

# ESTATÍSTICA

Matemática B

10.º ano

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2023/2024



## Ficha técnica

### **Título:**

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Estatística (Matemática B - 10.º ano)

### **Autoria e adaptação:**

Professores das turmas piloto de Matemática B

### **Revisão:**

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

### **Imagem da capa:**

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/pt-br/foto/grupo-de-pessoas-assistindo-no-laptop-1595385/>

### **Data:**

Lisboa, julho de 2024



# Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação

de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva  
*Coordenador*

## TEMA - ESTATÍSTICA

Aulas (50 min)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
1,5	<a href="#">Tarefa 1</a> População ou amostra?	<b>Problema estatístico</b> Variabilidade  <b>População, amostra e variável</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a variabilidade como um conceito-chave de um problema estatístico.</li> <li>• Conhecer e interpretar situações do mundo que nos rodeia em que a variabilidade está presente.</li> <li>• Identificar num estudo estatístico, população, amostra e a(s) característica(s) a estudar, que se designa(m) por variável(variáveis).</li> </ul>	Trabalho a pares, com discussão final em turma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)</li> <li>• Coloca e analisa questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir (C)</li> </ul>
2	<a href="#">Tarefa 2</a> Consumo de água	<b>População, amostra e variável</b>  Fases de um procedimento estatístico	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer as fases de um procedimento estatístico:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Produção ou aquisição de dados;</li> <li>- Organização e representação de dados;</li> <li>- Interpretação tendo por base as representações obtidas.</li> </ul> </li> </ul>	Trabalho a pares, com discussão final em turma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia e valida a informação recolhida (B)</li> <li>• Analisa criticamente as conclusões (C)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Preocupa-se com a construção de um futuro sustentável (G)</li> <li>• Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>

4	<p><a href="#">Tarefa 3</a> Portugueses e as Redes Sociais 2023</p>	<p><b>Dados univariados</b></p> <p>Dados quantitativos discretos ou contínuos</p> <p>Organização de dados</p> <p>Histograma</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar dados quantitativos discretos ou contínuos.</li> <li>• Organizar e representar a informação contida em dados quantitativos discretos e contínuos em tabelas de frequências absolutas, absolutas acumuladas, relativas e relativas acumuladas e interpretá-las.</li> <li>• Selecionar representações gráficas adequadas para cada tipo de dados identificando vantagens/inconvenientes, relembrando a construção de gráficos de barras e diagramas de caule-e-folhas.</li> <li>• Reconhecer que o histograma é um diagrama de áreas, e que para a sua construção é necessária uma organização prévia dos dados em classes na forma de intervalos.</li> <li>• Construir histogramas, considerando classes com a mesma amplitude.</li> </ul>	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> </ul>
2	<p><a href="#">Tarefa 4</a> Classificações do teste de Filosofia</p>	<p><b>Dados univariados</b></p> <p>Medidas de localização</p> <p>Propriedades das medidas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar as medidas de localização: média, mediana, moda e quartis;</li> <li>• Relembrar a construção de diagramas de extremos-e-quartis</li> <li>• Interpretar e mostrar analiticamente as alterações provocadas na média por transformação de dados pela multiplicação de cada um por uma constante “<math>a</math>” e pela adição de uma constante “<math>b</math>”.</li> </ul>	Trabalho a pares, com discussão final em turma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Avaliação para a aprendizagem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Coloca e analisa questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir (C)</li> <li>• Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>

2	<p><a href="#">Tarefa 5</a> Remunerações na empresa <i>RealLife</i></p>	<p><b>Dados univariados</b></p> <p>Medidas de localização</p> <p>Propriedades das medidas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar as medidas de localização: média, mediana, moda e quartis;</li> <li>• Interpretar e mostrar analiticamente as alterações provocadas na média por transformação de dados pela multiplicação de cada um por uma constante “<i>a</i>” e pela adição de uma constante “<i>b</i>”. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreender os conceitos e as seguintes propriedades das medidas:</li> <li>- Pouca resistência da média;</li> <li>- Amplitude interquartil igual a zero, não implicar a não existência de variabilidade.</li> </ul> </li> <li>• Reconhecer que existem situações em que é preferível utilizar como medida de localização do centro de distribuição dos dados, a mediana em vez da média</li> </ul>	Trabalho de grupo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Coloca e analisa questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir (C)</li> <li>• Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspectivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>
3	<p><a href="#">Tarefa 6</a> Boletim Individual de Saúde</p>	<p><b>Dados univariados</b></p> <p>Medidas de localização</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar os percentis (quartis como caso especial) na caracterização da distribuição dos dados, relacionando-as com as representações gráficas obtidas.</li> </ul>	Trabalho a pares, com discussão final em turma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Recurso sistemático à Tecnologia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspectivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>
4	<p><a href="#">Tarefa 7</a> <i>O Personal Trainer</i></p>	<p><b>Dados univariados</b></p> <p>Medidas de dispersão</p> <p>Propriedades das medidas</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar as medidas de dispersão, amplitude, amplitude interquartil e desvio padrão amostral, <i>s</i>, (variância amostral, <i>s</i><sup>2</sup>) na caracterização da distribuição dos dados, relacionando-as com as representações gráficas obtidas.</li> <li>• Variabilidade dos dados</li> </ul>	Trabalho a pares, com discussão final em turma	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Recurso sistemático à Tecnologia</li> <li>• Avaliação para a aprendizagem</li> <li>• Organização do trabalho dos alunos</li> <li>• Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisa criticamente as conclusões a que chega (C)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspectivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>



6	<p><a href="#">Tarefa 8</a> Jogadores de futebol</p>	<p><b>Dados bivariados</b></p> <p>Dados quantitativos, diagrama de dispersão, coeficiente de correlação linear e reta de regressão (variável independente ou explanatória, variável dependente ou resposta)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Reconhecer que, para estudar a associação entre duas variáveis quantitativas de uma população, se observam essas variáveis sobre cada unidade estatística, obtendo-se uma amostra de pares de dados.</li> <li>● Reconhecer a importância da representação dos dados no diagrama de dispersão, nuvem de pontos, para interpretar a forma, direção e força da associação (linear) entre as duas variáveis.</li> <li>● Identificar o coeficiente de correlação linear, como medida dessa direção e grau de associação (linear), e saber que assume valores pertencentes a <math>[-1,1]</math>, dizendo-se com base nesse valor que a correlação é positiva, negativa ou nula. Recorrer à tecnologia para proceder ao cálculo do coeficiente de correlação linear.</li> <li>● Compreender que no caso do diagrama de dispersão mostrar uma forte associação linear entre as variáveis, essa associação pode ser descrita pela reta de regressão ou reta dos mínimos quadrados. Utilizar a tecnologia para determinar uma equação da reta de regressão.</li> <li>● Compreender que na construção da reta de regressão não é indiferente qual das variáveis é que se considera como variável independente ou explanatória.</li> <li>● Compreender que a existência de outliers influencia estes procedimentos.</li> <li>● Utilizar a reta de regressão para inferir o valor da variável dependente ou resposta, para um dado valor da variável independente ou explanatória, quando existe uma forte associação linear entre as variáveis, quer positiva, quer negativa, e desde que este esteja no domínio dos dados considerados.</li> </ul>	<p>Trabalho a pares, com discussão final em turma</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>● Recurso sistemático à tecnologia</li> <li>● Comunicação matemática</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza informação recolhida (D)</li> <li>● Coloca e analisa questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir (C)</li> <li>● Analisa criticamente as conclusões a que se chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)</li> <li>● Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>● Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>
---	--	---	---	---	--	---

