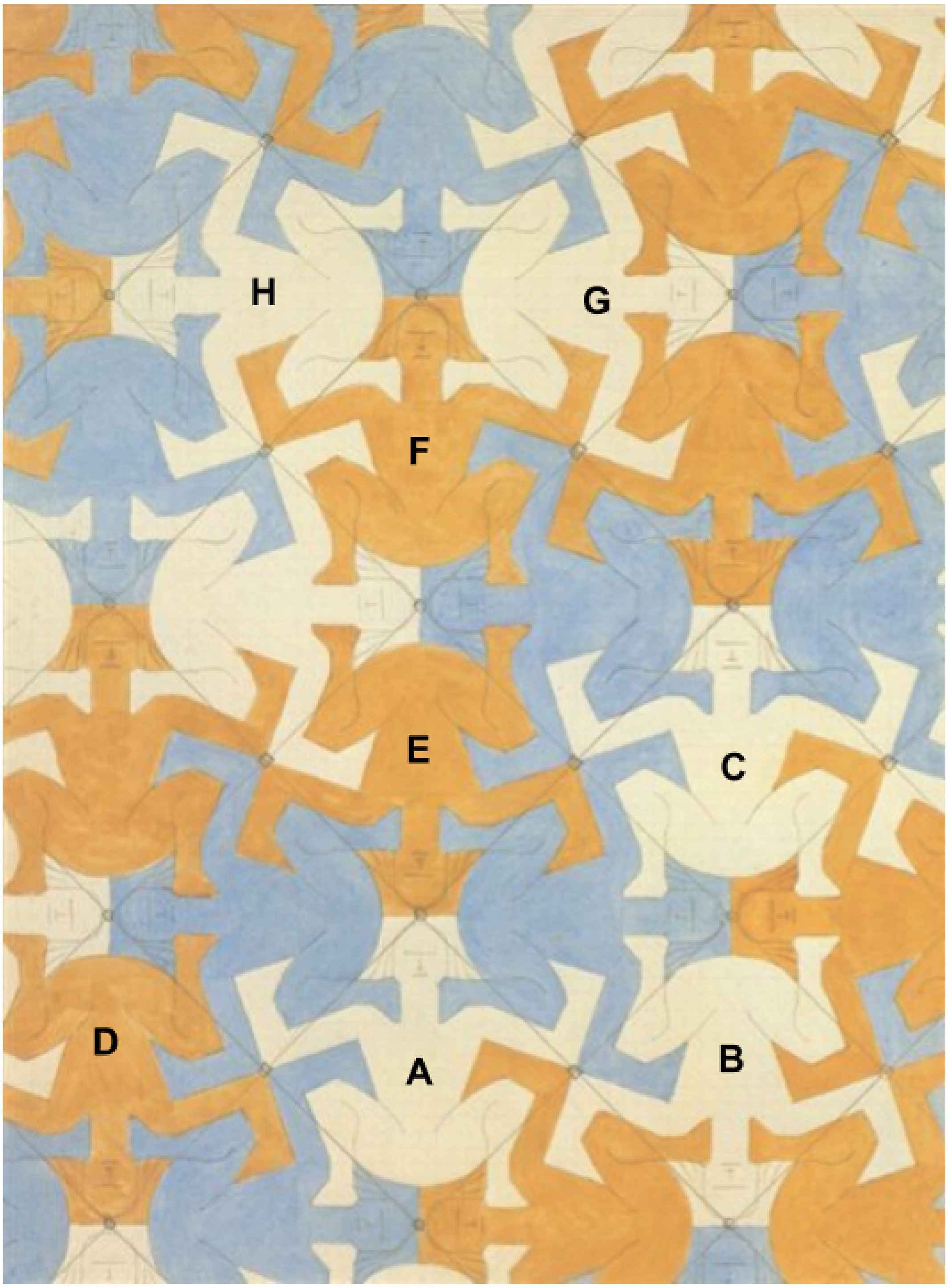
- Construir a imagem de uma figura por translação e por reflexão deslizante;
- Identificar simetrias, incluindo as simetrias de translação e de reflexão deslizante;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (arte);
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Foram recordados os conceitos de reflexão e de rotação.

A desenhar também se aprende

Maurits Cornelis Escher (Leeuwarden, 17 de junho de 1898 — Hilversum, 27 de março de 1972) foi um artista gráfico holandês conhecido pelas suas representações de preenchimento regular do plano. Este artista também era conhecido pela execução de transformações geométricas (isometrias) nas suas obras.

1. Esta obra de Escher é caraterizada pela repetição de um único motivo, em 3 cores diferentes, onde assinalámos alguns deles.



(Fonte: Imagem retirada de https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/systematic-study)

1.1. Em cada caso, desenhando na figura os pontos e as retas que necessitares, carateriza a isometria que te permite obter:

1.1.1. o motivo B a partir do A;

1.1.2. o motivo C a partir do B.

1.2. Com os motivos identificados, e sem repetir os mesmos exemplos para cada uma das isometrias usadas na questão anterior, dá exemplo de:

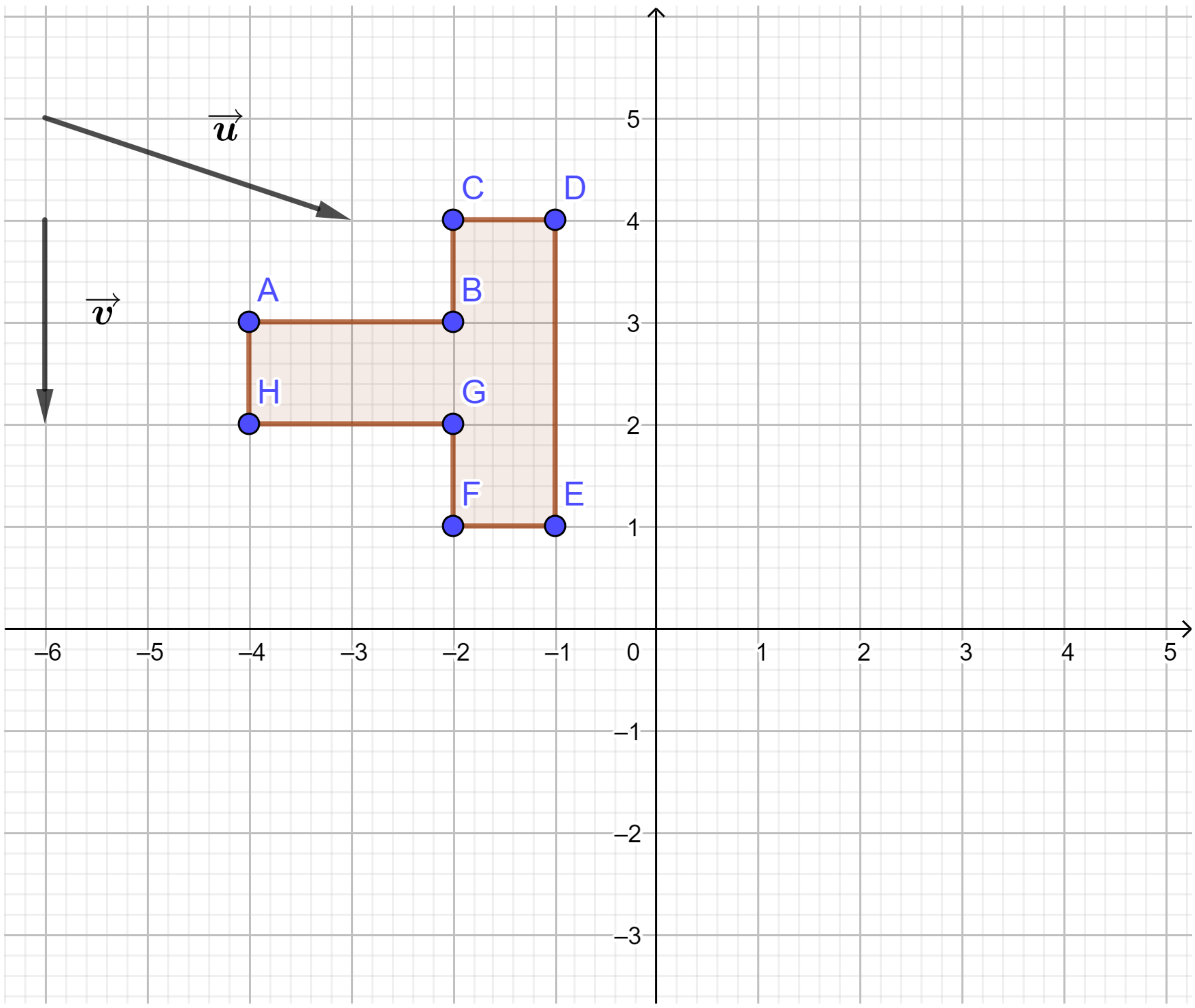
1.2.1. uma reflexão;

1.2.2. uma rotação.

