P4 - FUNÇÕES

Matemática Cursos Profissionais

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2023/2024

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas das turmas piloto - Funções (Matemática Cursos Profissionais)

Autoria e adaptação:
Professores das turmas piloto de Matemática Cursos Profissionais

Revisão:
Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

Imagem da capa:
Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/pt-br/foto/foto-de-pessoas-olhando-no-laptop-3182750/

Data:
Lisboa, setembro de 2024

Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.°, 11.° e 12.° anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:
Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

MÓDULO P4 - Funções

Aulas (horas)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
1,0	Tarefa 1 A Taxa *Euribor*	**Funções** Generalidades acerca de funções	• Identificar gráfico e a representação gráfica de uma função. Usar o teste da reta vertical.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • É confiante, resiliente e persistente (F)
0,5	Tarefa 1 Complementar Xeque Mate	Referenciais cartesianos ortogonais e monométricos no plano Coordenadas de pontos num referencial cartesiano	• Identificar coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano ortogonal e monométrico.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Comunicação matemática • Organização do trabalho dos alunos	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • É confiante, resiliente e persistente (F)
2,5	Tarefa 2 24 de dezembro	**Funções** Generalidades acerca de funções	• Identificar gráfico e a representação gráfica de uma função. • Determinar o domínio e o contradomínio de funções definidas em intervalos reais ou união finita de intervalos reais. • Determinar pontos notáveis tendo por base a representação gráfica de funções (interseções com os eixos coordenados, extremidades dos intervalos do domínio, máximos e mínimos). • Variação de sinal e de monotonia e respetivas tabelas.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • É confiante, resiliente e persistente (F)

2,5	Tarefa 3 Sobre Rodas	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3: Função afim	• Estudar intuitivamente propriedades (domínio, contradomínio, pontos notáveis, monotonia e extremos) de uma função polinomial de grau não superior a 3.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Resolução de problemas • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • É confiante, resiliente e persistente (F)
4	Tarefa 4 *La Masía Freixa*	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3: Função quadrática	• Estudar intuitivamente propriedades (domínio, contradomínio, pontos notáveis, monotonia e extremos) de uma função polinomial de grau não superior a 3. • Resolver problemas simples de modelação matemática, no contexto da vida real, que envolvam funções polinomiais.	Trabalho em grupo, com discussão final em turma	• Resolução de problemas • Recurso sistemático à tecnologia • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
1,5	Tarefa 5 Caixas para a festa	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3: Função cúbica	• Estudar intuitivamente propriedades (domínio, contradomínio, pontos notáveis, monotonia e extremos) de uma função polinomial de grau não superior a 3.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Resolução de problemas • Recurso sistemático à tecnologia • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • É confiante, resiliente e persistente (F)

2,5	Tarefa 6 A Montanha Russa	**Funções Polinomiais** Função polinomiais de grau não superior a 3	• Interpretar e prever as alterações no gráfico de uma função $f(x)+a$, $f(x+b)$ e $-f(x)$, com $a, b \in \mathbb{R}$ a partir do gráfico de uma função $f(x)$, e descrever o resultado com recurso à linguagem das transformações geométricas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas • Recurso sistemático à tecnologia • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • É confiante, resiliente e persistente (F)
2	Tarefa 7 Graus *Fahrenheit* e graus *Celsius*	**Funções Inversas** Generalidades	• Identificar funções invertíveis e não invertíveis: usar o "teste da reta horizontal". • Conhecer e interpretar a relação entre o domínio e contradomínio de funções inversas e a simetria das suas representações gráficas relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas.	Trabalho em grupo, com discussão final em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à Tecnologia	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema e para estudar os efeitos das variáveis (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

2	Tarefa 8 À descoberta dos números	**Funções Polinomiais** Função raíz quadrada e raíz cúbica	• Estudar intuitivamente, com auxílio da tecnologia gráfica, o comportamento de funções com radicais quadráticos e radicais cúbicos. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à Tecnologia • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
2	Tarefa 9 Rosa Florista	**Funções Polinomiais** Função raíz quadrada e raíz cúbica **Modelação com funções**	• Estudar intuitivamente, com auxílio da tecnologia gráfica, o comportamento de funções com radicais quadráticos e radicais cúbicos. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas.	Trabalho em grupo, com discussão final em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à Tecnologia • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema e para estudar os efeitos das variáveis (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

Tarefa 1

A Taxa *Euribor*

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa visa introduzir o conceito de função já abordado no 3.º ciclo. Pretende-se que os alunos interpretem representações gráficas em contexto real, analisem correspondências e identifiquem as que representam funções, nomeadamente, com recurso ao teste da reta vertical em representações gráficas.
Recorda-se também o conceito de variável independente e de variável dependente.

Conhecimentos prévios dos alunos: Interpretação de representações gráficas.

Materiais e recursos: Vídeo e material de escrita.

Notas e sugestões:

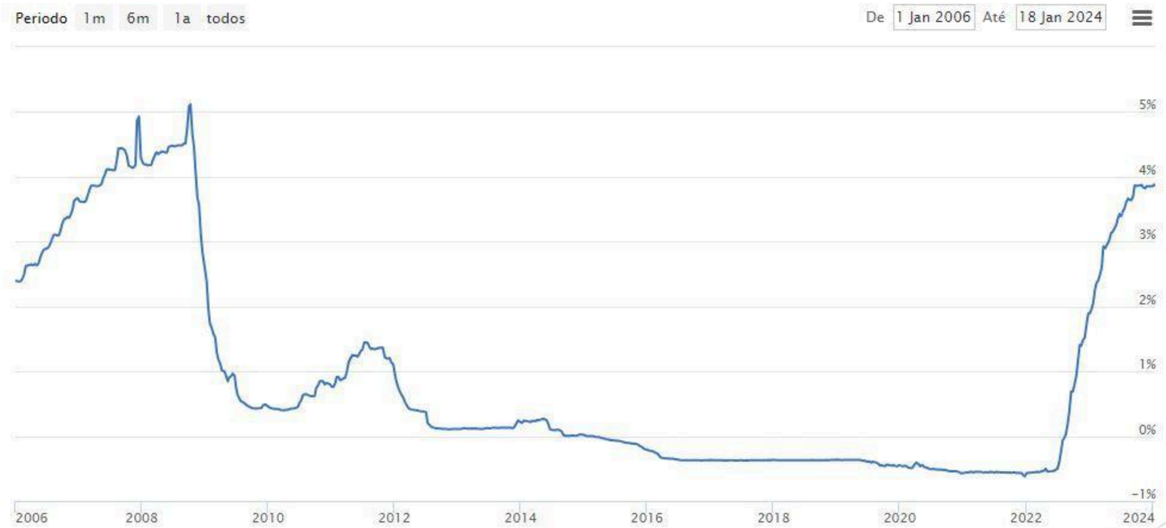
No início da aula, o professor poderá introduzir o tema de Funções a partir da visualização do vídeo, colocando questões aos alunos e fomentando uma discussão relacionada com o tema.
Para a resolução da tarefa o professor deve organizar os alunos em pares. Os alunos devem resolver a tarefa enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.
Os alunos poderão manifestar dificuldades na interpretação do item 3, pelo que sugere-se que o professor coloque questões orientadoras ao grupo turma de modo que estes ultrapassem esses constrangimentos.
Caso este módulo tenha sido lecionado antes do MÓDULO P3 - Geometria Analítica, os alunos poderão apresentar, ainda, dificuldades em identificar coordenadas de pontos do plano num referencial cartesiano ortogonal e monométrico. Sugere-se, assim, a realização da Tarefa 1 Complementar - “Xeque Mate”.

Tarefa 1

A Taxa *Euribor*

1. A Taxa *Euribor* é o preço que os bancos da zona euro atribuem ao dinheiro, tal como num mercado. É o indicador de referência para a maioria dos créditos à habitação.

   O gráfico seguinte **apresenta a variação da taxa *Euribor* a 12 meses em função do tempo**, de 1 de janeiro de 2006 a 17 de janeiro de 2024. Para melhor visualização do gráfico ver [AQUI].



   A partir dos valores do gráfico, responde às seguintes questões:

   1.1. Qual é o valor aproximado da taxa *Euribor* relativa ao ano de 2008?

   1.2. Em que ano(s) se registou(aram) a(s) taxa(s) *Euribor* mais baixa(s)?

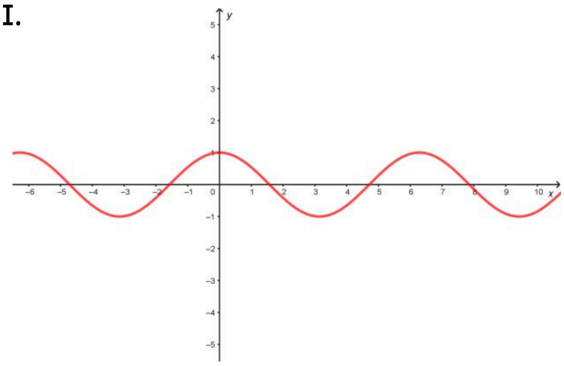
   1.3. Qual é o valor aproximado, em janeiro de 2024, da taxa *Euribor* a 12 meses?

> A variação da taxa *Euribor* está definida através de um gráfico. Na representação gráfica de uma função, a variável independente representa-se no **eixo das abcissas (*eixo dos xx*)** e a variável dependente no **eixo das ordenadas (*eixo dos yy*)**. Mas temos que estar atentos pois nem todos os gráficos representam funções. Numa função a cada elemento da variável independente corresponde um e um só elemento da variável independente.