2	<p><a href="#">Tarefa 9</a> O quarteto curioso</p>	<p><b>Dados bivariados</b></p> <p>Dados quantitativos, diagrama de dispersão, coeficiente de correlação linear e reta de regressão</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer que, para estudar a associação entre duas variáveis quantitativas de uma população se observam essas variáveis sobre cada unidade estatística, obtendo-se uma amostra de pares de dados.</li> <li>• Reconhecer a importância da representação dos dados no diagrama de dispersão, nuvem de pontos, para interpretar a forma, direção e força da associação (linear) entre as duas variáveis.</li> <li>• Identificar o coeficiente de correlação linear <math>r</math>, como medida dessa direção e grau de associação (linear), e saber que assume valores pertencentes a <math>[-1, 1]</math>, dizendo-se com base nesse valor que a associação é positiva, negativa ou nula. Recorrer à tecnologia para proceder ao cálculo do coeficiente de correlação linear.</li> <li>• Compreender que no caso do diagrama de dispersão mostra uma forte associação linear entre as variáveis, essa associação pode ser descrita pela reta de regressão ou reta dos mínimos quadrados. Utilizar a tecnologia para determinar uma equação da reta de regressão.</li> <li>• Compreender que não se pode confundir correlação com relação causa-efeito, pois podem existir variáveis “perturbadoras” que podem provocar uma aparente associação entre as variáveis em estudo.</li> </ul>	<p>Trabalho a pares, com discussão final em turma</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolução de problemas, modelação e conexões</li> <li>• Comunicação matemática</li> <li>• Recurso sistemático à tecnologia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza informação recolhida (D)</li> <li>• Coloca e analisa questões a investigar, distinguindo o que se sabe do que se pretende descobrir (C)</li> <li>• Analisa criticamente as conclusões a que se chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)</li> <li>• Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)</li> <li>• Trabalha com recurso a equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)</li> </ul>
---	--	--	--	---	--	---

# Tarefa 1

## População ou amostra?

### Notas pedagógicas para a ação do professor

#### Resumo:

A tarefa introduz o tema da Estatística a partir da análise de tabelas e gráficos resultantes de estudos estatísticos. Pretende-se que os alunos relembrem conceitos já trabalhados ao longo do ensino básico. Pretende-se ainda que, a partir de situações problemáticas, os alunos consigam compreender em que circunstâncias faz sentido proceder à recolha de dados estatísticos.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** População, amostra, classificação de variáveis estatísticas e análise/leitura de tabelas e gráficos.

**Materiais e recursos:** Tarefa.

#### Notas e sugestões:

No início da aula, o professor poderá introduzir o estudo ao tema da Estatística a partir de uma notícia, colocando questões relacionadas com a identificação da população e amostra. A partir da discussão da notícia (questão 1), terá oportunidade para promover um debate que conduza ao surgimento de conceitos já abordados/trabalhados ao longo do ensino básico.

Os alunos devem resolver a tarefa, a pares, enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido..

No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.



## Tarefa 1

### População ou amostra?

1. Lê o seguinte excerto da notícia publicada na revista Visão em 17/10/2023 .

*«Seis em cada dez jovens com 18 anos usam a Internet durante quatro horas ou mais, por dia, anunciou hoje o Serviço de Intervenção nos Comportamentos Aditivos e nas Dependências (SICAD). De acordo com a mesma fonte, cinco em cada dez dos jovens nesta faixa etária usa as redes sociais durante quatro horas ou mais. As pesquisas online, os jogos e as apostas, são outras atividades que prendem a atenção dos jovens durante o período indicado.*

*O trabalho permitiu identificar que três em cada 10 jovens naquela idade “experenciaram recentemente um de sete problemas” que atribuíram à utilização da internet (31%), principalmente em situações de mal-estar emocional (18%).*

*(Inquérito realizado aos jovens participantes no Dia da Defesa Nacional em 2023, sobre consumos de substâncias psicoativas e utilização da internet, no âmbito de uma parceria com o Ministério da Defesa Nacional).»*

- 1.1. Qual é a população e a amostra em estudo?
  - 1.2. Identifica as variáveis observadas neste estudo e classifica-as.
2. No dia-a-dia existem muitas situações que exigem recolha de dados para que seja possível dar respostas a um problema ou tomar decisões.

Na tua opinião, qual ou quais das situações I, II, III ou IV dependem da necessidade de se proceder à recolha de dados? Fundamenta a tua resposta.

- **Situação I:** Quanto tempo (em horas) por dia, estás a jogar no telemóvel?
- **Situação II:** Quais são os cursos profissionais existentes na tua escola?
- **Situação III:** Quais são os desportos preferidos dos alunos da tua escola?
- **Situação IV:** A diretora de uma escola pretende saber a percentagem de alunos que almoça diariamente no refeitório da escola.

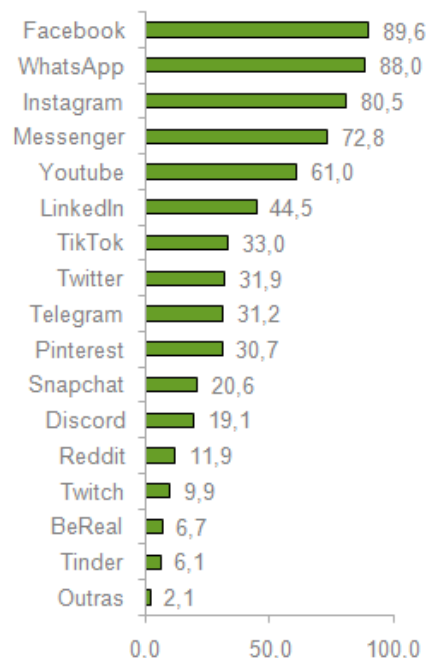


3. Com base num estudo estatístico pela *Marktest* em setembro de 2023 - “Portugueses e as Redes Sociais 2023” sabe-se que, relativamente à questão “Redes sociais onde tem perfil criado ou possui conta” obtiveram-se os seguintes dados:

	Universo (em milhares)	Amostra
Masculino	2 679	392
Feminino	2 762	409
15/24 anos	1 024	151
25/34 anos	1 032	183
35/44 anos	1 259	200
45/64 anos	2 126	267
Grande Lisboa	1 285	176
Grande Porto	656	100
Litoral Norte	1 068	155
Litoral Centro	834	130
Interior Norte	999	154
Sul	599	86
<b>Total</b>	<b>5 441</b>	<b>801</b>

Fonte: Marktest, setembro de 2023

Redes sociais onde tem perfil criado ou possui conta  
(em %)



- 3.1. Qual é a população e a amostra?
- 3.2. Identifica a variável observada neste estudo e classifica-a.
- 3.3. Justifica se é verdadeira ou falsa a afirmação seguinte:

*“Pela observação dos dados, podemos concluir que o Facebook é a rede social mais utilizada pela população portuguesa” .*



## Tarefa 2

### Consumo de água

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### **Resumo:**

Partindo de uma situação problemática real (consumo de água em alguns municípios portugueses), pretende-se que os alunos analisem criticamente tabelas e gráficos resultantes de estudos estatísticos, discutam acerca da variabilidade dos dados e tirem conclusões.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** População, amostra e análise de tabelas e gráficos.