1.3. Como explicarias a transformação geométrica que permite obter o motivo C a partir do A?

(Fonte: Adaptado de Professores das turmas piloto do 8.º ano de escolaridade. Ano letivo 2009/10 (2010). *Proposta de cadeia de tarefas para o 8.º ano – 3.º ciclo Isometrias*. NPMATEB)

2. Considera os pontos e vetores representados no referencial.



2.1. Escreve no teu caderno as coordenadas dos pontos da figura [ABCDEFGH].

2.2. Representa no referencial a imagem da figura [ABCDEFGH], que resulta da translação associada ao vetor $\overrightarrow{u}$.

2.3. Escreve no teu caderno as coordenadas dos pontos que resultam da translação da figura [ABCDEFGH] pelo vetor $\overrightarrow{v}$.

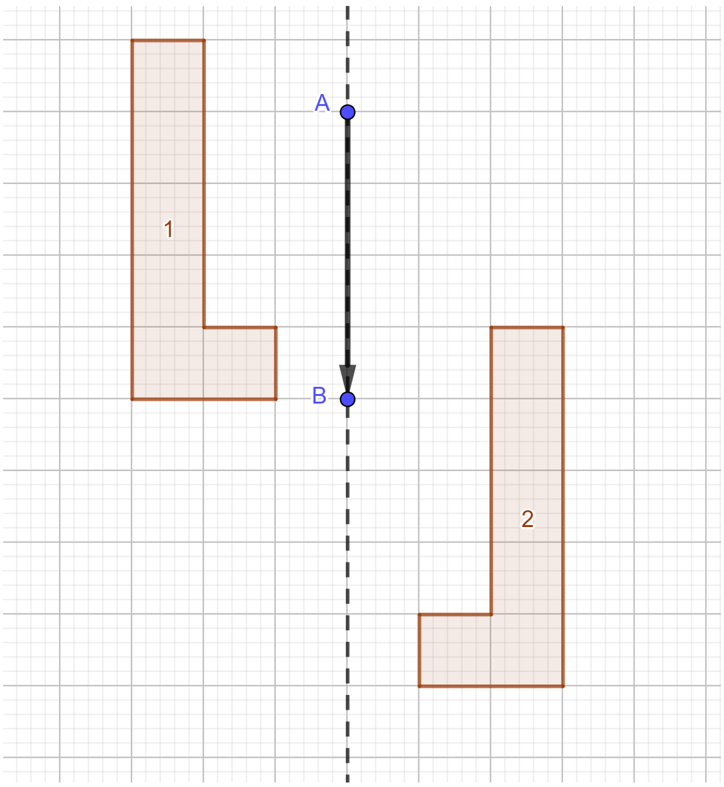
2.4. Que relação existe entre as ordenadas dos pontos da figura [ABCDEFGH] e as ordenadas dos pontos da imagem obtida pela translação que efetuaste na alínea anterior? Como a podes relacionar com o comprimento do vetor $\overrightarrow{v}$?

2.5. Desenha a imagem da figura [ABCDEFGH] pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

3. Considera as figuras 1 e 2 (representadas na grelha abaixo).

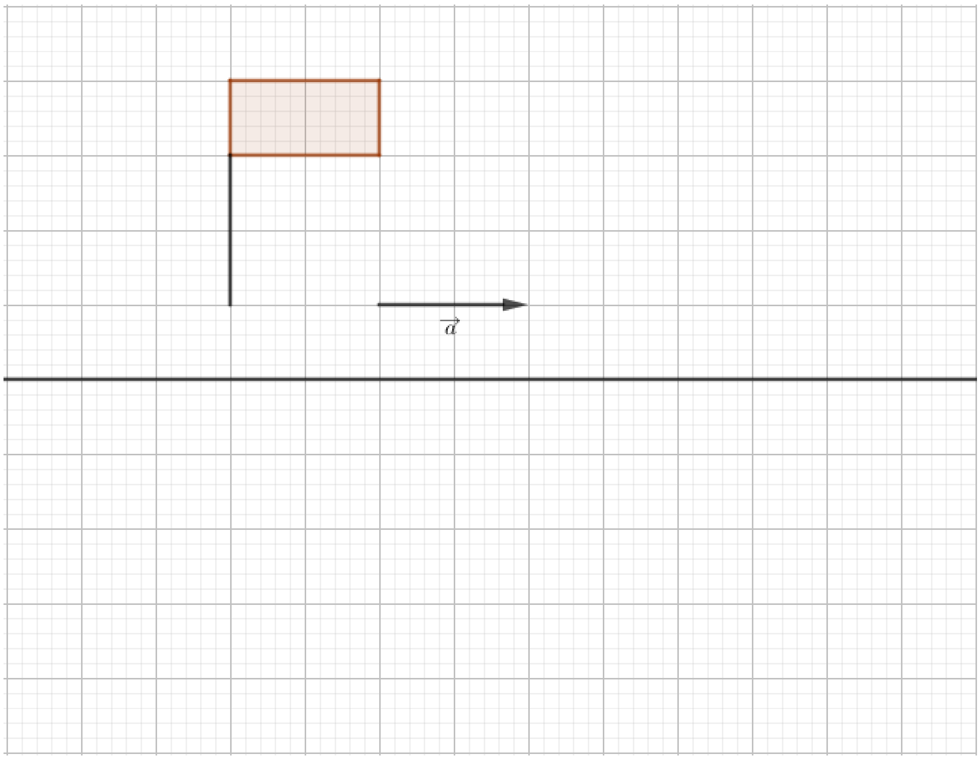
3.1. A partir das três isometrias já conhecidas, translação, reflexão e rotação, será que consegues utilizar uma delas por forma a obter a figura 2 a partir da figura 1? Justifica.

3.2. A partir das três isometrias já conhecidas, translação, reflexão e rotação, será que consegues utilizar duas delas por forma a obter a figura 2 a partir da figura 1? Em caso afirmativo, descreve como procederias.

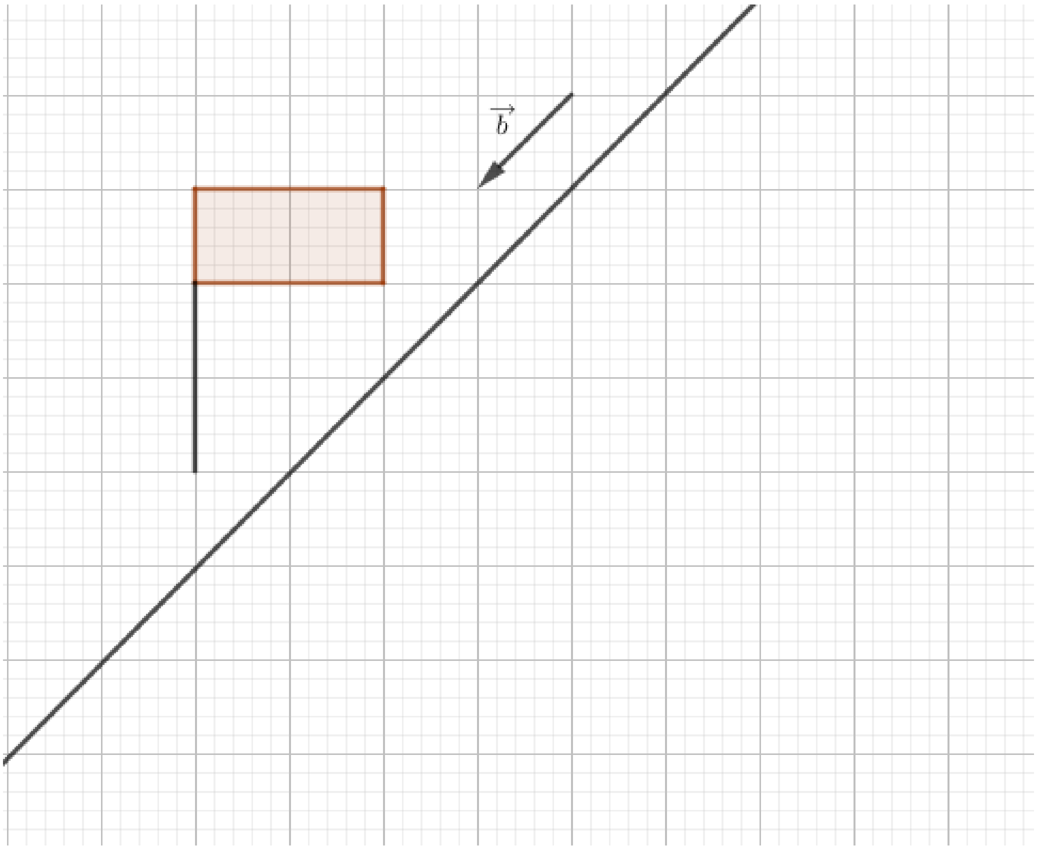


4. Desenha o transformado da figura na reflexão deslizante associada a cada um dos eixos e vetores representados.

4.1.