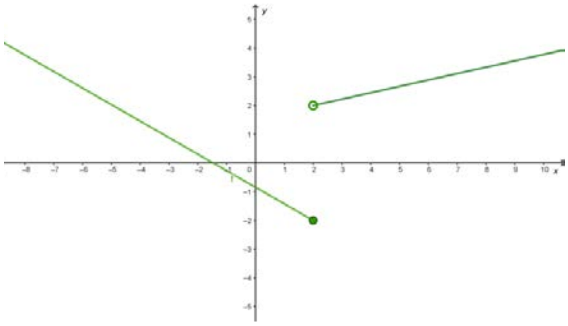
2. Quais dos gráficos seguintes representam uma função? Justifica porque é que os gráficos restantes não representam funções.

   Sugestão: Na questão 1. é referido o termo função quando se afirmou que a **taxa *Euribor* a 12 meses registada em função do tempo**. Antes de responderes, começa por visualizar o vídeo onde podes recordar o termo FUNÇÃO.

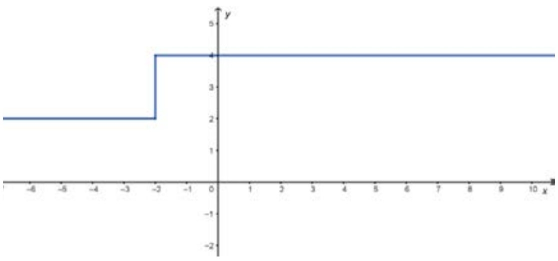
I.



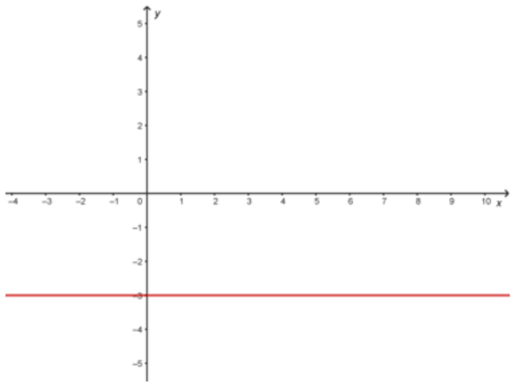
II.



III.



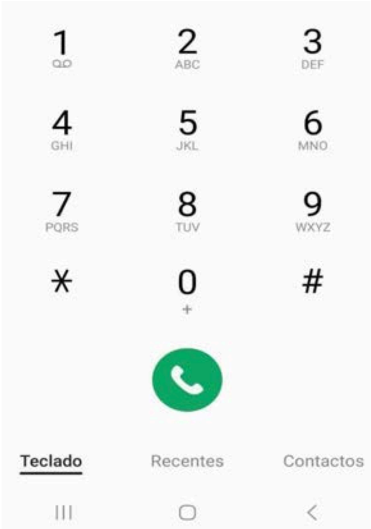
IV.



Teste da reta vertical
Uma reta vertical não interseta o gráfico de uma função em mais do que um ponto.

3. A figura apresenta o teclado do telemóvel da Maria.

Nota: As teclas dão acesso a algarismos e a letras.



Considera as seguintes correspondências:

I. a cada número (de 2 a 9) associa as letras da tecla correspondente;

II. a cada letra faz corresponder o número da respetiva tecla.

3.1. Representa através de uma tabela/referencial cartesiano as correspondências **I.** e **II.**

3.2. A correspondência **I.** é uma função? Explica a tua resposta.

3.3. A correspondência **II.** é função? Explica a tua resposta.

4. O Luís resolveu dar uma volta de mota. Saiu de casa, parou a meio do caminho para ir à livraria escolher um livro para dar à sua irmã e no regresso a casa, para apreciar a paisagem, andou com uma velocidade mais baixa.

Qual é o gráfico que pode descrever **a relação entre o tempo decorrido e a respetiva distância a casa**? Explica as razões que te levam a rejeitar os outros três gráficos.

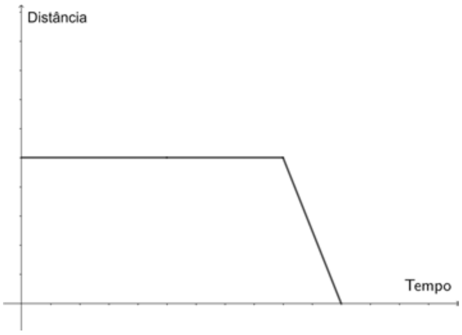


Gráfico A

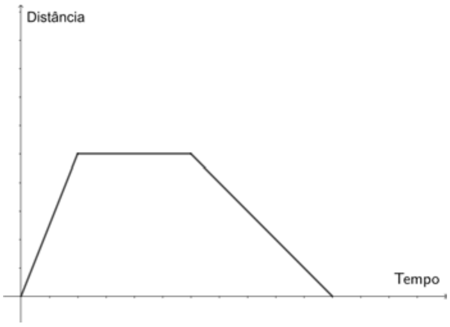


Gráfico B

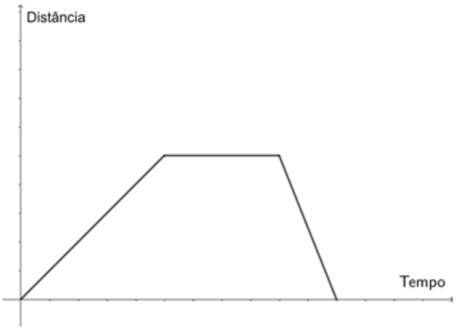


Gráfico C

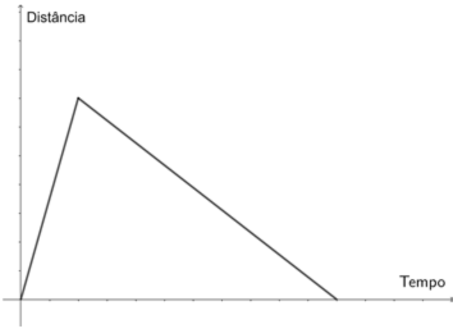


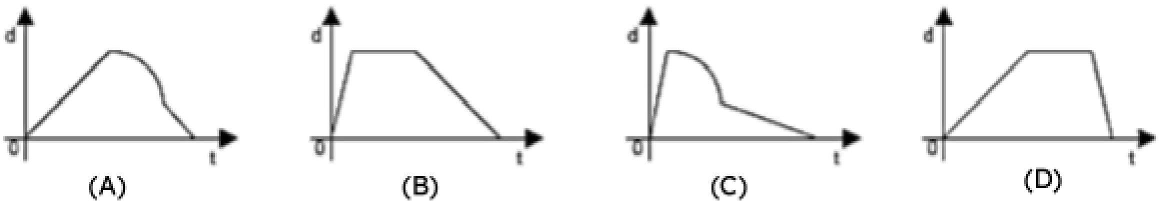
Gráfico D

Adaptado do teste intermédio de Matemática 8.ºano, 2011

5. Quando chegou a casa, o Luís foi passear o seu cão, o Nilo. Durante o passeio encontrou uma amiga e decidiram ir tomar um café, numa esplanada, de modo a colocar a conversa em dia. Para falar mais à vontade, prendeu a trela do Nilo num poste.

   O Nilo afastou-se do poste até a trela ficar esticada e de seguida, e sempre com a trela esticada, descreveu um arco de circunferência em torno do poste, por fim aproximou-se vagarosamente deste, quando o Luís o chamou.

   Qual dos seguintes gráficos pode representar a distância da coleira do Nilo ao poste? Justifica porque é que os gráficos restantes não se adequam.



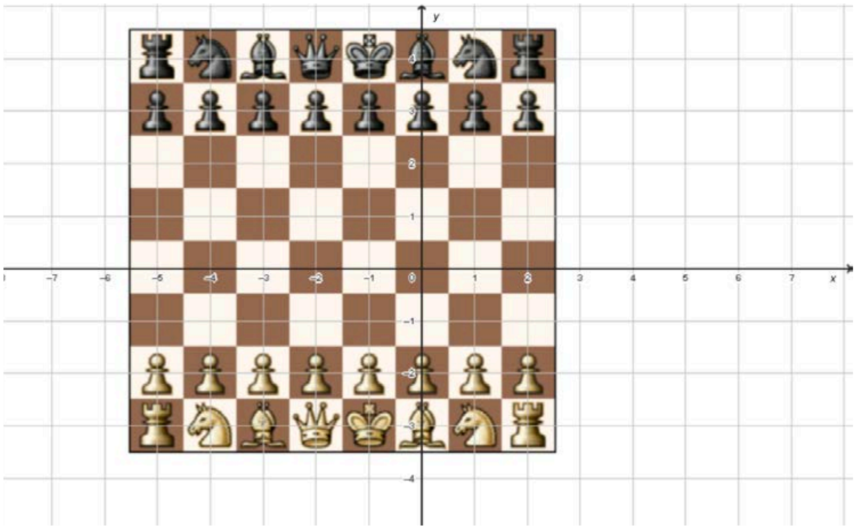
Adaptado do teste intermédio 9.º ano, 2008

Tarefa 1 - Complementar

Xeque Mate

Para perceberes / relembrares a forma como se movimentam as peças e as regras básicas do jogo de xadrez recorre à visualização do seguinte vídeo “Xeque Mate”.