**Materiais e recursos:** Folha de Cálculo/ Calculadora.

##### **Notas e sugestões:**

No início da aula, o professor deve distribuir o enunciado da tarefa e organizar os alunos em pares. De seguida deve ser lida a notícia após o que se inicia um pequeno debate sobre o consumo da água e a situação de seca em Portugal. Sugere-se que o professor coloque questões sobre a tabela apresentada de modo a auxiliar na análise da mesma por parte dos alunos.

Posteriormente, os alunos resolvem a tarefa enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.

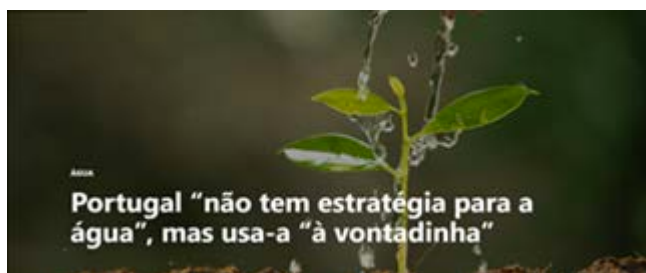
A partir do item 4, poderão surgir dificuldades relativamente à interpretação do enunciado das questões. Se tal acontecer, sugere-se que o professor coloque questões orientadoras ao grupo turma de modo que estes ultrapassem esses constrangimentos.

No item 5, sugere-se o recurso à folha de cálculo dado o elevado volume de cálculos. No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.



## Tarefa 2

### Consumo de água



*“A incerteza e imprevisibilidade da seca e dos seus impactos justificam que se dedique uma atenção permanente a este fenómeno e não apenas uma actuação reactiva a situações extremas”, lê-se no texto da resolução n.º 80/2017 publicada em Diário da República.*

*Joaquim Poças Martins, por sua vez, recorda que, como estamos diante de um fenómeno global de mudança do clima, temos de nos “preparar para um novo normal”. E o que é essa nova normalidade? “São períodos de seca que se arrastam, um ano seco depois de outro. Praticamente estamos desde 2017 a enfrentar a seca”, diz o especialista em gestão hídrica, para quem uma comissão dedicada à seca acabaria por ser “um trabalho a tempo inteiro”. “Quase até poderíamos criar o Ministério da Seca”, refere o docente da FEUP.*

*Jornal o Público | 07.05.2023*

<https://www.publico.pt/2023/05/07/azul/noticia/portugal-nao-estrategia-agua-usaa-vontadinha-2048760>

Recorreu-se aos dados sobre o volume de água abastecida pela rede pública, recolhidos pela Entidade Reguladora dos Serviços de Águas e Resíduos (ERSAR), disponíveis [AQUI](#)<sup>1</sup>. Os dados têm proveniência de fontes como o INE, a ERSAR, a ERSAR Açores e DREM, a partir dos dados reportados pelos Sistemas Públicos Urbanos de Serviços de Águas /Vertente Física e de Funcionamento. Os valores apresentados referem-se ao consumo de água abastecida pela rede pública e correspondem ao volume de água faturada, per capita, em cada ano, entre 2015 e 2021.

---

<sup>1</sup> Os dados podem ser descarregados em diversos formatos, incluindo no formato Excel. Note-se que no quadro disponibilizado pelo INE os anos estão ordenados do mais recente para o mais antigo.



A tabela apresenta os valores o consumo de água anual, por habitante (em m<sup>3</sup>/hab) nalguns municípios de Portugal Continental, entre os anos de 2015 e 2021:

Distrito	Município	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
		m <sup>3</sup> /hab	m <sup>3</sup> /hab	m <sup>3</sup> /hab	m <sup>3</sup> /hab	m <sup>3</sup> /hab	m <sup>3</sup> /hab	m <sup>3</sup> /hab
Viana do Castelo	Vila Nova de Cerveira	61,1	62,6	54,7	55,4	52,6	52,5	50,9
Braga	Fafe	30,2	30,4	31,9	31,5	30,4	31,5	31,7
Viseu	Cinfães	14,2	14,8	15	14,5	15,1	25,8	25,7
Porto	Marco de Canaveses	14,4	13,4	14,9	14,5	15,2	16,3	16,9
Aveiro	Albergaria-a-Velha	38,5	40,1	44,7	44,3	45,5	52,7	52,7
Guarda	Celorico da Beira	53,3	62,6	65,4	64,9	68,3	65,1	68
Lisboa	Lisboa	185,6	174,3	175,5	165,6	158,7	150,2	149,9
Setúbal	Alcácer do Sal	94,3	77,2	71	82	84,2	95,4	99,2
Beja	Alvito	58,8	56,7	61,6	55,8	57,4	68,4	64,2
Santarém	Santarém	67,7	71,6	73,5	71,3	75,5	78	77,3
Évora	Montemor-o-Novo	49,8	48,1	50,3	46,4	49,5	54	52,4
Faro	Vila Real de Sto. António	129,8	105,6	115,2	118,6	107,8	100,8	105

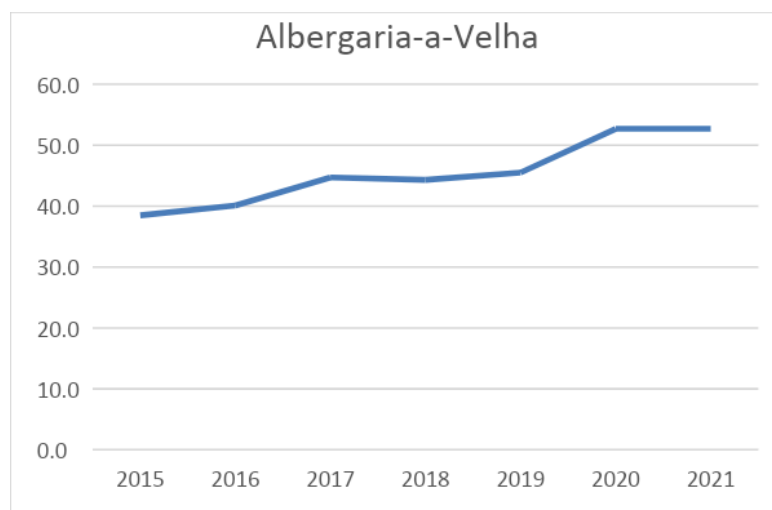
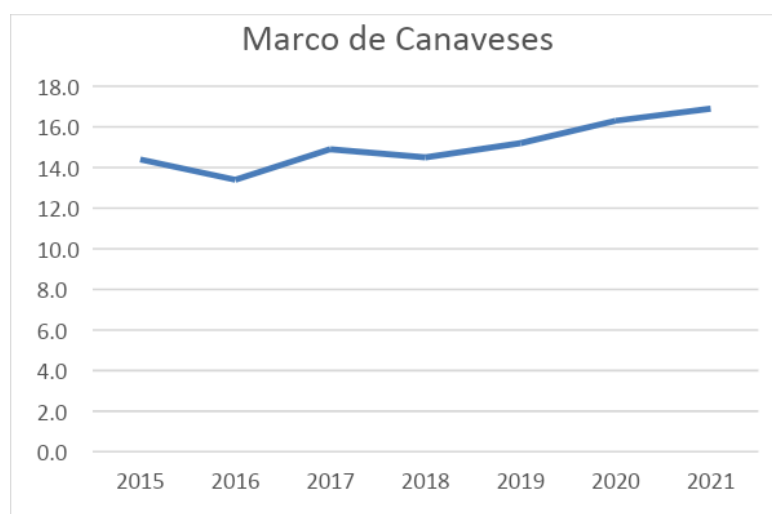
1. Qual é a variável estatística e a unidade de medida?
2. Classifica a variável estatística.
3. Relativamente ao ano de 2021, quais são os três municípios com maior consumo de água por habitante e os três municípios com menor consumo de água por habitante?
4. Para os municípios de Lisboa, Celorico da Beira e Santarém, analisa a diferença do consumo e a correspondente percentagem de variação, do ano de 2015 para o ano de 2021. Em qual destes municípios se poderia supor que começou a haver uma maior preocupação com o consumo da água? Explica a tua resposta.
5. De acordo com dados disponíveis no PORDATA<sup>2</sup>, em 2021, existiam 49 637 habitantes em Marco de Canavezes e 18 946 em Vila Real de Sto. António. Com base nesta informação, compara os consumos de água anuais dos dois municípios.