4.2.



Tarefa 3 - Transformações à nossa volta

<u>Notas para o professor:</u>

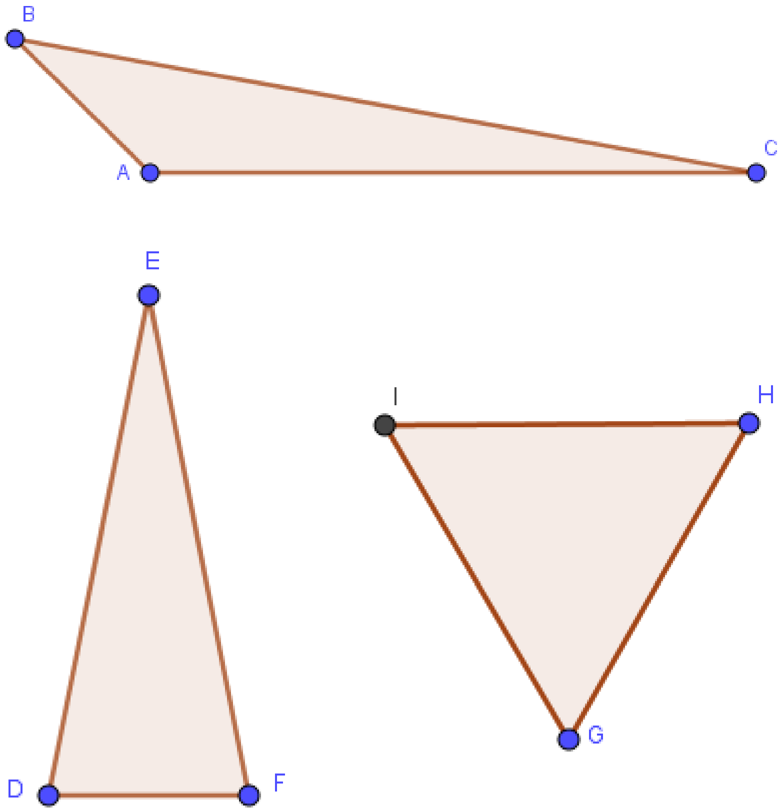
A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Relacionar a composição de translações com a adição de vetores;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos;
- Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Para a resolução da questão 1, foram fornecidas réplicas dos triângulos recortadas em papel vegetal.
Para a resolução da questão 3, foi solicitado, individualmente, o envio antecipado de fotografias, onde fosse possível identificar simetrias. Estas imagens foram impressas e distribuídas pelos diferentes pares.

Transformações à nossa volta

1. Considera os triângulos [ABC], [DEF] e [GHI], que se classificam, respetivamente, como escaleno, isósceles e equilátero.



Recorre às figuras em papel vegetal fornecidas, para responderes às seguintes questões:

1.1. De que modo podes sobrepor o papel vegetal sobre a folha de papel para que o triângulo escaleno e a sua cópia coincidam?

1.2. Podes dizer que existem simetrias no triângulo escaleno? Justifica a resposta.

1.3. Quantas simetrias tem o triângulo isósceles? Caracteriza-as.

1.4. Quantas simetrias tem o triângulo equilátero? Caracteriza-as.

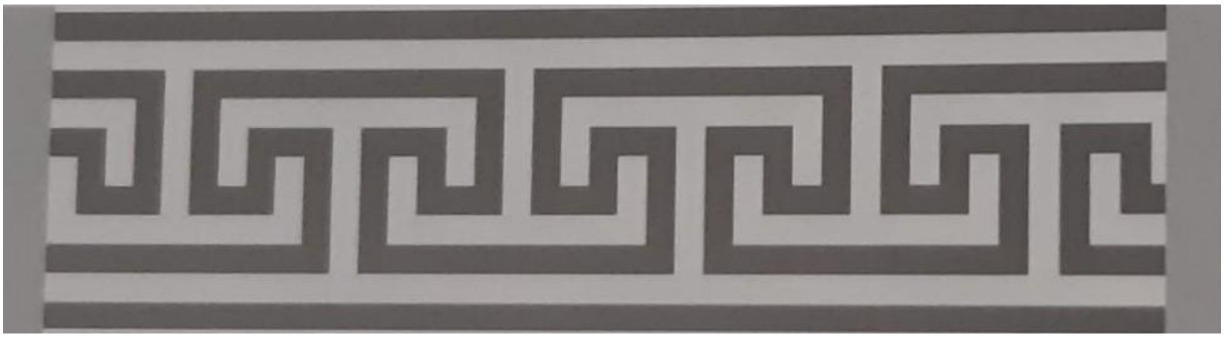
(Fonte: Veloso, E. (2012). Simetria e transformações geométricas. APM)

2. A calçada portuguesa contém um profundo valor estético e cultural!

"A calçada portuguesa foi inscrita no Inventário Nacional do Património Cultural Imaterial. Uma importante etapa na preparação da candidatura a Património da Humanidade reconhecido pela UNESCO."

(Fonte: Lobo, R., (2021). *Calçada portuguesa reconhecida como Património Cultural Imaterial.* https://www.timeout.pt/lisboa/pt/noticias/calcada-portuguesa-reconhecida-como-patrimonio-cultural-imaterial-072321)

A imagem seguinte apresenta pormenores de um motivo de calçada portuguesa (Rua da Conceição, Lisboa).



(Fonte: Veloso, E. (2012). Simetria e transformações geométricas. APM)

Diz-se que uma figura tem **simetria de translação** se o transformado da figura por uma translação associada a um vetor, diferente do vetor nulo, for uma figura totalmente sobreposta à original.

Diz-se que uma figura tem **simetria de reflexão deslizante** se o transformado da figura por uma dada reflexão deslizante é uma figura totalmente sobreposta à original.

Que simetrias consegues identificar na imagem?

Representa na fotografia os elementos geométricos (pontos, vetores, retas) que necessitas para caracterizar as simetrias.

3. Troca a fotografia/imagem que enviaste para a classroom com o teu colega do lado.

Confronta todas as simetrias que identificaste com as que foram encontradas pelo teu colega.

Tarefa 4 - Vamos trabalhar frisos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

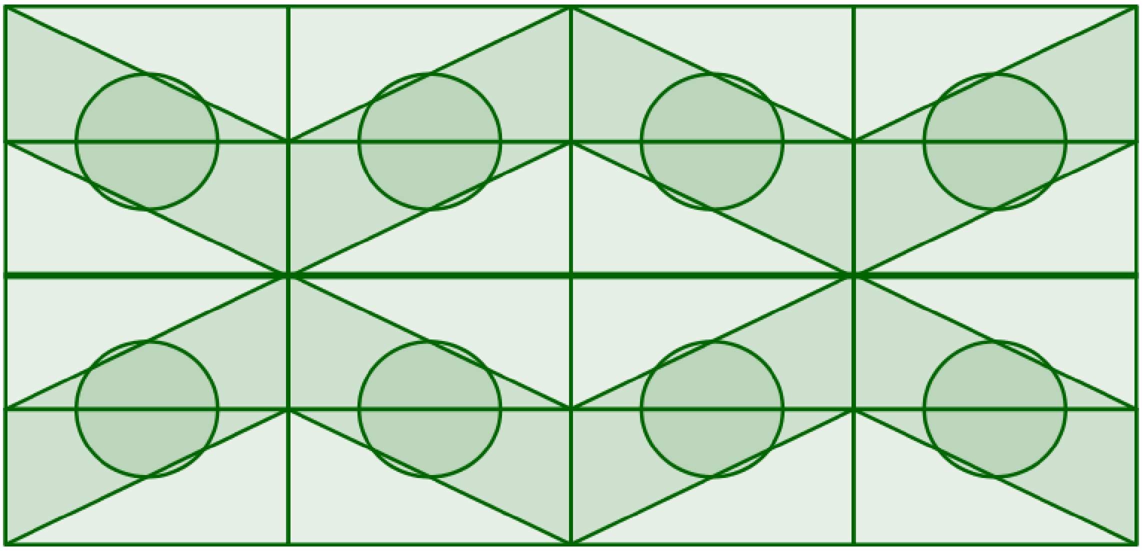
- Construir frisos simples.
- Interpretar e modelar situações do mundo real que envolvam simetrias.
- Abstrair, decompor, reconhecer padrões e depurar o trabalho realizado;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* para cada par de alunos.
O professor, no seu ambiente de trabalho, teve oportunidade de acompanhar o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos e discuti-las.
A questão 3 teve também como objetivo permitir apresentar feedback escrito aos alunos, criando oportunidades de melhoria das suas produções ou lançando desafios extra.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/kjtqkbph. Não se esqueça que deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Vamos trabalhar frisos