1. Na figura seguinte está representado o tabuleiro de xadrez no qual foi fixado um referencial cartesiano.
   A localização de cada peça do jogo é identificada pelas coordenadas do referencial relativas ao centro de cada casa do tabuleiro de xadrez. Por exemplo, a rainha branca  é localizada pelas coordenadas $(-2, -3)$.



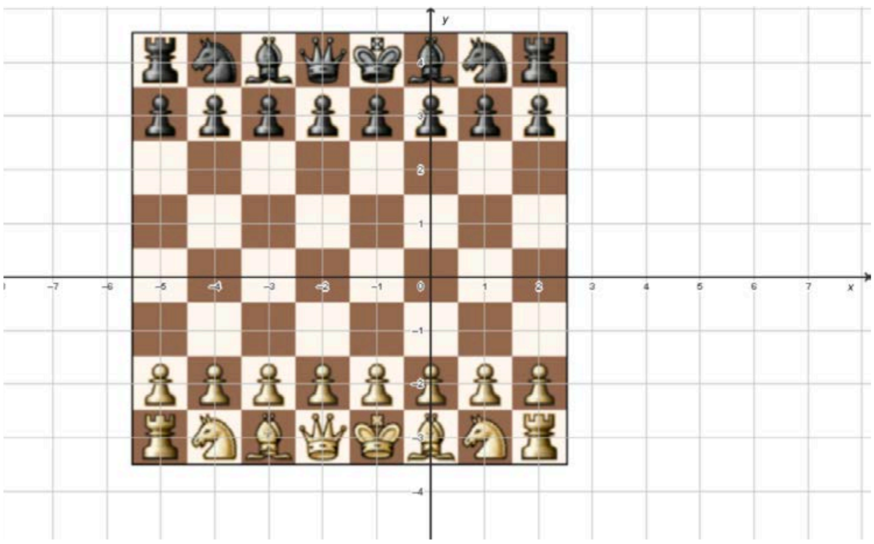
   1.1. Qual é a peça do jogo de xadrez que se encontra no ponto de coordenadas $(-1, -3)$?

   1.2. Quais são as coordenadas do ponto que permite localizar a rainha preta ?

1.3. Qual é a ordenada dos pontos que permitem localizar peões brancos?

1.4. Qual é a abcissa dos pontos que permitem localizar os Reis?

1.5. Quais são as coordenadas dos pontos que permitem localizar as quatro torres,  ,que se encontram neste tabuleiro?



Tarefa 2

24 de Dezembro

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
A tarefa tem por objetivo fazer o estudo de generalidades acerca de funções: domínio, contradomínio, interseção com os eixos coordenados, máximos e mínimos, variação de sinal e monotonia e respectivas tabelas, a partir da análise de representações gráficas de situações do dia-a-dia.

Conhecimentos prévios dos alunos: Interpretação de representações gráficas.

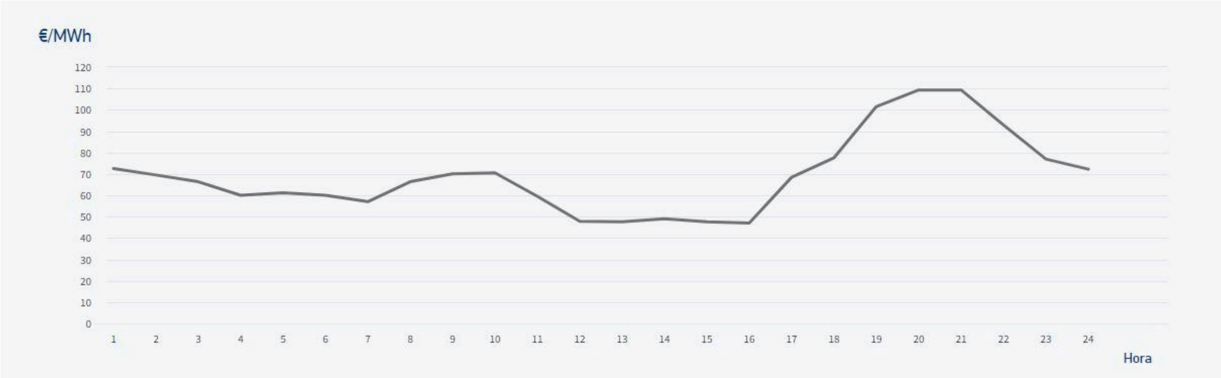
Materiais e recursos: Computador ou telemóvel com internet.

Notas e sugestões:
O professor deve organizar os alunos em pares. Durante a resolução da tarefa, o professor deverá promover um debate que conduza ao surgimento de tópicos já trabalhados ao longo do 3.º ciclo (domínio, contradomínio e interpretação de gráficos).
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

Tarefa 2

24 de Dezembro

1. A representação gráfica seguinte apresenta a **variação do preço da eletricidade**, em euros por megawatt hora, no mercado de eletricidade, no dia 24 de dezembro de 2023.



A partir dos valores do gráfico que podes visualizar AQUI, de 24 de dezembro de 2023, responde às seguintes questões:

1.1. A relação variação do preço da eletricidade, em euros por megawatt hora, representa uma função? Justifica

1.2. Neste gráfico foi registada a eletricidade num certo período de tempo. Representa esse tempo na forma de intervalo.

1.3. Escreve entre que valores variou o preço da eletricidade, no mercado da eletricidade no dia 24 de dezembro de 2023.

> **Recorda:**
> **Domínio:** conjunto dos objetos de uma função e representa-se por D.
> **Contradomínio:** conjunto das imagens de uma função e representa-se por D'.

1.4. Qual é o nome dado aos intervalos/conjuntos indicados em 1.2 e 1.3.?

1.5. Qual foi o preço máximo registado no intervalo de tempo $[7, 11]$?

1.6. Qual foi o preço mínimo registado no intervalo de tempo $[12, 17]$?

1.7. Justifica se ao longo do dia alguma vez o preço do megawatt foi nulo.

1.8. Existiu algum período, durante o dia 24 de dezembro, no qual o preço do megawatt foi constante? Justifica.

1.9. Qual foi o preço máximo atingido nesse dia? E a que horas?

1.10. Qual foi o preço mínimo atingido nesse dia? E a que horas?

2. Nesse mesmo dia (24 de dezembro de 2023) o Vasco estava em Bragança, na casa dos seus avós. E como sentiu muito frio decidiu investigar qual era a temperatura do ar registada ao longo do dia.
O gráfico seguinte apresenta a temperatura do ar, em graus celsius, e o ponto de condensação (ponto de orvalho), em graus, durante o dia de 24 de dezembro de 2023 registada na estação meteorológica de Bragança. Para melhor visualização podes observar o gráfico [AQUI].

De acordo com os dados do gráfico, responde às seguintes questões:

2.1. Justifica se o gráfico que corresponde à temperatura do ar representa uma função.

2.2. Escreve um período do dia em que a temperatura aumentou.

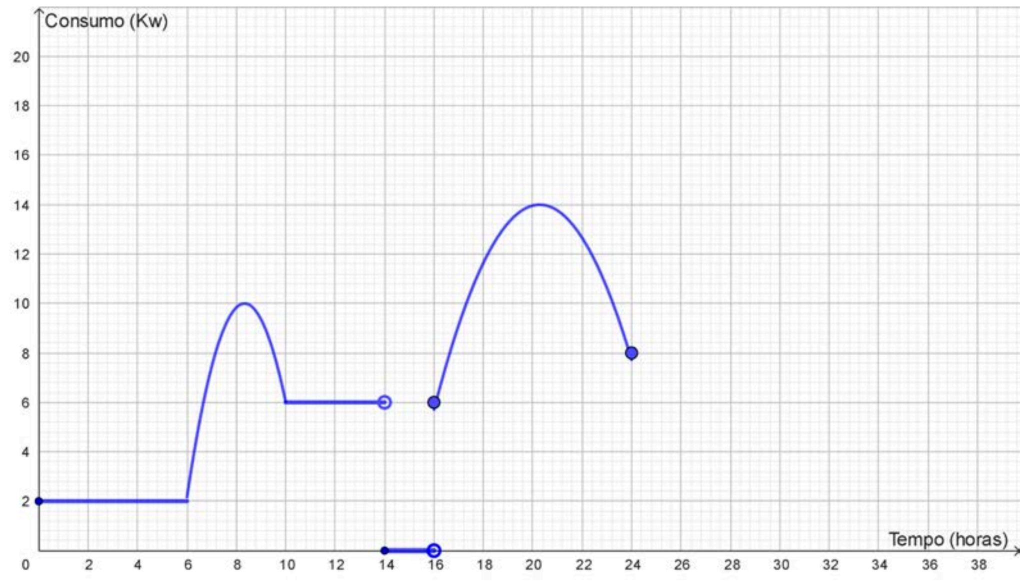
2.3. Escreve um período do dia em que a temperatura diminuiu.

2.4. Entre que valores, aproximados, varia a temperatura? Qual é o nome dado a este conjunto de valores?

2.5. Qual foi o período do dia em que a temperatura apresentou valores negativos? (usa valores aproximados às décimas).

2.6. No dia 24 de dezembro a temperatura do ar registou valores nulos. Em quantos momentos ocorreu esta situação?

3. O gráfico seguinte mostra a potência do consumo, em kilowatts (Kw), utilizada ao longo do dia 24 de dezembro, na casa dos avós do Vasco.