<sup>2</sup> <https://www.pordata.pt/municipios/populacao+residente+total+e+por+grandes+grupos+etarios-390>





6. Segundo a ONU, 110 litros de água por dia são suficientes para atender às necessidades básicas de consumo e higiene de uma pessoa. Com base nesta informação, quais os municípios em que o consumo da água, em 2021, está de acordo com esta recomendação da ONU?
7. Os gráficos seguintes comparam as tendências de evolução dos consumos de água, por habitante, nos municípios de Marco de Canaveses e de Albergaria-a-Velha. Comenta a afirmação: “A evolução do consumo é semelhante nos dois municípios, ao longo do tempo”.



## Tarefa 3

### Portugueses e as Redes Sociais 2023

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### **Resumo:**

Com esta tarefa pretende-se que os alunos sejam capazes de analisar dados resultantes de estudos estatísticos e organizá-los em tabelas e gráficos adequados à situação. Também é proposto aos alunos a análise de diferentes tipos de gráficos.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Organização de dados em tabelas de frequências e construção de gráficos.

**Materiais e recursos:** Calculadora.

##### **Notas e sugestões:**

No início da aula, o professor deve relembrar alguns conceitos já abordados em anos e aulas anteriores.

De seguida, deve distribuir a tarefa e organizar os alunos em pequenos grupos para resolverem os diversos itens, enquanto orienta o trabalho dos alunos.

O professor deve ir solicitando que os alunos participem oralmente e respondam aos itens, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades relativamente à interpretação do enunciado das questões. Se tal acontecer, sugere-se que o professor coloque questões orientadoras ao grupo turma de modo que estes ultrapassem esses constrangimentos.

No final, deve ser feita uma discussão final com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.



## Tarefa 3

### Portugueses e as Redes Sociais 2023

Após a recolha de dados (estatísticos) é necessário organizá-los, usando tabelas e gráficos de modo a facilitar a sua interpretação. De acordo com a natureza dos dados recolhidos, selecionam-se o tipo de tabelas e o tipo de gráficos.

Existem vários tipos de gráficos que devem ser escolhidos de forma adequada ao tipo de dados a trabalhar que se constroem a partir da tabela de frequências em que os dados estão organizados.

1. Do estudo realizado pela *Marktest*, em setembro de 2023 - “Portugueses e as Redes Sociais 2023”, recolheram-se os seguintes dados acerca da residência dos inquiridos.

Zona de Residência	N.º de inquiridos
Grande Lisboa	176
Grande Porto	100
Litoral Norte	155
Litoral Centro	130
Interior Norte	154
Sul	86
<b>TOTAL</b>	<b>801</b>

*Fonte: Marktest, setembro de 2023 (adaptado)*



1.1. Completa a seguinte tabela relativamente à zona de residência dos inquiridos.

Zona de residência	Frequência Absoluta	Frequência Absoluta Acumulada	Frequência Relativa	Frequência Relativa (%)
Grande Lisboa	176			
Grande Porto	100			
Litoral Norte	155			
Litoral Centro	130			
Interior Norte	154			
Sul	86			
Total	801			

1.2. Qual é a zona onde se verifica a maior percentagem de inquiridos?

1.3. Qual é a percentagem de inquiridos que reside no Litoral Centro e Norte?

2. No estudo estatístico recolheram-se os seguintes dados acerca da idade dos inquiridos:

Idade (anos)	Inquiridos
15 a 24 anos	151
25 a 34 anos	183
35 a 44 anos	200
45 a 54 anos	267
Total	801

Fonte: Marktest, setembro de 2023 (adaptado)



2.1. Completa a seguinte tabela relativamente à idade dos inquiridos.

Idade (em anos)	Frequência Absoluta	Frequência Absoluta Acumulada	Frequência Relativa	Frequência Relativa (%)	Frequência Relativa Acumulada (%)
[15,25[	151	151	0,1885	18,85	18,85
[25, 35[	183				
[35, 45[	200				
[45, 55[	267				
Total	801		1	100	

2.2. Quantos inquiridos têm menos de 35 anos?

2.3. Qual é a percentagem dos inquiridos que têm pelo menos 35 anos?

2.4. Qual é a percentagem de inquiridos com idades iguais ou superiores a 25 anos e menores que 45 anos?

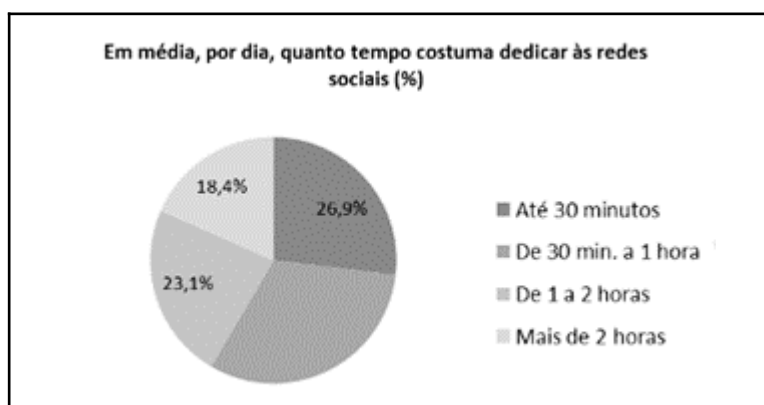
2.5. Considera a tabela elaborada e constrói o respetivo histograma de frequências relativas.