1. Considera o seguinte friso:



Constrói este friso no GeoGebra, a partir do motivo apresentado (imagem 1), usando as ferramentas disponibilizadas na apliqueta de código **XRGV PSKA**.

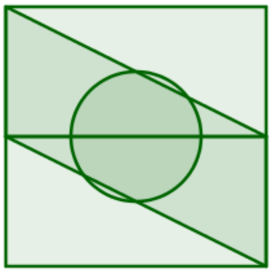
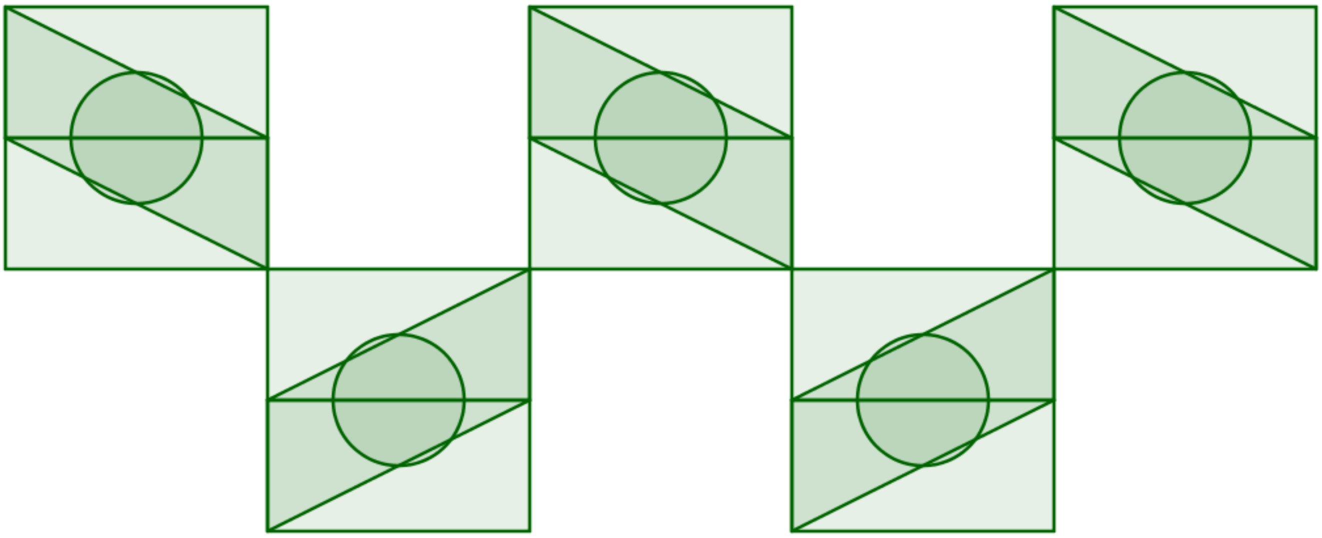


Imagem 1

Explica como procedeste para a obtenção do friso a partir do motivo dado.

2. Considera agora o seguinte friso:



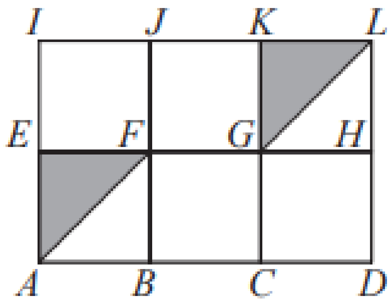
Constrói este novo friso no GeoGebra, a partir do motivo apresentado (imagem 1), usando as ferramentas disponibilizadas na apliqueta de código **FYCS GYRC**.

Explica como procedeste à obtenção do friso a partir do motivo dado.

3. Usa a apliqueta de código **SJYR 9JGB** para construíres um motivo (sugerimos que uses a ferramenta caneta) e, a partir dele, cria o teu próprio friso.

Descreve como procedeste para a sua construção.

4. Na figura, está representado o retângulo [ADLI], decomposto em seis quadrados geometricamente iguais. Os triângulos [AEF] e [GKL] são geometricamente iguais, e os seus vértices são coincidentes com vértices de quadrados da figura.



(Fonte: Adaptado de Instrumento de Aferição Amostral, Matemática (86), 8.º ano de escolaridade, 2021). IAVE.)

4.1. Qual é a imagem do triângulo [AEF] segundo a translação associada a $\overrightarrow{EF}$ ($T_{\overrightarrow{EF}}[AEF]$) ?

4.2. Completa: $T_{\overrightarrow{BG}}[EF]$ = ...

4.3. Qual é a imagem do triângulo [AEF] segundo a translação associada a $\overrightarrow{EI}$, seguida da translação associada a $\overrightarrow{BD}$?

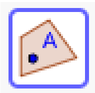
4.4. Qual é o vetor que transforma diretamente [AEF] no triângulo obtido na alínea anterior?

4.5. Como relacionarias os dois vetores usados nas translações efetuadas na questão **4.3.** com o vetor usado na translação da questão **4.4.**? E como relacionarias as translações efetuadas na questão **4.3.** com a translação efetuada na questão **4.4.**?

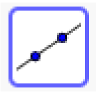
<u>Botões do GeoGebra</u> <u>(nesta tarefa)</u>:

Podes usar a ferramenta  [Mover - Selecione o objeto e arraste-o] para movimentar todos os elementos da tua construção.

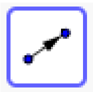
Podes sempre usar a opção  para desfazer e refazer uma ação e a ferramenta  para reiniciares a tua construção.



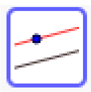
Ponto no objeto:
Clique dentro de um objeto ou no seu perímetro para definir um ponto



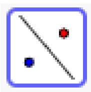
Reta (dois pontos):
Selecione dois pontos



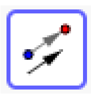
Vetor (Origem, Extremidade):
Selecione a origem e a extremidade do vetor



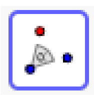
Reta paralela:
Selecione um ponto e uma reta paralela



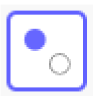
Reflexão em relação a um Eixo:
Selecione o objeto para refletir, depois o eixo de reflexão



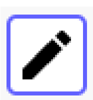
Translação por um Vetor:
Selecione o objeto a transformar segundo a translação e em seguida o vetor



Rotação (Objeto, Centro, Amplitude):
Selecione o objeto a rodar, depois o centro de rotação e a amplitude do ângulo



Mostrar/Esconder Objeto:
Selecione objetos a mostrar ou esconder e mude de ferramenta para aplicar



Caneta:
Escreve na folha gráfica

Tópico

Figuras planas

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
1	Tarefa 1 - Quadrados em triângulos retângulos	• Teorema de Pitágoras		X		X			X				X		X	
1	Tarefa 2[1] - Da área para o lado do quadrado	• Raiz quadrada	X	X				X			X			X		
1	Tarefa 3 - Em busca da medida escondida	• Teorema de Pitágoras	X					X			X		X			X
2	Tarefa 4 - Calcular ou medir diretamente?	• Teorema de Pitágoras	X			X		X		X		X	X			
2	Tarefa 5 - Da área do triângulo à área do polígono regular	• Área de polígonos regulares		X		X	X		X						X	

[1] Esta tarefa, embora trabalhe o tópico "Números racionais", como foi trabalhada em articulação com estas tarefas de Geometria, optámos por apresentá-la nesta coletânea.