De acordo com os dados do gráfico, responde às seguintes questões:

3.1. Justifica se o gráfico representa uma função.

3.2. Indica uma hora, aproximada, em que a potência do consumo tenha sido de 12Kw.

3.3. Qual foi o valor da potência do consumo às 0h do dia 24 de dezembro?

3.4. Qual foi o valor da potência do consumo às 24h?

3.5. Quais foram os períodos do dia em que a potência do consumo de eletricidade foi constante?

3.6. Qual foi o valor máximo de potência de consumo? E a que horas ocorreu?

3.7. Qual foi o valor mínimo de potência de consumo? E a que horas ocorreu?

3.8. Qual foi o período do dia em que a potência do consumo de eletricidade foi de 0 Kw?

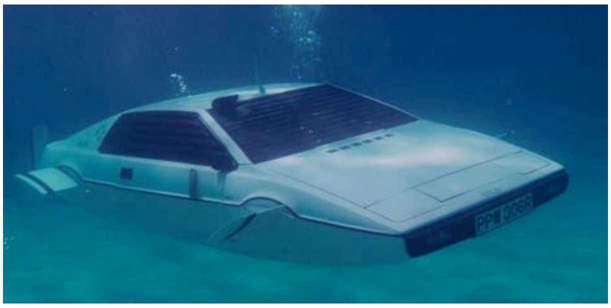
3.9. Escreve um período do dia em que a potência do consumo de eletricidade tenha sido:

3.9.1. crescente;

3.9.2. decrescente.

3.10. Qual é o domínio e o contradomínio da função.

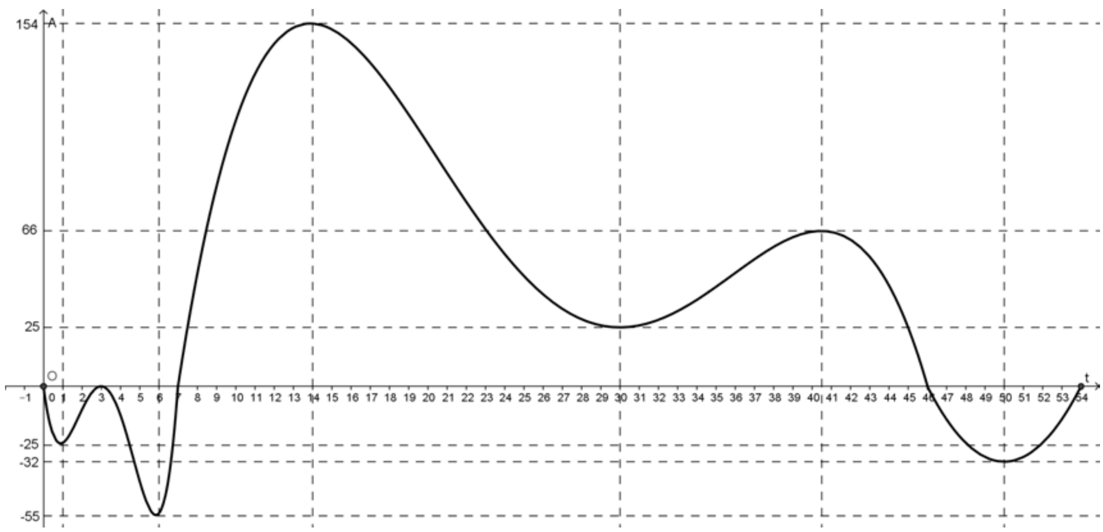
3.11. Explica por palavras tuas, possíveis motivos/causas que justifiquem a variação da potência do consumo de eletricidade, em kilowatts (Kw), na casa dos avós do Vasco, ao longo do dia 24 de dezembro.



4. Em 1977 no filme do James Bond, "*The spy who loved me*", foi apresentado um carro anfíbio - *Lotus Esprit S1,* adaptado - que, ao entrar na água, se transformava num submarino.
O Vasco e os seus amigos, estudantes de engenharia mecânica resolveram recriar este carro icónico. Para o experimentar aproveitaram para dar um passeio na Barragem do Alqueva, após o Natal, para testar as características anfíbias do carro.
A representação gráfica seguinte refere-se ao teste efetuado que contempla três fases:

- 1.ª fase - percurso aquático
- 2.ª fase - percurso terrestre
- 3.ª fase - percurso aquático

O percurso começa na margem. Durante o 1.º percurso aquático (1.ª fase), o carro sobe para evitar um obstáculo.
A 2.ª fase serviu para verificar se a qualidade de desempenho terrestre do carro não se alterou. No regresso (3.ª fase) voltaram a fazer uma pequena viagem subaquática.
A representação gráfica seguinte relaciona a altitude/profundidade, A, em metros, do carro anfíbio durante o teste, em função do tempo t, em minutos.



4.1. Determina, após o início do teste, ao fim de quanto tempo o carro anfíbio tem de subir para evitar o obstáculo.

4.2. Determina o tempo que durou a 1.ª fase.

4.3. Qual foi a profundidade máxima atingida pelo automóvel?

4.4. Determina o tempo que dura o percurso terrestre (2.ª fase).

4.5. Determina o tempo que durou o teste.

4.6. Escreve o domínio e o contradomínio da função, e interpreta-os no contexto da situação descrita.

4.7. Elabora uma tabela de variação de sinal da função, e interpreta-a no contexto da situação descrita.

4.8. Elabora uma tabela de monotonia da função, e interpreta-a no contexto da situação descrita.

Tarefa 3

Sobre Rodas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa tem como objetivo fazer o estudo da função afim.

Conhecimentos prévios dos alunos: Generalidades acerca de funções, função afim e resolução de equações do 1.º grau.

Materiais e recursos: Geogebra e calculadora.

Notas e sugestões:

O professor ao distribuir a tarefa organiza os alunos a pares ou em grupos. Durante a realização da tarefa o professor deve acompanhar o trabalho desenvolvido. Como forma de contextualizar o item 3 sugere-se que os alunos acedam ao link https://www.geogebra.org/m/vusas6yk e visualizem a representação gráfica da função dada. O professor deve incentivar que os alunos participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades na realização da tarefa relativamente à interpretação do enunciado das questões e na explicação de alguns raciocínios.

No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

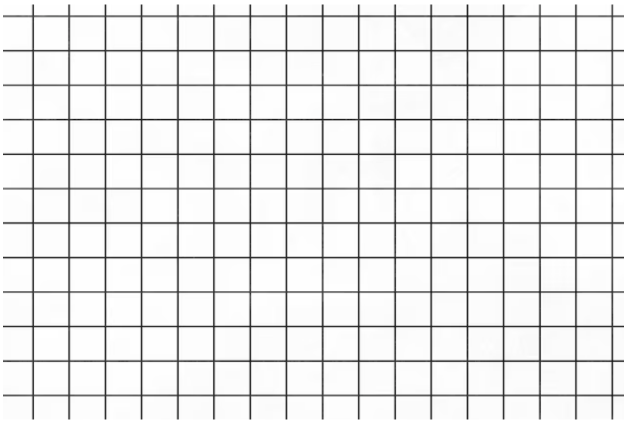
Tarefa 3

Sobre Rodas

1. O Gabriel tem uma trotinete elétrica que utiliza para se deslocar para o seu trabalho. Num certo dia, sem trânsito e tendo circulado sempre à mesma velocidade registou os dados constantes na tabela seguinte, que relacionam o tempo e a distância percorrida:

tempo (*minutos*)	10	15	20	25
distância (*metros*)	2200	3300	4400	5500

1.1. Representa através de um gráfico os dados da tabela anterior.



1.2. Justifica se a afirmação seguinte é verdadeira ou falsa:

"*A relação entre a distância percorrida e o tempo é uma função.*"

1.3. Quantos metros percorreu o Gabriel, ao fim do primeiro minuto?

1.4. Considera f a função que relaciona o tempo, x, em minutos, com a distância percorrida, em metros. Escreve a expressão algébrica que define a função f.

1.5. O Jorge, amigo do Gabriel, demora 15 minutos para percorrer 3000m, e mantém esta mesma velocidade constante sempre que anda de bicicleta.

1.5.1. O Jorge para ir para o seu emprego percorre 5 500 m. Quanto tempo demora a fazer a viagem?

1.5.2. O Jorge, depois do emprego vai praticar *padel*. Do local do seu emprego até ao campo de *padel* demora 10 minutos. Qual é a distância, aproximada, percorrida pelo Jorge?

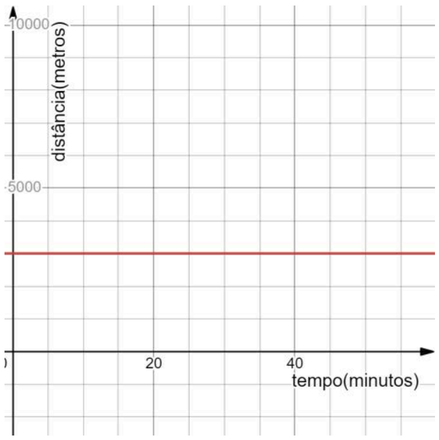
1.5.3. Completa a tabela seguinte, com base na informação das questões anteriores:

tempo (minutos)	1	10	15		40		...	x
distância (*metros*)			3 000	5 500		32 000	...	

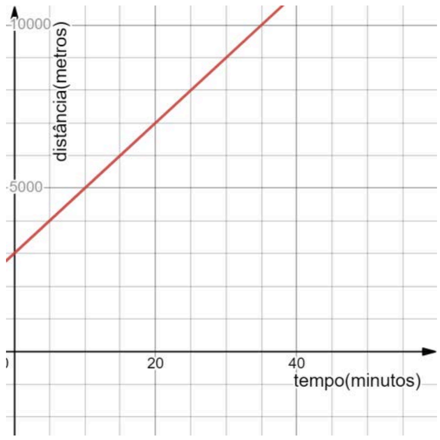
1.5.4. Dos gráficos seguintes, apenas um representa a relação entre a distância, d, em quilómetros, percorrida pelo Jorge com a bicicleta, e o tempo, t, em minutos.