3. No estudo estatístico recolheram-se os seguintes dados relativos às redes sociais em que as pessoas inquiridas têm perfil criado ou possuem conta:

Perfil na Rede Social:	Total (%)	Sexo (%)	
		Masculino	Feminino
Facebook	89,6	86,9	92,1
WhatsApp	88,0	86,9	89,0
Instagram	80,5	74,8	86,0
Messenger	72,8	68,6	76,8
Youtube	61,0	67,9	54,2
LinkedIn	44,5	48,6	40,5
TikTok	33,0	30,6	35,4
Twitter	31,9	39,2	24,9



- 3.1. Organiza a informação dada na tabela anterior num gráfico com barras atendendo ao sexo dos inquiridos.
  - 3.2. Que conclusões podes tirar a partir da observação do gráfico?
4. A partir dos dados recolhidos construiu-se o seguinte gráfico circular:



Fonte: Marktest, setembro de 2023 (adaptado)

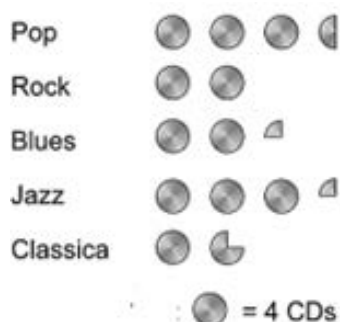
- 4.1. Determina a percentagem de utilizadores que dedicam, em média, de 30 minutos a 1 hora diárias às redes sociais.
- 4.2. Sabendo que, a esta questão responderam, efetivamente, 785 pessoas, quantas declararam dedicar às redes sociais até 1 hora por dia?
- 4.3. Qual é, em graus, a amplitude do setor circular correspondente à utilização durante uma a duas horas por dia?



5. Na turma do Artem foi feito um questionário para estudar o tempo gasto (em horas), por mês, pelos alunos em três atividades: jogar no computador, ver televisão e praticar desporto. Os dados recolhidos foram organizados nos seguintes três diagramas de caule e folhas.



- 5.1. Indica a população em estudo.
  - 5.2. Quantos alunos tem a turma do Artem?
  - 5.3. Quantos alunos jogam no computador durante mais de 60 horas por mês?
  - 5.4. Quais são o maior e o menor número de horas que um aluno gasta por mês a praticar desporto?
  - 5.5. Compara os diagramas respeitantes ao tempo gasto a jogar no computador e a ver televisão. O que podes dizer sobre o número de horas gastas com cada uma destas atividades?
6. A Leonor resolveu organizar os CDs de música do avô. O pictograma seguinte mostra o número de CDs de cada categoria que organizou.



- 6.1. Classifica a variável estatística em estudo.
- 6.2. Quantos CDs tem o avô da Leonor?



## Tarefa 4

### Classificações do teste de Filosofia

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

Esta tarefa tem por objetivo estudar algumas medidas de localização, nomeadamente, as que localizam o centro da distribuição dos dados, como a média e a mediana, e as que localizam outros pontos da distribuição dos dados, como os quartis. Cada uma destas medidas tem as suas vantagens e inconvenientes. Em muitas situações, deverão ser analisadas em conjunto para melhor se compreender a informação apresentada pelos dados. Nesta tarefa serão estudadas algumas propriedades das medidas de localização.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Medidas de localização: média, moda, mediana e quartis.

**Materiais e recursos:** Calculadora gráfica.

##### Notas e sugestões:

O professor deve iniciar a aula questionando os alunos sobre as medidas de localização já estudadas ao longo do 3.º ciclo, aproveitando também para relembrar alguns conceitos relacionados com as mesmas.

Os alunos devem resolver a tarefa em pequeno grupo enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.

O professor deve solicitar que os alunos participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades relativamente à interpretação do enunciado das questões, na explicação de raciocínios e na formulação de conjeturas. Se tal acontecer, sugere-se que o professor coloque questões orientadoras ao grupo turma de modo que estes ultrapassem esses constrangimentos.





## Tarefa 4

### Classificações do teste de Filosofia

Nesta tarefa iremos estudar algumas medidas de localização, nomeadamente, as que localizam o centro da distribuição dos dados, como a média e a mediana, e as que localizam outros pontos da distribuição dos dados, como os quartis. Cada uma destas medidas tem as suas vantagens e inconvenientes. Em muitas situações, deverão ser analisadas em conjunto para melhor se compreender a informação apresentada pelos dados.

A seguir, apresentam-se as classificações do 1.º teste de Filosofia, numa escala de 0 a 20 valores, obtidas pelos 21 alunos da turma 10.º V:

10	16	8	11	14	9	11
16	13	10	15	11	17	14
10	11	13	15	7	10	14

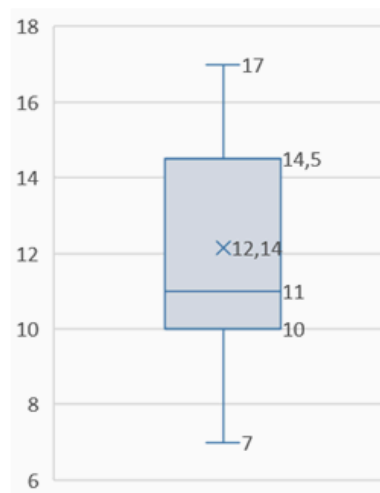
1. Resolve as questões seguintes, apresentando o resultado arredondado às centésimas. Se nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, quatro casas decimais.
  - 1.1. Calcula a soma das classificações obtidas pelos alunos da turma 10.º V.
  - 1.2. Se a professora de Filosofia distribuisse esta soma, equitativamente, pelos alunos da turma, qual seria a classificação com que cada aluno ficaria?
  - 1.3. Determina a média das classificações da turma.
  - 1.4. Se cada um dos alunos visse a sua classificação ser aumentada em 2 valores, qual passaria a ser a média das classificações dos alunos da turma 10.º V?
  - 1.5. Considera o valor da média das classificações calculada em 1.3. e adiciona-lhe 2 valores. O que podes concluir, tendo em conta o resultado obtido em 1.4.?
  - 1.6. Se cada um dos alunos visse a sua classificação ser aumentada em 10%, qual passaria a ser a média das classificações, em valores, dos alunos da turma 10.º V?



- 1.7. Considera o valor da média das classificações calculada em 1.3. e calcula 10% desse valor. O que podes concluir, tendo em conta o resultado obtido em 1.6.?
- 1.8. O que podes concluir sobre as alterações provocadas na média por transformação dos dados pela adição de uma constante “ $a$ ” a cada um? E, pela multiplicação de uma constante “ $b$ ”, a cada um?

2.

- 2.1. Escreve as classificações dos alunos da turma 10.º V, por ordem crescente.
- 2.2. Indica a classificação mediana, ou seja, a classificação que se encontra na posição central (tendo em conta a organização realizada em 2.1.).
- 2.3. Determina o 1.º e o 3.º quartis da distribuição das classificações.
- 2.4. A figura ao lado apresenta um diagrama de extremos e quartis das classificações da turma (o símbolo  $\times$  localiza o valor da média).



Das afirmações seguintes assinala a correta:

- As classificações média e mediana são iguais.
  - Só metade das classificações da turma é superior a 10 valores.
  - 75% das classificações situam-se entre 10 e 17 valores.
  - Mais de 25% das classificações são inferiores a 10.
3. No início do 2.º período, um novo aluno foi inserido na turma tendo obtido a classificação de 20 valores no 1.º período.
    - 3.1. Na tua opinião, o que vai acontecer a cada uma das medidas (média e mediana) anteriormente determinadas, com a entrada desta nova classificação?
    - 3.2. Verifica se a tua conjectura está correta (para as 22 classificações) utilizando a calculadora gráfica.