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Quadrados em triângulos retângulos

<u>Notas para o professor:</u>

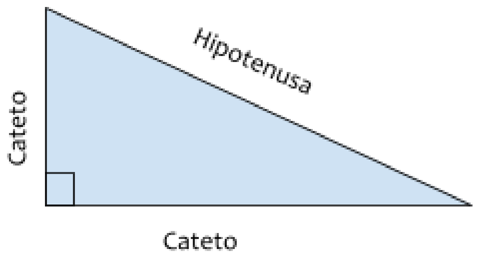
A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Explicar, por palavras próprias, o Teorema de Pitágoras;
- Compreender uma demonstração do Teorema de Pitágoras;
- Reconhecer ternos pitagóricos;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia.;
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* para cada par de alunos.
O professor, no seu ambiente de trabalho, teve oportunidade de acompanhar o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos e discuti-las.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/kjtqkbph. Não se esqueça que deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Quadrados em triângulos retângulos



Num triângulo retângulo chamamos **catetos** aos lados que formam o ângulo reto e **hipotenusa** ao lado oposto ao ângulo reto.

1. Entra na apliqueta do Geogebra Classroom, com o código **T8NF XSHD,** segue o protocolo que a seguir te é apresentado para responder à questão final:

A - Constrói um triângulo retângulo qualquer
B - Constrói quadrados sobre os três lados desse triângulo
C - Determina as áreas de cada uma desses quadrados
D - Manipula as figuras por forma a verificar as condições definidas

Que relação podes estabelecer entre as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos e sobre a hipotenusa?

2. Entra na apliqueta do Geogebra Classroom, com o código **MTNN 7EHG**, e desenha um outro triângulo agora não retângulo, e verifica se a relação anterior continua a ser verdadeira. O que concluis?

3. Um **Terno Pitagórico** é um conjunto de três números naturais, diferentes de zero, que verificam o Teorema de Pitágoras,

3.1. Indica qual (ou quais) dos seguintes ternos são pitagóricos, justificando a tua resposta.

3.1.1. $1,\ 2,\ 3$

3.1.2. $3,\ 4,\ 5$

3.1.3. $6,\ 8,\ 10$

3.1.4. $12,\ 16,\ 20$

3.2. Indica um terno pitagórico diferente dos da alínea anterior.

Tarefa 2 - Da área para o lado do quadrado

<u>Notas para o professor:</u>

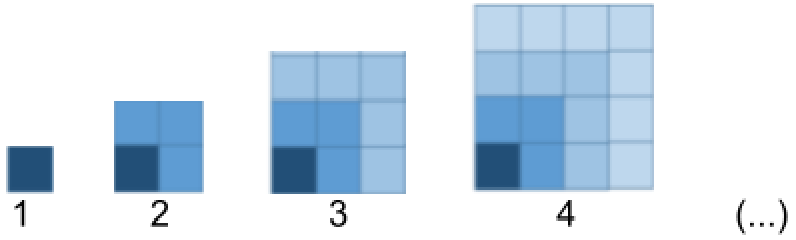
A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Conhecer os quadrados perfeitos até 144 e relacioná-los com a respetiva representação pictórica;
- Estimar e enquadrar raízes quadradas, com recurso à tecnologia;
- Calcular raízes quadradas de quadrados perfeitos e valores aproximados de outras raízes quadradas, com recurso à tecnologia;
- Resolver problemas envolvendo quadrados perfeitos e raízes quadradas;
- Formular, testar conjeturas/generalizações e justificar a sua veracidade ou falsidade, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de tarefas em contextos diversos da vida real;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Muito embora esta tarefa aborde um subtópico de Números Racionais, ela é aqui apresentada, respeitando a sequência seguida nas turmas de antecipação da generalização das AEMB.
Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

Da área para o lado do quadrado

1. Considera os quatro primeiros termos da sequência formada por conjuntos de quadrados geometricamente iguais de $1\ cm$ de lado, agrupados como é sugerido pela imagem seguinte:



1.1. Completa a seguinte tabela, tendo em conta a sequência apresentada:

Ordem	1	2	3	4	5	6	7	8
Área da figura				16				

1.2. Escreve o termo geral da sequência.

1.3. Indica a ordem do termo 16. Qual o significado dessa ordem no contexto do problema?

1.4. Qual é a medida do lado de um quadrado cuja área mede:

1.4.1. $100\ cm^2$

1.4.2. $144\ cm^2$

2. Considera um retângulo cuja área mede $50\ cm^2$. Sabendo que este pode ser dividido em dois quadrados, determina as medidas dos comprimentos dos lados do retângulo.

3. O João pretende estimar a raiz quadrada de 70 ($\sqrt{70}$) e apresentou o seguinte enquadramento:

$6^2 = 36$

$7^2 = 49$

$8^2 = 64$

$9^2 = 81$ então $64 < 70 < 81$, logo $\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$, ou seja $8 < \sqrt{70} < 9$

3.1. Concordas com o João? Explica porquê.

3.2. Procede ao enquadramento de $\sqrt{200}$

Tarefa 3 - Em busca da medida escondida

<u>Notas para o professor:</u>

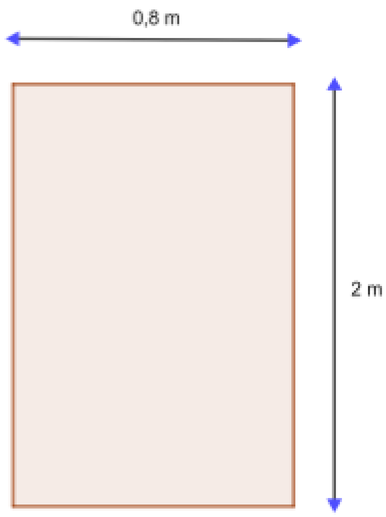
A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Aplicar o Teorema de Pitágoras.
- Interpretar situações com o Teorema de Pitágoras e resolver problemas que requeiram o seu uso;
- Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
A questão 4 foi utilizada como trabalho autónomo, fora da sala de aula.

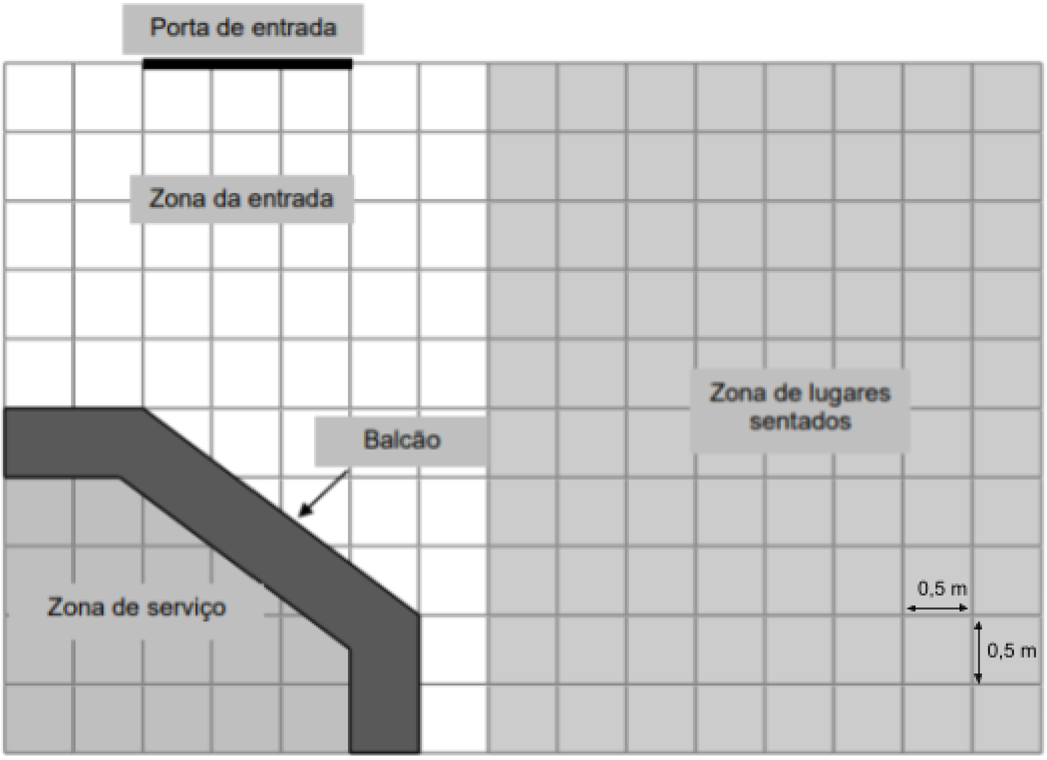
Em busca da medida escondida

1. O António tem uma mesa com tampo circular de diâmetro 2,2 m. Pretende colocá-la no escritório, cuja porta está reproduzida na figura ao lado.
Será que é possível fazer passar o tampo da mesa pela porta do escritório? Justifica a tua resposta.