Identifica-o explicando por que razão não escolheste os três restantes.

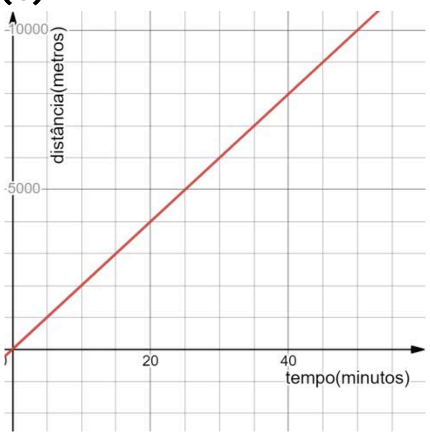
(A)



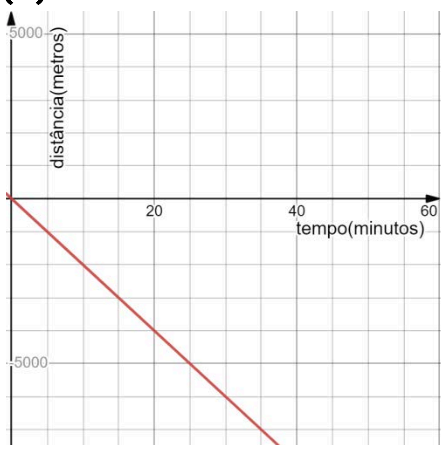
(B)



(C)



(D)



2. A trotinete elétrica elétrica do Gabriel avariou e teve que recorrer a uma empresa de aluguer de trotinetes. Após pesquisa encontrou duas empresas que praticam os tarifários seguintes:

EletricRoads	***EasyMobility***
• 10 cêntimos por minuto • Taxa de desbloqueamento de 1 euro	• 12 cêntimos por minuto • Taxa desbloqueamento gratuita

2.1. Qual é a empresa que o Gabriel deverá escolher de forma a gastar menos dinheiro, sabendo que vai utilizar a trotinete durante 30 minutos?

2.2. E se a usar durante 1 hora?

2.3. Completa a tabela seguinte:

t **(min)**	**1**	**2**	**10**	**45**	**90**	**120**
Preço a pagar na *EletricRoads* **(euros)**						
Preço a pagar na *EletricRoads* **(euros)**						

2.4. Atendendo aos valores da tabela anterior, escreve as expressões analíticas das funções r e m, que relacionam o preço a pagar em euros, pelo aluguer da trotinete, com o tempo (t) em minutos, na empresa *EletricRoads* e na empresa *EasyMobility*, respetivamente.

2.5. Escreve, por palavras tuas, as diferenças que observas entre as representações gráficas das funções $r(t)$ e $m(t)$.

2.6. Recorre a uma folha de cálculo do Geogebra (ou outra tecnologia) para fazeres o estudo relativo ao pagamento pelo aluguer de uma trotinete durante um período de 2 horas.

Sugestão: apresenta os valores do teu estudo de 10 em 10 minutos.

2.7. De acordo com os valores do estudo feito em 2.6. e tendo também em consideração a duração do aluguer, em qual das empresas é mais vantajoso o aluguer de uma trotineta?

3. O Luís necessitou de se deslocar para mais longe e para isso decidiu apanhar um táxi.

O preço a pagar é:

- Tarifa inicial de 3 euros (valor fixo)
- 1,2 euros por cada quilómetro percorrido.

3.1. Qual será o valor total a pagar pelo Luís, se a distância percorrida for de 15km?

(A) 18,6 € **(B)** 21 € **(C)** 46,2 € **(D)** 54€

3.2. Completa a seguinte tabela:

x (km)	1			15	...	x
$T(x)$ (euros)		9	15		...	

3.3. A relação entre o valor da tarifa a pagar, T, em euros, em função da distância percorrida, x, em km, é uma função? Justifica.

3.4. Acede ao link https://www.geogebra.org/m/vusas6yk e visualiza a representação gráfica da função T. Verifica se as tuas respostas aos itens 3.1. e 3.2. estão corretas.

3.5. Com base na animação, e relativamente à função T, indica:

3.5.1. seu declive;

3.5.2. a ordenada na origem;

3.5.3. o valor de $T(4,5)$;

3.5.4. o valor de x, sabendo que $T(x) = 12,6$;

3.5.5. o valor de $T(3) + T(5) + 2T(10)$;

3.5.6. a expressão que exprime o valor da tarifa a pagar T, em euros, em função da distância percorrida, x, em km.

Recorda: Numa função afim, do tipo $y = mx + b$,
- m representa o valor do declive (relacionado com a variação do ângulo que a reta faz com o eixo das abscissas)
- b representa da ordenada na origem (valor da ordenada quando x é igual a zero)

3.6. Resolve analiticamente as alíneas 3.5.3. e 3.5.4. e verifica se os resultados obtidos estão de acordo com os valores observados anteriormente a partir do gráfico.

Tarefa 4

La Masía Freixa

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos, recorrendo à aplicação desmos, encontrem a expressão que melhor se adequa ao exemplo dado, manipulando os valores dos parâmetros a, b e c da expressão da função quadrática do tipo $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Nesta tarefa é introduzida a fórmula resolvente para a resolução de equações do 2.º grau completas.

Conhecimentos prévios dos alunos: Generalidades acerca de funções.

Materiais e recursos: Vídeos, Aplicação Desmos (telemóvel/computador), calculadora gráfica.

Notas e sugestões:

Antes da tarefa ser distribuída aos alunos, o professor deve relembrar alguns conceitos relacionados com a noção de função quadrática, recorrendo, por exemplo, ao vídeo Função Quadrática.

Distribui-se de seguida a tarefa, organizando os alunos a pares ou em grupos.

Durante a resolução da tarefa, os alunos devem aceder às várias *apliquetas* sugeridas, enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.

No item 4 sugere-se que o professor crie um mural digital (ex. padlet) onde os alunos coloquem o material recolhido e as suas conclusões. Todos os alunos devem analisar e comentar o trabalho disponibilizado pelos colegas. Este item poderá ser realizado como trabalho autónomo, fora da sala de aula.

De notar que os alunos podem realizar a tarefa recorrendo à aplicação *Desmos* ou a uma calculadora gráfica, sendo a orientação do professor fundamental, casa seja este o primeiro contacto com estas ferramentas tecnológicas. O professor deve solicitar que os alunos participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades relativamente à interpretação do enunciado das questões, bem como na resolução da equação do 2.º grau aplicando a fórmula resolvente. Se tal acontecer, sugere-se que o professor resolva alguns exemplos de equações completas do 2.º grau.

No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

Tarefa 4

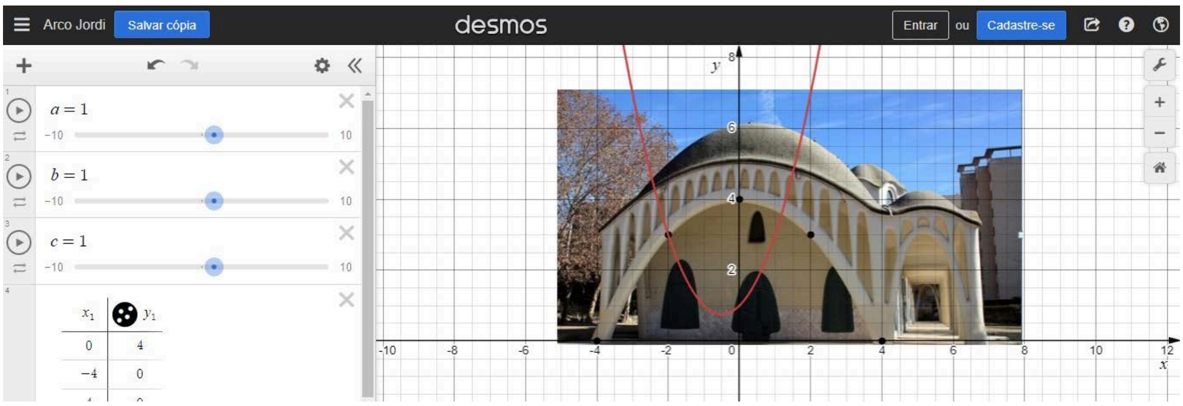
La Masía Freixa

Antes de começares a resolver a tarefa, começa por rever a noção de Função quadrática.

1. A imagem seguinte representa ***La Masía Freixa***, um edifício do arquiteto Lluís Muncunill de inspiração gaudiana (do arquiteto catalão Antoni Gaudí 1852-1926), no meio do Parque de Sant Jordi, em Terrasa, na província de Barcelona.

A imagem foi posicionada num referencial como podes consultar numa aplicação do programa Desmos: Parque Sant Jordi.

1.1. Usando esta aplicação encontra a expressão analítica da função que melhor se ajusta, à forma do arco da entrada, sobrepondo-se aos pontos representados. Para isso, movimenta os seletores que correspondem aos parâmetros a, b e c.



Recorda:
Como já estudaste no 9.º ano, a figura com a forma de uma parábola é a representação gráfica de uma função designada por função quadrática.

A expressão algébrica de uma função quadrática é da forma
$f(x) = ax^2 + bx + c$.