## TAREFA 5

### Remunerações na empresa *RealLife*

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

**Resumo:**

Esta tarefa tem por objetivo estudar propriedades das medidas de localização através da apresentação de uma situação real.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Medidas de localização: média, moda, mediana e quartis.

**Materiais e recursos:** Calculadora gráfica.

**Notas e sugestões:**

No início da aula o professor deverá perguntar aos alunos o que recordam sobre média, moda, mediana e quartis.

A tarefa deverá ser resolvida em pequeno grupo.

O professor poderá solicitar aos alunos que participem respondendo às questões que surgirem, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.



## TAREFA 5

### Remunerações na empresa *RealLife*

Um grupo de funcionários da empresa RealLife reuniu-se com o seu representante sindical no sentido de negociar com a direção da empresa melhores salários, uma vez que os ordenados não têm acompanhado o aumento do custo de vida.

O Presidente da direção da empresa recebeu o representante sindical e, para justificar a justiça da política de salários, disponibilizou a seguinte tabela salarial dos funcionários da empresa.

Cargo	N.º de colaboradores	Salário Mensal (€)
Presidente	1	15 850€
Vice-Presidente	1	10 870 €
Diretor de serviço	2	6 580 €
Secretário	4	1 874 €
Encarregado	2	1 534€
Operário	32	934 €

1. Segundo o Presidente da direção, conforme se pode concluir da Tabela 1, os salários da empresa têm acompanhado o aumento do custo de vida, dado que o **ordenado médio** dos trabalhadores está acima dos 1 900€, sendo mais do que o dobro do salário mínimo nacional. Verifica se a afirmação do Presidente da empresa é verdadeira, justificando a tua resposta com os cálculos que realizaste.
2. O representante sindical argumentou, no entanto, que o **ordenado mediano** dos funcionários da empresa é menos de metade (950€) do **ordenado médio** referido pelo Presidente.  
Verifica se a afirmação do representante sindical está correta, apresentando os cálculos que tiveres de efetuar.



3. Face ao argumento apresentado pelo representante sindical, o Presidente da empresa propôs um aumento de 5% de todos os salários. Nesse caso, qual passa a ser o ordenado médio? (Sugestão: aplica as propriedades da média).
4. O representante sindical contrapôs que um aumento de 95,63€ para todos os funcionários seria bastante mais justo. Para a empresa, o valor despendido em ordenados seria o mesmo. Contudo, a amplitude entre salários seria menor do que com o aumento de 5% proposto pelo presidente.  
Verifica se a afirmação do representante sindical está correta, apresentando os cálculos que tiveres de efetuar.
5. Com o aumento de 95,63€, em cada um dos ordenados, calcula a mediana, o 1.º quartil e o 3.º quartil.
6. Calcula para a situação anterior, a amplitude interquartil.  
De acordo com o resultado obtido, assinala a resposta correta:
  - A amplitude interquartil dos ordenados dos funcionários é diferente de zero, isso significa que 50% dos funcionários têm o mesmo ordenado.
  - A amplitude interquartil dos ordenados dos funcionários é diferente de zero, no entanto, não há variabilidade entre os ordenados.
  - A amplitude interquartil dos ordenados dos funcionários é zero, no entanto, há variabilidade entre os ordenados.
  - A amplitude interquartil dos ordenados dos funcionários é zero, isso significa que não há variabilidade entre os ordenados.



## Tarefa 6

### Boletim Individual de Saúde

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

Esta tarefa tem por objetivo estudar e interpretar os valores dos percentis em situações reais.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Interpretação de gráficos.

**Materiais e recursos:** Vídeo e folha de cálculo.

##### Notas e sugestões:

Sugere-se que, numa aula anterior à implementação da tarefa, o professor solicite aos alunos que tragam para a exploração desta tarefa o seu boletim de saúde infante-juvenil.

No início da aula, o professor propõe aos alunos que verifiquem no seu boletim qual era o seu peso e altura numa determinada idade. A partir daí, pode promover uma discussão inicial sobre o significado dos valores, tendo em conta as curvas que representam os percentis onde a sua altura ou peso se enquadram. Será interessante verificar se para a mesma idade e percentil, o peso e altura de rapazes e raparigas é igual ou não.

No item 4.1., se se recorrer ao Google Sheets deverá utilizar-se a função "`= PERCENTILE.EXC (A1:A21; p)`", com  $p = 0,25$ ,  $p = 0,75$  e  $p = 0,50$ , para obter os 1.º e 3.º quartis e a mediana.

Para concluir o debate, o professor pode mostrar o vídeo:

[“Isto é Matemática-Percentis”](#) .

A tarefa deverá ser resolvida em pequeno grupo.

Quando surgirem questões, o professor deverá solicitar aos alunos que participem oralmente discutindo e sintetizando as ideias mais relevantes.



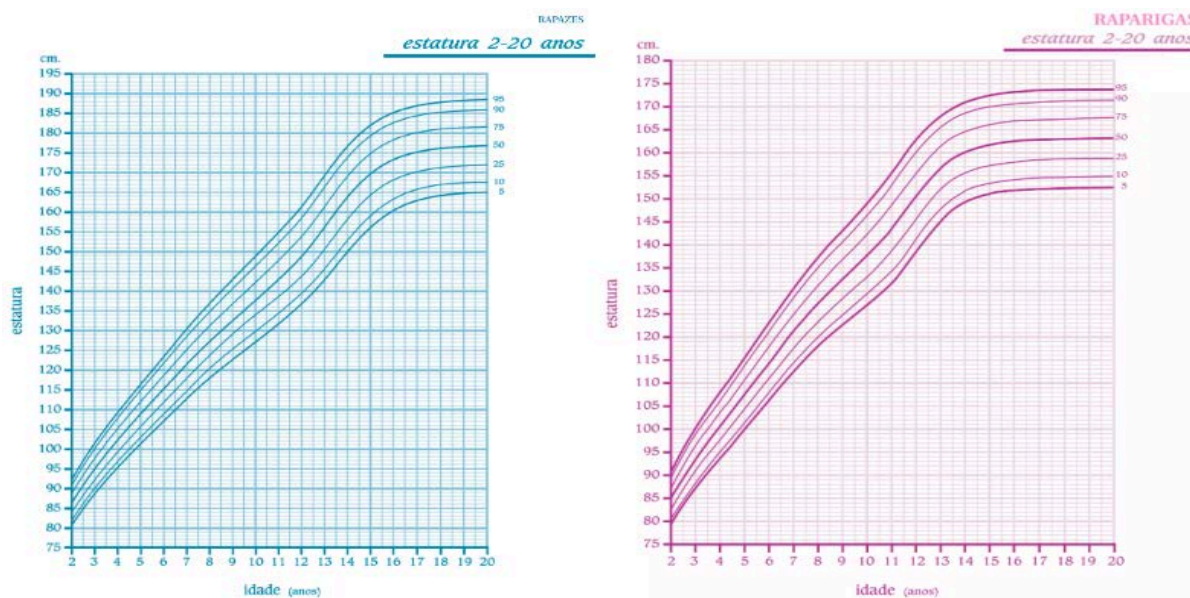
## Tarefa 6

### Boletim Individual de Saúde

Os percentis em que a mediana e os quartis são casos particulares, são medidas de localização com grande interesse, nomeadamente para avaliar a posição relativa dos dados. Por exemplo, quando vais a uma consulta de rotina, até aos 18 anos, deverá ser registado, no teu boletim individual de saúde, o teu peso, a tua altura (estatura) e o teu Índice de Massa Corporal (IMC) que te situa num determinado percentil, para cada uma das medidas.