2. O Filipe quer comprar uma televisão com 65”(polegadas). Determina a altura do ecrã, sabendo que o seu comprimento é 143,9 cm.
Nota: 1”=2,54 cm.

3. A Maria está a renovar a sua gelataria, cuja planta se apresenta de seguida.
A zona de serviço está rodeada pelo balcão.



3.1. A Maria quer colocar um novo friso ao longo da borda exterior do balcão. Qual é o comprimento total de friso de que ela precisa? Mostra como chegaste à tua resposta.

3.2. A Maria também vai pôr um piso novo na gelataria. Qual é a área total do chão da gelataria, excluindo a zona de serviço e o balcão? Mostra como chegaste à tua resposta.

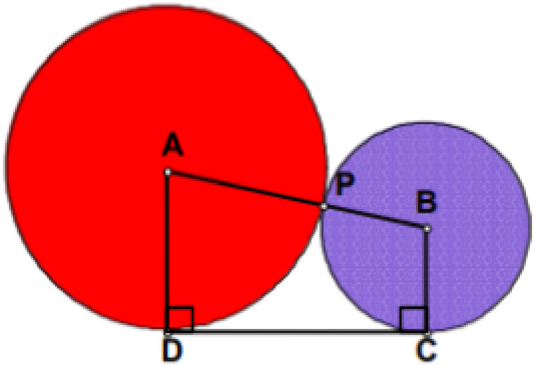
(Fonte: Adaptado de IAVE - Instituto de Avaliação Educacional (s/d). Itens libertos do PISA. Obtido de http://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2022-12/334.pdf)

4. Os Sangakus são tábuas comemorativas, em madeira, oferecidas a pequenos santuários japoneses, provavelmente, como forma de agradecer aos deuses a descoberta de um teorema matemático. As tábuas contêm problemas matemáticos, envolvendo, normalmente, vários círculos. O problema seguinte foi extraído e adaptado de uma tábua datada de 1892 e encontrada na localidade de Miyagi, Japão.

Considera a figura ao lado. Sabe-se que:

- Os círculos têm um único ponto em comum (P);
- [CD] é tangente a ambos os círculos;
- O trapézio [ABCD] é retângulo;
- O raio do círculo de centro em A mede 3 cm e o raio do círculo de centro em B mede 2 cm.

Determina o valor exato da medida do comprimento de [CD].



(Fonte: Adaptado de GAVE - Gabinete de Avaliação Educacional (s/d). Projeto 1001 Itens. Obtido de http://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2022-09/400.pdf)

Tarefa 4 - Calcular ou medir diretamente?

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Interpretar situações com o Teorema de Pitágoras e resolver problemas que requeiram o seu uso;
- Reconhecer e aplicar etapas do processo de resolução de problemas;
- Comunicar, apresentar e explicar ideias, ouvindo os outros, questionando e discutindo de forma fundamentada;
- Reconhecer e estabelecer conexões matemáticas com outras áreas do saber;
- Apresentar novas ideias individualmente ou resultante da interação com outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Desenvolver a capacidade de analisar as resoluções por si realizadas e melhorá-las.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 4 ou 5.
Foi solicitado aos alunos que se fizessem acompanhar de instrumentos de desenho (régua e esquadro), e dos seus *smartphones*, para os registos fotográficos necessários. A cada grupo foi entregue um modelo tridimensional de uma pirâmide.
Para elaboração do póster foi usado um computador (por grupo).

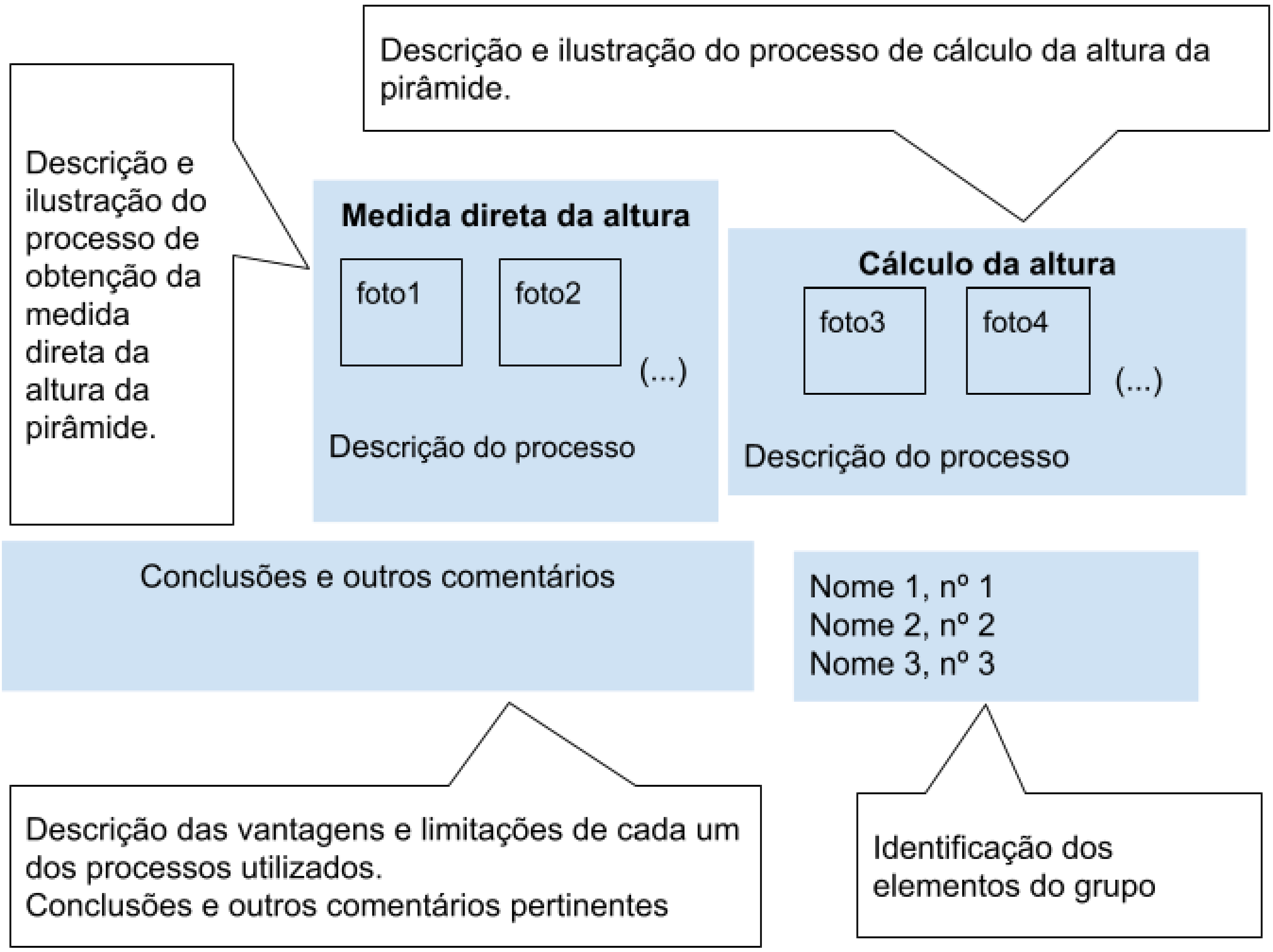
Calcular ou medir diretamente?

O teu grupo, deve proceder à determinação da medida da altura da pirâmide por dois processos diferentes:

- Medição direta (com uso exclusivo de instrumentos de medição)
- Cálculo da medida da altura

Devem procurar entender quais as vantagens e limitações da utilização de cada um, ilustrando o trabalho realizado e registando as conclusões, sob a forma de um póster.