[Estudo da Função Quadrática]

1.2. A parábola representada tem um eixo de simetria. Quais são as coordenadas do ponto de interseção dessa reta com a parábola e qual é o seu significado?

1.3. Qual é o domínio e o contradomínio da função descrita por este modelo e no contexto do problema qual é o significado destes intervalos?

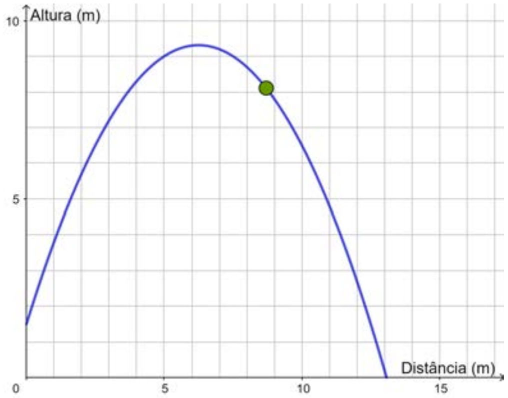
1.4. Qual é a distância entre os "pés" do arco, ou seja, os pontos onde a parábola corta o eixo Ox ?

2. **Jogada de Ténis - *Lob***

A bola do tenista Carlos Alcaraz[1], numa jogada de Lob[2] realizada no *USOpen 2023* definiu uma trajetória modelado pela função de expressão algébrica,

$f(x) = -0,2x^2 + 2,5x + 1,5$, e cuja representação gráfica se apresenta na figura ao lado, desprezando a resistência do ar.

Admita que $f(x)$ é a distância, em metros, da bola ao solo, no momento em que a sua projeção no solo se encontra a x metros do local onde foi batida.



2.1. Recorrendo à calculadora gráfica, faz um esboço da representação gráfica desta função e verifica se se assemelha com o gráfico apresentado.

2.2. Determina a que altura a bola está do solo , no momento em que foi batida pelo tenista Carlos Alcaraz.

[1] Carlos Alcaraz Garfia é um tenista espanhol, nascido em 5 de maio de 2003, em El Palmar..
Fonte: Wikipédia
[2] Jogada de defesa.

2.3. Qual foi a altura máxima atingida pela bola na sua trajetória? Qual é o valor de x correspondente?

2.4. Determina o valor de $f(8)$ e interpreta o resultado no contexto da situação apresentada.

2.5. Determina para que valor de x é que a bola toca no chão. Apresenta o resultado em metros, com aproximação às milésimas.

2.6. No contexto da situação, indica o domínio e o contradomínio da função e interpreta o respetivo significado no contexto da situação descrita.

2.7. Determina, graficamente, o intervalo do domínio em que a bola esteve a uma altura do solo não inferior a 7 metros. Apresenta os extremos do intervalo em metros, arredondados às centésimas.

2.8. Resolve graficamente a equação $f(x) = 5$ e interpreta as soluções no contexto da situação. Apresenta o resultado em metros, com aproximação às milésimas.

Para resolver analiticamente equações do 2.º grau completas , podes utilizar a fórmula resolvente (Fórmula de *Bhaskara*).

Fórmula Resolvente

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Podes percorrer as seguintes etapas:

I. Escrever todos os termos no primeiro membro da equação e simplificá-la.
II. Escrever os coeficientes de cada termo da equação: a, b e c .
III. Substituir os coeficientes da fórmula obtidos em I.
IV. Efetuar os cálculos.

2.9. Resolve, analiticamente, a equação $f(x) = 5 \Leftrightarrow -0,2x^2 + 2,5x + 1,5 = 5$, utilizando a fórmula resolvente. Verifica se obtiveste as mesmas soluções da questão 2.8. .

3. Considera a expressão algébrica da função g:

$$g(x) = 0,2x^2 - 4x + 10$$

3.1. Recorrendo à calculadora gráfica, faz o esboço da representação gráfica da função g.

3.2. Determina analiticamente $g(0)$.

3.3. Determina $g(5)$ e verifica se o seu valor é maior ou menor que $g(0)$.

3.4. Qual é o valor mínimo que a função assume?

3.5. Qual é o domínio e o contradomínio da função?

3.6. Quais os valores de x, que verificam a condição $g(x) > 35$? Resolve graficamente a inequação e apresenta a solução na forma de intervalo, com os valores dos extremos do intervalo arredondados às centésimas.

4. Há várias situações do dia-a-dia em que modelos de parábolas se adequam. Por isso, desafia-te a “olhares bem à tua volta” e procurares situações em que isso se verifique. Deves apresentar pelo menos duas fotos em que a parábola (ou parte da parábola) se ajuste e identificares a situação real em que está inserida. Acede ao mural digital da turma, e:
   - disponibiliza o teu trabalho;
   - analisa e comenta o trabalho dos teus colegas.

Tarefa 5

Caixas para a festa

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos façam o estudo da função cúbica e suas aplicações.

Conhecimentos prévios dos alunos: Volume de prismas e generalidades acerca de funções.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica, geogebra e telemóvel/computador.

Notas e sugestões:

No início da tarefa deverá recorrer-se à apliqueta do geogebra para facilitar a visualização da construção da caixa.

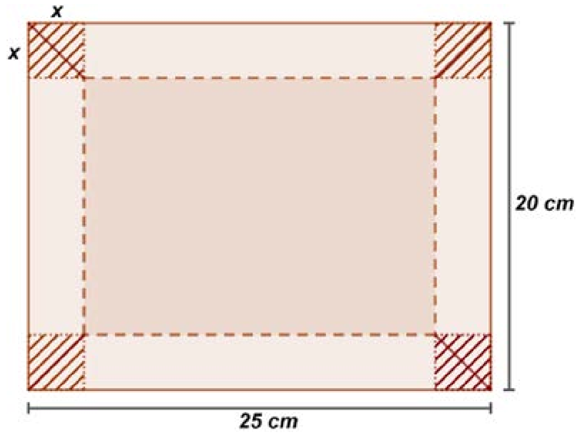
Os alunos deverão ser organizados em pequenos grupos para resolverem a tarefa de forma autónoma.

Poderão surgir dificuldades na interpretação do enunciado, na explicação de raciocínios e na sistematização das principais ideias.

Tarefa 5

Caixas para a festa

Os alunos do 10.º ano da Escola Básica e Secundária de S. Roque, do Pico, resolveram organizar uma festa para angariar dinheiro/fundos para as visitas de estudo. Para colocar alimentos nas mesas vão fazer caixas, sem tampa, utilizando cartolinas $20cm \times 25\ cm$, como mostra a imagem ao lado, oferecidas por uma empresa gráfica. Explora a apliqueta do geogebra para visualizares a construção da caixa.



1. Determina o volume de uma caixa quando $x = 3$ cm.

2. Escreve uma expressão algébrica que permita calcular o volume da caixa, em função do valor de x.

3. Recorrendo à calculadora gráfica, faz o esboço da representação gráfica da função obtida no item anterior. Utiliza a seguinte janela de visualização:

   Xmin : -5
   Xmax: 20
   Ymin : -500
   Ymax: 825

4. O Paulo, após visualizar o gráfico concluiu que, no contexto do problema, o domínio da função é $]0, 10[$. Explica o raciocínio do Paulo.

5. Determina, graficamente, o valor de x para o qual o volume da caixa é máximo. Apresenta o valor arredondado às décimas. Regista, no teu caderno, a representação gráfica obtida na calculadora, bem como as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) para a resolução do problema.

6. Determina as dimensões da caixa de volume máximo e qual é o valor desse volume.

7. Determina, graficamente, o(s) valor(es) de x de modo que o volume da caixa seja igual a 672 cm3. Caso seja necessário, apresenta o(s) valor(es) arredondado(s) às décimas.

   Na resposta:

   - apresenta uma equação que permita resolver o problema;
   - representa, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinala o(s) ponto(s) relevante(s), que permitem resolver a equação.

Tarefa 6

A Montanha Russa

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Esta tarefa tem por objetivo interpretar e prever as alterações produzidas no gráfico de uma qualquer função f para a obtenção dos gráficos das famílias de funções $f(x) + a$, $f(x + b)$ e $- f(x)$, com a e b números reais.

Conhecimentos prévios dos alunos: Generalidades sobre funções.

Materiais e recursos: Vídeo, aplicação *Desmos* (telemóvel / computador) e calculadora gráfica.