As curvas de crescimento e respetivos percentis são um instrumento fundamental para monitorizar o estado de nutrição e o crescimento de crianças e de adolescentes. O desenvolvimento harmonioso, dentro de parâmetros normais, é basilar para uma vida adulta saudável e, deste modo, tem implicações importantes na saúde das populações.

Na figura seguinte, são apresentados exemplos de curvas de crescimento de referência, adotadas pelo Programa Nacional de Saúde Infantil e Juvenil, Direção-Geral da Saúde, publicadas pela Organização Mundial de Saúde e que podes encontrar no teu Boletim de Saúde.

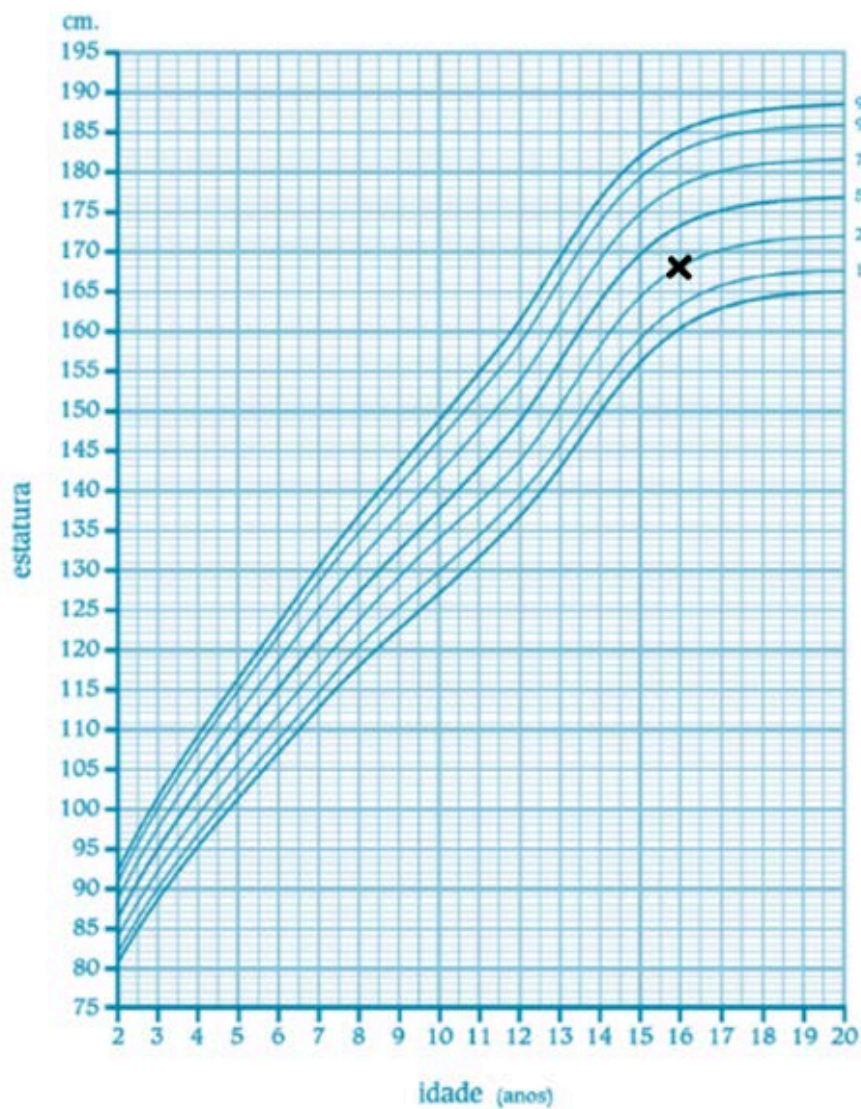


Podes saber mais no [vídeo](#).



**Exemplo:**

Um rapaz de 16 anos, com 168 cm de altura encontra-se (segundo o gráfico da figura) no percentil 25, o que significa que: **25%** dos jovens, com 16 anos de idade, têm uma estatura máxima de 168 cm e **75%** dos jovens, com 16 anos têm uma altura superior ou igual a 168 cm.



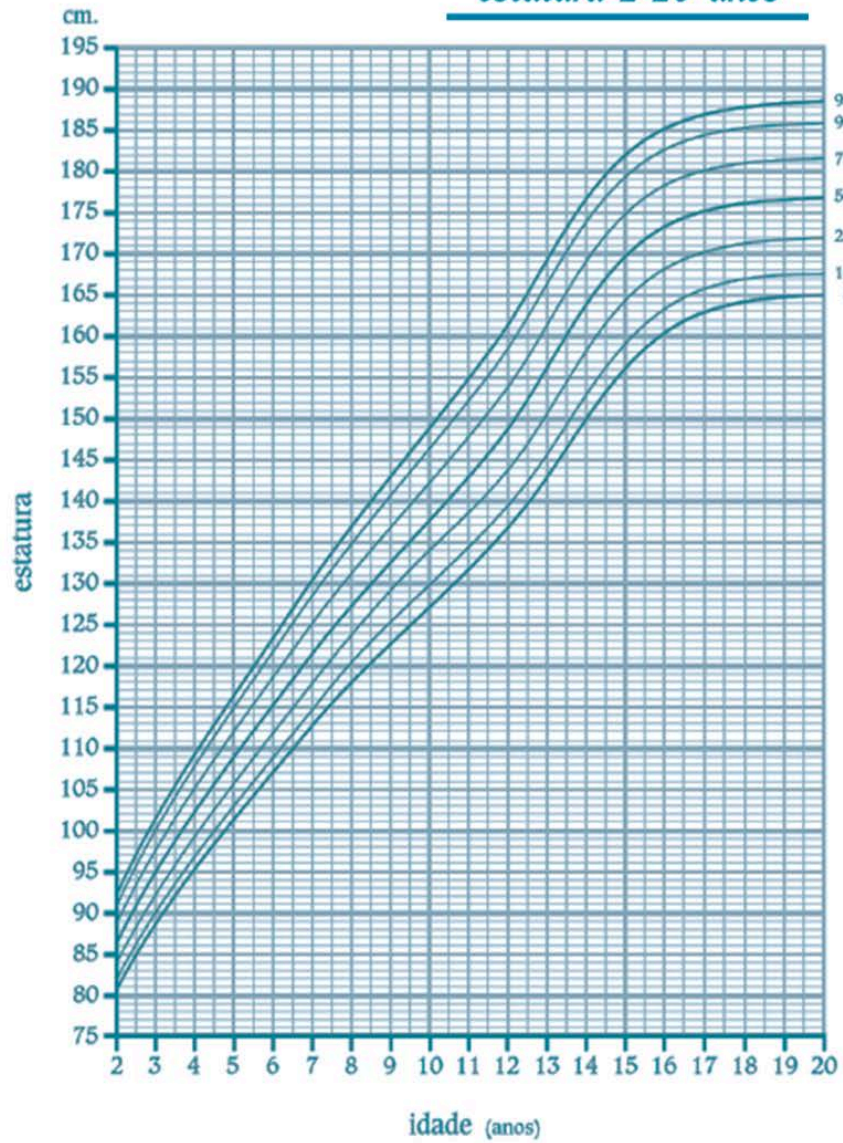
Recorre aos gráficos da página seguinte para responderes aos itens propostos.