Fornecemos um esquema que pode ser usado como base de trabalho, disponível aqui, ou através do QR Code:



Tarefa 5 - Da área do triângulo à área do polígono regular

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 5 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Calcular a medida da área de polígonos regulares;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares, com recurso aos seus *smartphones* e ao ambiente Tarefas do *GeoGebra*. Deve ser garantido que existe pelo menos um *smartphone* para cada par de alunos.
O professor, no seu ambiente de trabalho, teve oportunidade de acompanhar o trabalho autónomo dos alunos, dando-lhes feedback quando necessário. Aquando da discussão coletiva, este mesmo recurso, permitiu projetar as resoluções de alguns alunos e discuti-las.
Na resolução da Parte 1 da tarefa, cada par de alunos trabalhou com um dos polígonos regulares (pentágono, hexágono, heptágono e octógono). Esta parte foi concluída com uma discussão coletiva, feita a partir das resoluções de cada par de alunos.
Antes de iniciar a Parte 2 da tarefa, foi solicitado aos alunos o registo (no caderno diário) das conclusões retiradas da discussão referida, incluindo que os seis triângulos que dividem um hexágono regular são equiláteros.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/kjtqkbph. Não se esqueça que deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Da área do triângulo à área do polígono regular

Parte 1. Área de polígonos regulares

1. Entra na apliqueta do Geogebra Classroom, com o código **PA5E ESF2**, segue o protocolo que a seguir te é apresentado:

A - Constrói um triângulo a partir de dois vértices consecutivos do pentágono regular e do seu centro
B - Assinala a altura do triângulo (considera como base do triângulo o lado do pentágono)
C - Determina a altura e a base do triângulo
D - Regista no teu caderno o esboço dos polígonos, identificando as medidas de comprimento assinaladas anteriormente

1.1. Usando as medidas de comprimento da altura e da base do triângulo, determina a área do pentágono regular. Explica como procedeste.

1.2. Manipula a figura para verificares, justificando, se as conclusões anteriores são verdadeiras para outros pentágonos regulares.

1.3. De acordo com os valores registados, completa a seguinte afirmação:

$$Área\ do\ pentágono\ =\ \ldots\ldots\ \times\ Área\ do\ triângulo$$

2. Entra na apliqueta do Geogebra Classroom, com o código **QG3Y AP8S**, segue o protocolo que a seguir te é apresentado:

A - Constrói um triângulo a partir de dois vértices consecutivos do hexágono regular e do seu centro
B - Assinala a altura do triângulo (considera como base do triângulo o lado do hexágono)
C - Determina a altura e a base do triângulo
D - Regista no teu caderno o esboço dos polígonos, identificando as medidas de comprimento assinaladas anteriormente

2.1. Usando as medidas de comprimento da altura e da base do triângulo, determina a área do hexágono regular. Explica como procedeste.

2.2. Manipula a figura para verificares, justificando, se as conclusões anteriores são verdadeiras para outros hexágonos regulares.

2.3. De acordo com os valores registados, completa a seguinte afirmação:

$$Área\ do\ hexágono\ =\ \ldots\ldots\ \times\ Área\ do\ triângulo$$

3. Entra na apliqueta do Geogebra Classroom, com o código **SJAD RQPE,** segue o protocolo que a seguir te é apresentado:

A - Constrói um triângulo a partir de dois vértices consecutivos do heptágono regular e do seu centro
B - Assinala a altura do triângulo (considera como base do triângulo o lado do heptágono)
C - Determina a altura e a base do triângulo
D - Regista no teu caderno o esboço dos polígonos, identificando as medidas de comprimento assinaladas anteriormente

3.1. Usando as medidas de comprimento da altura e da base do triângulo, determina a área do heptágono regular. Explica como procedeste.

3.2. Manipula a figura para verificares, justificando, se as conclusões anteriores são verdadeiras para outros heptágono regulares.

3.3. De acordo com os valores registados, completa a seguinte afirmação:

$$Área\ do\ heptágono\ =\ ....\ \times\ Área\ do\ triângulo$$

4. Entra na apliqueta do Geogebra Classroom, com o código **YHGR JUYZ,** segue o protocolo que a seguir te é apresentado:

A - Constrói um triângulo a partir de dois vértices consecutivos do octógono regular e do seu centro
B - Assinala a altura do triângulo (considera como base do triângulo o lado do octógono)
C - Determina a altura e a base do triângulo
D - Regista no teu caderno o esboço dos polígonos, identificando as medidas de comprimento assinaladas anteriormente

4.1. Usando as medidas de comprimento da altura e da base do triângulo, determina a área do octógono regular. Explica como procedeste.

4.2. Manipula a figura para verificares, justificando, se as conclusões anteriores são verdadeiras para outros octógono regulares.

4.3. De acordo com os valores registados, completa a seguinte afirmação:

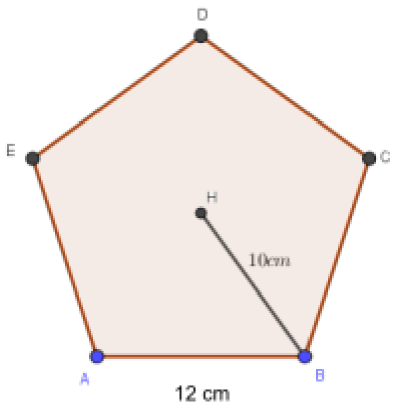
$$Área\ do\ octógono\ =\ ....\ \times\ Área\ do\ triângulo$$

Parte 2. Cálculo de medidas de polígonos regulares

5. Sabendo que o apótema de um heptágono regular é $4\ cm$ e que o comprimento de um dos seus lados é $6\ cm$, determina a sua área.

6. Na figura seguinte [ABCDE] é um pentágono regular.
Sabe-se que:
- $\overline{AB} = 12cm$
- $\overline{HB} = 10cm$

(**Nota:** os valores estão arredondados às unidades)
Determina a área do pentágono [ABCDE].



7. De um hexágono regular sabe-se que a sua área é $12cm^2$ e que o comprimento do lado é $2\ cm$. Qual é o comprimento do apótema?
(**Nota:** os valores estão arredondados às unidades)

Tópico

Figuras no espaço

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						**Capacidades e atitudes gerais transversais**							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Vamos construir um saco de desporto	● Planificação do cilindro	X				X	X			X					X
1	Tarefa 2 - Um sólido… festivo!	● Planificação do cone		X			X		X				X			
2	Tarefa 3 - Enchimento de sólidos	● Volume de prismas retos, pirâmides regulares, cones e esferas	X			X					X			X	X	

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Vamos construir um saco de desporto

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir a planificação de um cilindro dado;
- Resolver problemas de área da superfície, por composição ou decomposição;
- Reconhecer e estabelecer conexões matemáticas com outras áreas do saber;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 3 ou de 4 elementos.

Vamos construir um saco de desporto

1. Pretendemos confecionar um saco de desporto, como representado na figura 1. Sabe-se que:

- O corpo principal do saco será feito de três peças de tecido: uma para a parte curva e duas circulares para as extremidades.
- O saco mede de comprimento 50 cm.
- As extremidades do saco têm 28 cm de diâmetro.
- Para cortar as peças de tecido para o saco, cada uma tem que ter 1 cm extra, em toda a volta, para que as mesmas sejam cosidas umas às outras.
- Já temos as alças do saco construídas e o fecho éclair comprado.

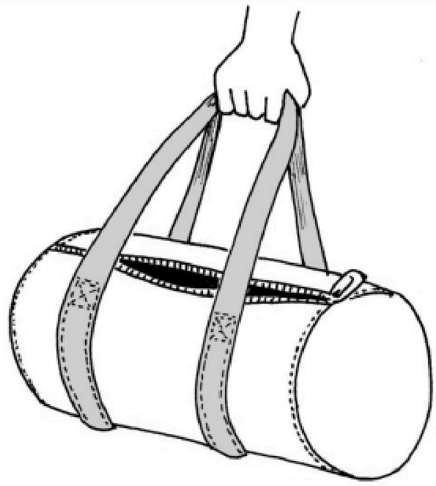


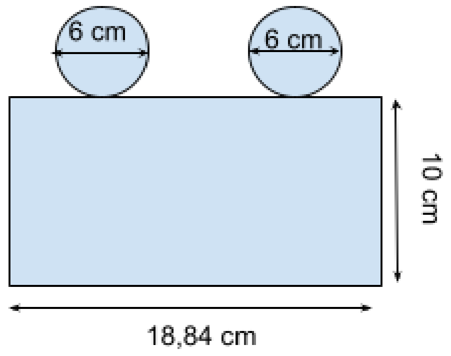
Fig. 1. Saco de desporto

1.1. Faz um esboço das peças necessárias à elaboração do saco. Nesse esboço, apresenta todas as medidas necessárias para construir cada peça.