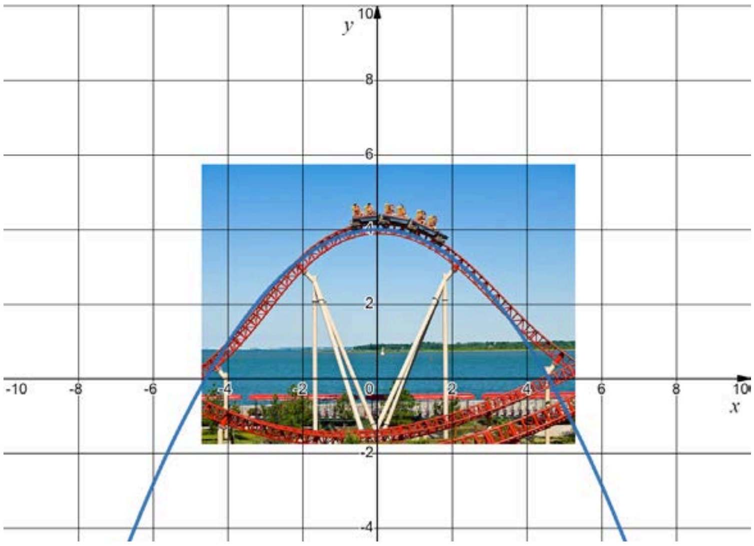
Notas para professor:
No início da aula, o professor deve apresentar o vídeo sugerido de forma a motivar os alunos para a tarefa .
Os alunos devem resolver a tarefa, a pares ou em grupo, enquanto o professor acompanha os trabalhos, recorrendo a uma calculadora gráfica ou ao link disponibilizado para a aplicação *Desmos*.
Sugere-se que o professor solicite a participação dos alunos, apelando à discussão e sistematização das principais ideias.
Poderão surgir dificuldades relativamente à explicação das transformações geométricas que ocorrem na construção dos gráficos de $f(x) + a$, $f(x + b)$ e $- f(x)$, com a e b números reais.
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

Tarefa 6

A Montanha Russa

1. A Montanha Russa

   A imagem seguinte apresenta apenas uma pequena parte da estrutura da montanha russa, *Mako*, situada em Orlando, Estados Unidos da América. A imagem da montanha Russa foi posicionada num referencial cartesiano e ajustada a uma função quadrática, $f(x)$, que podes consultar aqui.



Recorrendo a uma calculadora gráfica ou ao link disponibilizado, responde às seguintes questões:

1.1. Analisa os gráficos das funções: $f(x)$, $f(x) + 2$ e $f(x) - 3$, obtidos na calculadora, e:

1.1.1. Completa a tabela seguinte:

	Sentido da concavidade	Domínio / Contradomínio	Coordenadas dos pontos de Interseção com o eixo do 0x	Vértice	Intervalo onde a função Cresce/Decresce	O valor Mínimo/ Máximo da função
f(x)						
***f(x)* + 2**						
***f(x)* - 3**						

1.1.2. Tendo por referência o gráfico de $f(x)$ explica por palavras tuas, as transformações geométricas que aconteceram no gráfico de $f(x)$ para obter as representações gráficas das funções $f(x) + 2$ e $f(x) - 3$.

1.2. Representa agora os gráficos das funções $f(x - 3)$ e $f(x + 2)$, recorrendo à calculadora gráfica, e:

1.2.1. Completa a tabela seguinte:

	Sentido da concavidade	Domínio / Contradomínio	Coordenadas dos pontos de Interseção com o eixo do 0x	Vértice	Intervalo onde a função Cresce/Decresce	O valor Mínimo/ Máximo da função
f(x)						
f(x-3)						
f(x+2)						

1.2.2. Tendo por referência o gráfico de $f(x)$ explica por palavras tuas, as transformações geométricas que aconteceram no gráfico de $f(x)$ para obter as representações gráficas das funções $f(x - 3)$ e $f(x + 2)$.

1.3. Visualiza na calculadora gráfica os gráficos de $f(x)$ e $- f(x)$, e:

1.3.1. Completa a tabela seguinte:

	Sentido da concavidade	Domínio / Contradomínio	Coordenadas dos pontos de Interseção com o eixo do 0x	Vértice	Intervalo onde a função Cresce/Decresce	O valor Mínimo/ Máximo da função
f(x)						
-f(x)						

1.3.2. Tendo por referência o gráfico de $f(x)$, explica por palavras tuas as transformações que aconteceram no gráfico de $f(x)$ para a construção do gráfico da função $- f(x)$.

2. Considera a função f definida por $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

2.1. Faz uma representação gráfica da função f, recorrendo a uma calculadora gráfica.

2.2. A partir do gráfico de f, escreve por palavras tuas, as transformações geométricas que aconteceram no gráfico de $f(x)$ para obter as representações gráficas das funções seguintes:

2.2.1. $- f(x)$;

2.2.2. $f(x - 2) + 4$;

2.2.3. $- f(x) + 1$;

2.2.4. $- f(x + 1) - 2$.

Tarefa 7

Graus *Fahrenheit* e graus *Celsius*

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Esta tarefa tem por objetivo introduzir o conceito de função inversa: conhecer e interpretar a relação entre o domínio e o contradomínio de funções inversas, bem como a simetria das suas representações gráficas, função e sua inversa, relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. Pretende-se que os alunos identifiquem funções invertíveis recorrendo ao teste da reta horizontal.

Conhecimentos prévios dos alunos: Equações literais, reflexão em relação a um eixo, generalidades sobre funções.

Materiais e recursos: Apliquetas (aplicação *Desmos*) e calculadora gráfica.

Notas e sugestões:
O professor deve organizar os alunos em pares ou grupos. Os alunos devem aceder às apliquetas sempre que é solicitado na tarefa, enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.
Sugere-se que o professor solicite a participação oral dos alunos, apelando à discussão e sistematização das principais ideias.
Poderão surgir dificuldades na resolução de equações literais. Se tal acontecer, sugere-se que o professor revisite este assunto de modo que os alunos ultrapassem esses constrangimentos.
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

Tarefa 7

Graus *Fahrenheit* e graus *Celsius*

1. **A Temperatura**

Em muitos países, para medir a temperatura, são utilizados, habitualmente, termómetros que apresentam os valores da temperatura em graus Celsius (C), mas noutros países, como por exemplo nos Estados Unidos da América, os valores da temperatura são apresentados em graus Fahrenheit (F).

As temperaturas medidas nas unidades anteriores estão relacionadas através da equação $5F - 9C = 160$.

1.1. Resolve a equação anterior em ordem a F.

1.2. Recorrendo à calculadora gráfica, representa a expressão anterior num referencial, tomando para o eixo Ox para representar os valores da temperatura em graus Celsius e para eixo Oy para representar os valores da temperatura em graus Fahrenheit.

1.3. Resolve a equação $5F - 9C = 160$ em ordem a C.

1.4. Recorrendo à calculadora gráfica, representa a expressão anterior num referencial, tomando para o eixo Ox para representar os valores da temperatura em graus Celsius e para eixo Oy para representar os valores da temperatura em graus Fahrenheit.

1.5. Completa as tabelas seguintes, que correspondem a cada uma das representações gráficas. Qual é a relação que existe entre as coordenadas dos pontos de ambas as tabelas?

C	F	(C, F)
10	50	$(10,\ 50)$
-32		$(-\ 32;\ldots\ldots)$
41		$(41;\ldots\ldots\ldots)$
	32	$(\ldots\ldots, 32)$

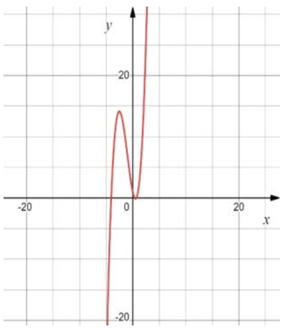
F	C	(F, C)
50	10	$(50,\ 10)$
-25,6		$(-\ 25,6;\ \ldots$
105,8		$(105,8;\ \ldots\ldots)$
32		$(32,\ \ldots\ldots)$

1.6. No mesmo referencial, estão representados os pontos anteriores e a reta de equação $y = x$ (Abre o link). Representa também as funções consideradas nas questões 1.2. e 1.4. Descreve a regularidade que consegues observar.

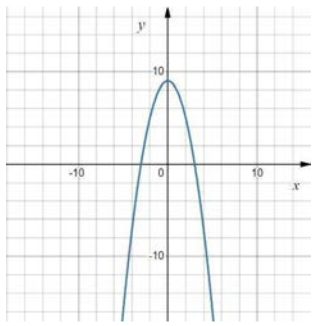
> As funções representadas anteriormente dizem-se **Funções Inversas**, ou seja, a função F é inversa da função C e vice-versa.
> Para uma função ter inversa, todos os objetos diferentes terão que ter imagens diferentes, ou seja, cada imagem só poderá ter um único objeto que lhe corresponde.
> O chamado ***"Teste da Reta Horizontal"*** é uma forma prática de se verificar se uma função tem ou não inversa. Este teste consiste em fazer deslizar uma reta horizontal perpendicularmente ao eixo Oy e verificar se esta reta, quando interseta o gráfico, o faz sempre em apenas um ponto. Caso isso aconteça, a função admite inversa.

2. Considera as seguintes representações gráficas de seis funções.
Aplicando o "Teste da Reta Horizontal", quais dos gráficos representam funções invertíveis?

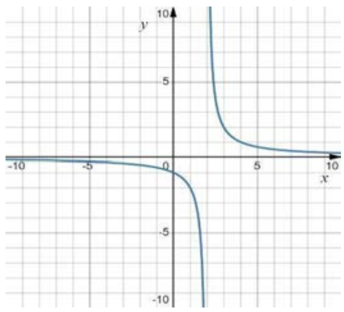
(A)



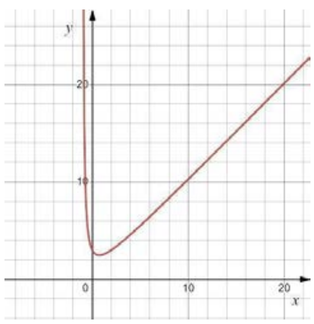
(B)



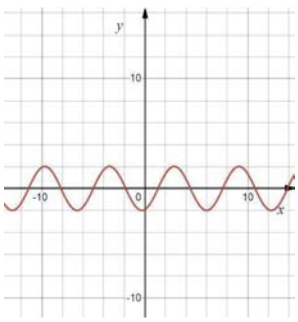
(C)



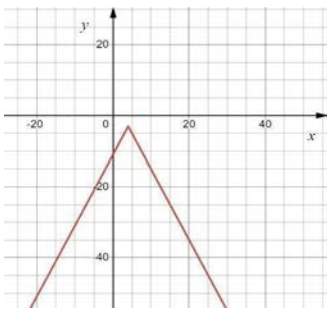
(D)



(E)



(F)



Tarefa 8

À descoberta dos números

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Esta tarefa tem por objetivo fazer o estudo de funções com radicais quadráticos e radicais cúbicos.

Conhecimentos prévios dos alunos: Generalidade de funções.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas e sugestões:
O professor deve organizar os alunos em pares ou grupos. Os alunos devem resolver a tarefa de forma autónoma, enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.
Poderão surgir dificuldades relativamente ao preenchimento da tabela 3. Se tal acontecer, sugere-se que o professor coloque questões sobre a generalidade de funções, ao grupo turma, de modo que estes ultrapassem esses constrangimentos.
O professor deve solicitar que os alunos participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sistematização das principais ideias.
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

Tarefa 8

Juros Compostos

1. A irmã do Vasco aprendeu uns números com uma característica muito engraçada e desafiou o irmão a descobrir essa característica.

   1.1. Ajuda o Vasco a descobrir as características, completando as tabelas seguintes:
   (caso seja necessário apresenta o resultado arredondado às centésimas)

Tabela 1:

x		1	4	9	16	25	50	100	120	144	…	x
y	0		2	3		5	7,07	10			…	

Tabela 2:

x	0	1	4	9				100	120	144	…	x
y	1	2	3	4	5	6	8,07	11			…	

Tabela 3:

x	-125		-8			1		8	64	125	…	x
y	-5	-3	-2	-0,5	0		0,5	2		5	…	

   1.2. Recorrendo a uma calculadora gráfica, faz um esboço da representação gráfica de cada expressão analítica obtida na última coluna das tabelas da questão anterior.

1.3. Aplicando o “Teste da reta horizontal” justifica porque é que as funções admitem inversa.

1.4. Num mesmo referencial, esboça o gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$ e da sua inversa.

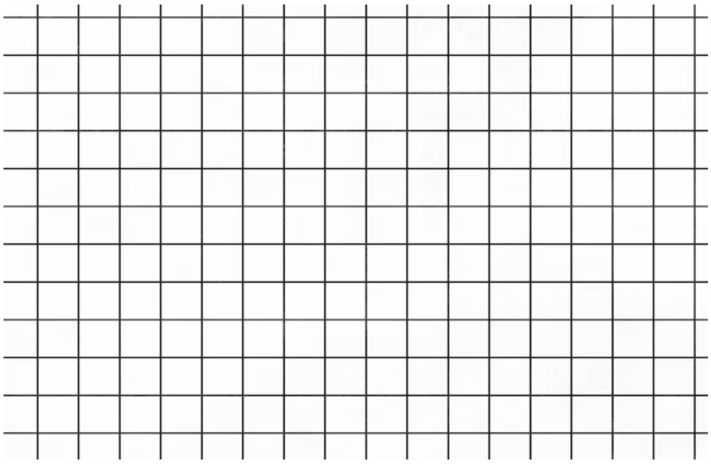
Sugestão: Percorre as seguintes etapas:

I. Esboça o gráfico da função $f(x)$;

II. Traça a bissetriz dos quadrantes ímpares;

III. Dobra a folha pela bissetriz traçada e faz o esboço da função inversa;

IV. Confirma usando a calculadora gráfica ou na calculadora Desmos colocar $x = f(y)$.



1.5. Num mesmo referencial, esboça o gráfico da função $g(x) = \sqrt{x} + 1$ e da sua inversa.

Sugestão: Percorre as seguintes etapas:

I. Esboça o gráfico da função $g(x)$;

II. Traça a bissetriz dos quadrantes ímpares;

III. Dobra a folha pela bissetriz traçada e faz o esboço da função inversa;

IV. Confirma usando a calculadora gráfica ou na calculadora Desmos colocar $x = g(y)$).

1.6. Num mesmo referencial, esboça o gráfico da função $h(x) = \sqrt[3]{x}$ e da sua inversa.

Sugestão: Percorre as seguintes etapas:

I. Esboça o gráfico da função $h(x)$;

II. Traça a bissetriz dos quadrantes ímpares;

III. Dobra a folha pela bissetriz traçada e faz o esboço da função inversa;

IV. Confirma usando a calculadora gráfica ou na calculadora Desmos colocar $x = h(y)$).

1.7. Completa a tabela seguinte, tendo por base as representações gráficas anteriores:

	Função Original		Função Inversa	
	Domínio	Contradomínio	Domínio	Contradomínio
Funções questão 1.4.				
Funções questão 1.5.				
Funções questão 1.6.				

1.8. Tendo em consideração a informação da tabela anterior (questão 1.7.), que conclusão(ões) podes tirar sobre o domínio e contradomínio das funções originais e das suas inversas?

Tarefa 9

Rosa Florista

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
A tarefa tem como objetivo o estudo das funções raiz quadrada e raiz cúbica, como funções inversas das funções quadrática e cúbica, respetivamente, com recurso a situações da vida real.
Também se pretende resolver graficamente equações e inequações envolvendo radicais quadráticos e cúbicos.

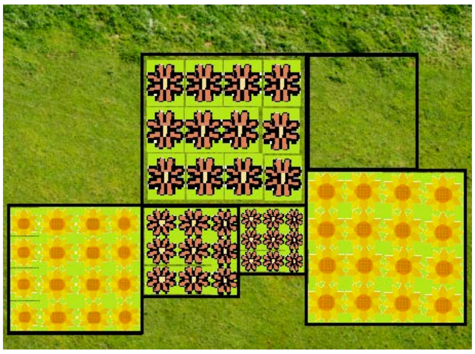
Conhecimentos prévios dos alunos: Perímetros, áreas, volumes, noção de raiz quadrada e raiz cúbica; noção/conceito de função.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas e sugestões:
O professor deve organizar os alunos em pequenos grupos para que estes iniciem a resolução da tarefa de forma autónoma, seguindo as instruções dadas.
Os alunos poderão manifestar algumas dificuldades no uso da calculadora gráfica uma vez que deverão relacionar o contexto problemático apresentado com os conceitos matemáticos presentes, nomeadamente na resolução de equações e inequações.

Tarefa 9

Rosa Florista



1. A Rosa Florista tem uma quinta onde cultiva flores. Organiza a sua cultura em canteiros cuja superfície tem a forma de quadrados, como os da imagem.

   1.1. A medida do lado do canteiro dos amores perfeitos é $6m$. Sabendo que um saco de sementes dá para semear $3m^2$, quantos sacos deve comprar para semear todo o canteiro?

   1.2. O canteiro dos narcisos tem uma área de $25m^2$. Se pretender vedar o canteiro, quantos metros de rede são precisos?

   1.3. Os canteiros quadrados têm áreas (A) que dependem do comprimento dos seus lados (l). Sabendo que $A = l^2$, ajuda a Rosa na determinação da medida do lado de um canteiro em função da sua área (l em função de A).

   1.4. A relação determinada na alínea anterior é uma função. Usa a tua calculadora gráfica para a representar graficamente. De seguida, determina, com arredondamento às décimas, $l(3)$ e interpreta o resultado obtido no contexto da situação descrita.

   1.5. Resolve, graficamente, a equação $l(A) = 7$ e interpreta o valor obtido no contexto da situação descrita.

   1.6. Para a construção do canteiro das túlipas, a Rosa tem de ter em consideração as seguintes condições:

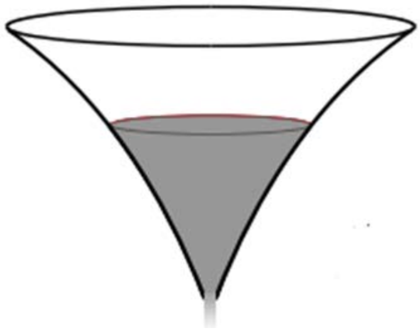
   - a medida do lado do canteiro não pode ser menor do que $2m$;
   - tem disponível apenas $40m$ de rede.

   Utilizando a função $l(A)$, faz uma representação gráfica deste problema e, recorrendo à calculadora gráfica, determina graficamente entre que valores poderá variar a área deste canteiro.

   Na tua resposta deves apresentar:

   - o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora;
   - as coordenadas dos pontos relevantes para a obtenção da resposta.

2. A Rosa Florista tomou conhecimento de uma empresa que fabrica reservatórios de água com formas semelhantes a flores, como mostra a imagem seguinte, e resolveu adquirir um para ser usado na sua quinta.



Considera que, inicialmente, o reservatório está cheio de água e que, num certo instante, se abre uma válvula e o reservatório começa a ser esvaziado.

Admite que a altura A, em metros, da água no reservatório, t horas após este ter começado a ser esvaziado e até estar completamente vazio, é dada, aproximadamente, por $A(t) =- 2\sqrt[3]{t - 14} - 1$.

Recorre à calculadora gráfica para responderes às seguintes questões:

2.1. Determina $A(0)$ e interpreta o valor obtido no contexto do problema. Apresenta o resultado com arredondamento às centésimas.

2.2. Determina quanto tempo levou o reservatório a ficar completamente vazio. Apresente o resultado em horas e minutos arredondado às unidades.

2.3. Ao fim de quanto tempo, após o instante em que o depósito começou a ser esvaziado, é que a altura da água foi inferior a 1m?

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1999, 1.ª fase, 1.ª chamada.