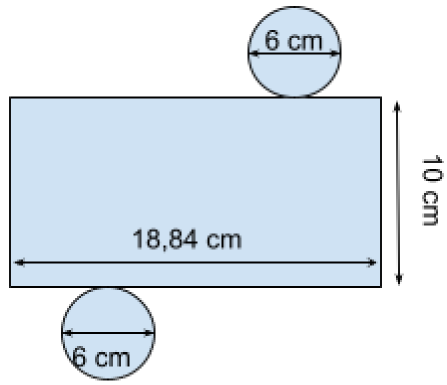
1.2. Vais confecionar esse saco com um tecido cortado a partir de um rolo com 1 metro de largura. Qual é o menor comprimento que esse pedaço de tecido deve ter para ser possível construir o saco?
Mostra como chegaste à tua resposta.

(Adaptado de MARS, acessível em https://www.map.mathshell.org/download.php?fileid=1639)

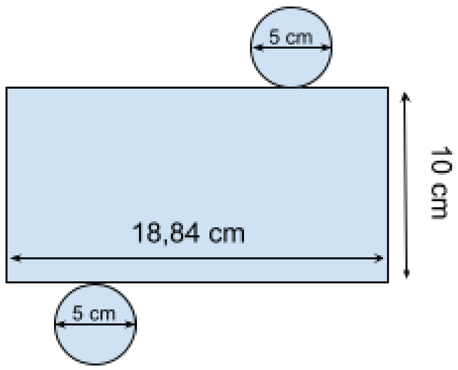
2. Seleciona qual(is) das seguintes situações permitem construir um cilindro. Justifica.
(considera que $\pi \approx 3,14$).



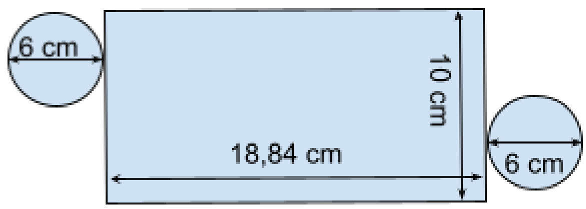
Situação 1



Situação 2



Situação 3



Situação 4

Tarefa 2 - Um sólido… festivo!

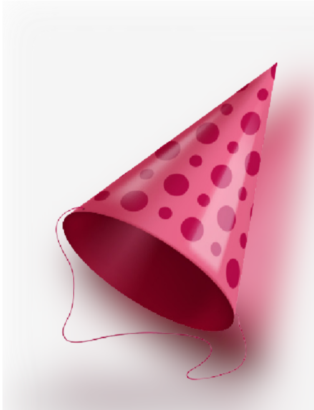
Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir a planificação de um cone dado;
- Calcular a área da superfície, por composição ou decomposição;
- Testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

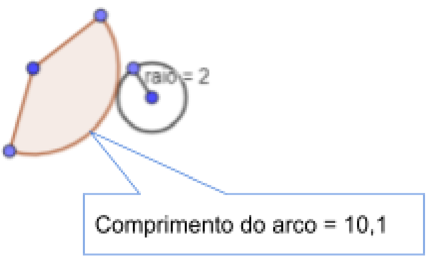
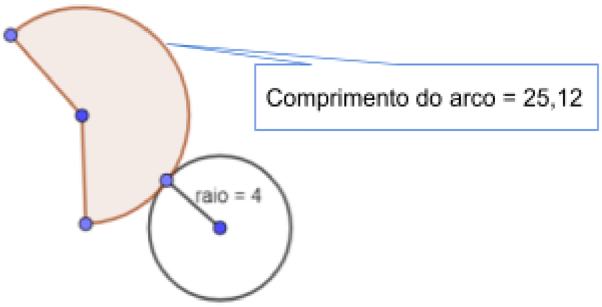
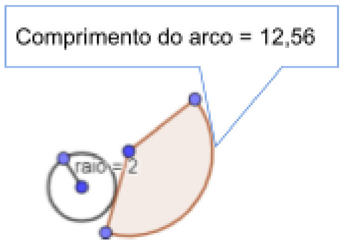
Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Foi solicitado aos pares de alunos que se fizessem acompanhar de uma tesoura e foi-lhes fornecido um chapéu com a forma de um cone, em papel.

Um sólido… festivo!



1. Estamos de parabéns! Vamos festejar a lição 123? Coloca o chapéu e…
   - **1.1.** Qual o sólido que o chapéu te faz lembrar?
   - **1.2.** Determina a altura do chapéu. Apresenta os cálculos necessários.
   - **1.3.** Colocando uma tampa circular no chapéu ficamos com um sólido geométrico. Desenha no teu caderno um esboço da planificação desse sólido, com a indicação do comprimento dos elementos que consideres mais importantes.

2. Seleciona qual(is) das seguintes situações permitem construir um cone. Justifica. (considera que $\pi \approx 3,14$).

	
Situação 1	Situação 2
	
Situação 3	Situação 4

Tarefa 3 - Enchimento de sólidos

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Resolver problemas de volume de sólidos, por composição ou decomposição;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Desenvolver a capacidade de trabalhar com os outros;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Antes da exploração da tarefa, foi solicitado aos alunos que procedessem ao visionamento de três vídeos de enchimento de sólidos, integrados no questionário preparatório (https://bit.ly/44NzIXb), fora da sala de aula.
É de fazer notar que este link dá acesso a uma cópia do questionário editável. A partir desta cópia cada professor poderá aplicar aos seus alunos.
Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

Enchimento de sólidos

1. De acordo com os vídeos que visualizaste (semiesfera e cilindro, cilindro e cone, e pirâmide e prisma), responde às seguintes questões:
   - **1.1.** Que relação podes estabelecer entre os volumes de um prisma e de uma pirâmide com a mesma base e a mesma altura? E entre o cone e o cilindro com a mesma base e a mesma altura?
   - **1.2.** Sabe-se que os volumes do prisma e do cilindro são iguais ao produto da área da figura da base pela altura ($V = A_{base} \times altura$). Escreve uma expressão que permite calcular os volumes do cone e da pirâmide.
   - **1.3.** Que relação podes estabelecer entre os volumes de uma semiesfera e de um cilindro em que o raio da base (r) é igual ao da semiesfera e cuja altura seja igual ao diâmetro da base? Escreve uma expressão que permite calcular o volume da esfera em função do raio.

2. A imagem seguinte (figura 1) mostra 3 copos:
   - As medidas estão expressas em centímetros;
   - A parte superior do copo 1 tem a forma de um cilindro;
   - A parte superior do copo 2 tem um topo cilíndrico e uma base semiesférica;
   - A parte superior do copo 3 tem a forma de um cone.

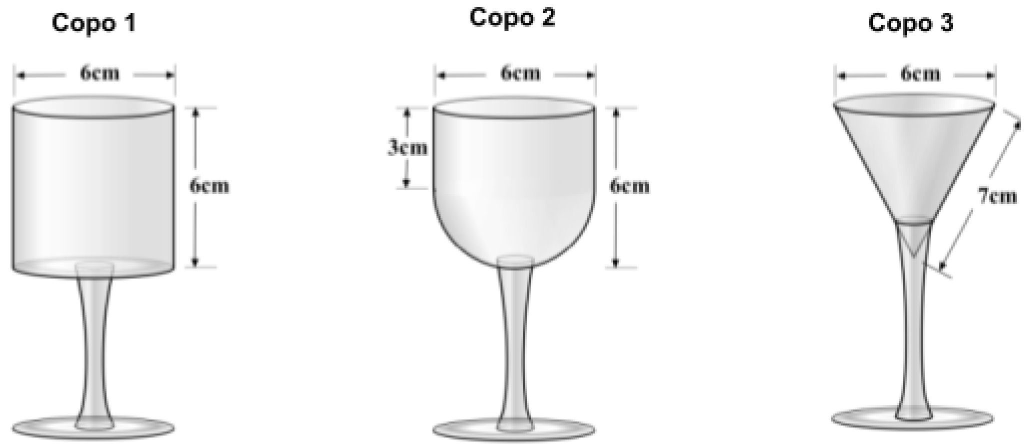


Fig.1. Copos

Calcula o volume de líquido que encherá cada um dos copos. No caso do copo 2, explica como procedeste.

(Adaptado de MARS, acessível em https://www.map.mathshell.org/download.php?fileid=1764)

3. O seguinte esquema representa um tronco de pirâmide.
   Sabe-se que:
   - as bases são quadrados com 28 e 17cm de lado, respetivamente;
   - a altura das duas pirâmides são, respetivamente, 50cm e 30cm.

   Calcula o volume do tronco de pirâmide.