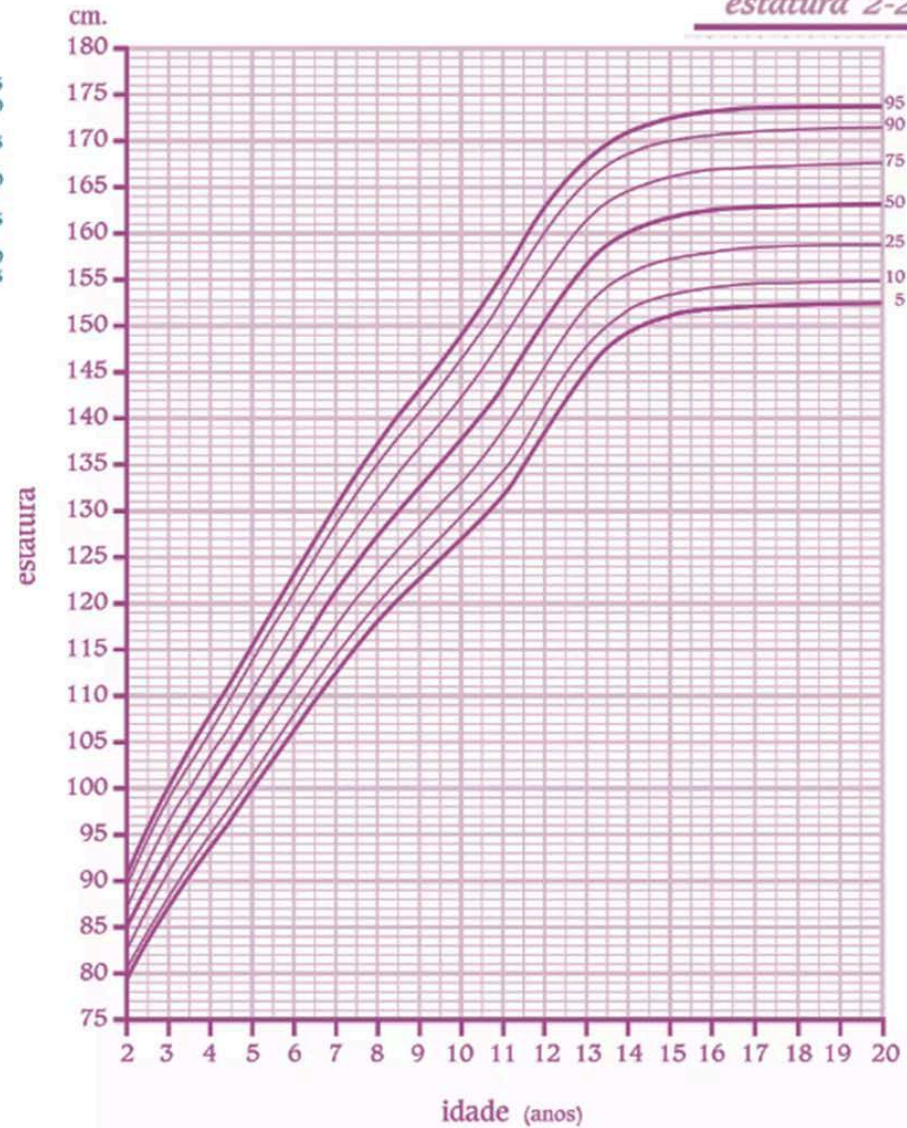
RAPAZES

estatura 2-20 anos



RAPARIGAS

estatura 2-20 anos



1. Como o crescimento difere nos rapazes e nas raparigas, um rapaz com 20 anos e 172 cm de altura não se encontra no mesmo percentil que uma rapariga exatamente com a mesma idade e altura.

Assinala, com ✖ em cada um dos gráficos, das representações das alturas de rapazes e raparigas, o local onde se encontra cada um destes jovens.

2. Completa o texto seguinte, selecionando da tabela abaixo, os valores e/ou palavras adequados a cada espaço.

Analisando as duas situações pode afirmar-se que:

Um rapaz com 20 anos e 172 cm de altura encontra-se no percentil \_\_\_\_\_, o que significa que \_\_\_\_\_ % dos jovens, com 20 anos, têm no \_\_\_\_\_ 172 cm de altura.

Uma rapariga com 172 cm de altura e com 20 anos de idade, encontra-se no percentil \_\_\_\_\_, o que significa que \_\_\_\_\_ % dos jovens com 20 anos de idade têm 172 cm ou \_\_\_\_\_ de altura.

Opções de resposta:

5, 10, 25, 50, 75, 90 ou 95

máximo ou mínimo

mais ou menos

3. No centro de saúde de um determinado concelho, registaram-se as alturas de 600 jovens, com 15 anos, do sexo feminino. Calcula quantas jovens de 15 anos é esperado encontrar, neste concelho, com alturas entre 157 e 166 cm?
4. No âmbito da promoção de comportamentos saudáveis em crianças e adolescentes e com vista a educar e a estimular a população estudantil para uma melhor qualidade de vida, o professor de Educação Física aplicou testes e registou os dados referentes a esta avaliação na plataforma FITescola. A estatura dos alunos é um entre muitos dados registados pelo professor. As alturas dos alunos, da turma 1º A, estão registadas na tabela seguinte:

157	182	169	168	172	171	171	163	173	171	177
178	174	168	173	176	165	184	168	157	168	

- 4.1. Utilizando uma folha de cálculo obtém os 1.º e 3.º quartis e a mediana.
- 4.2. O percentil 40, é 168,8 cm, o que significa que 40% dos 21 alunos têm alturas inferiores ou iguais a 168,8 cm. Qual o número esperado de alunos desta turma que tem estatura inferior ou igual a 168,8 cm.
- 4.3. Determina, utilizando uma folha de cálculo, o percentil 60 e indica o significado do seu valor, no contexto da situação apresentada.



## Tarefa 7

### *O Personal Trainer*

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### **Resumo:**

Esta tarefa tem por objetivo estudar, calcular e comparar as medidas de dispersão de um conjunto de dados. Pretende-se que os alunos compreendam a importância das mesmas para interpretar os dados e a sua variabilidade.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Medidas de localização.

**Materiais e recursos:** Calculadora gráfica.

##### **Notas para professor:**

O professor deve organizar os alunos em pequenos grupos para que estes comecem a resolver autonomamente a tarefa, seguindo as instruções dadas. O professor acompanha o trabalho desenvolvido solicitando que participem oralmente e respondam a questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Os itens 3.2. e 3.4. constituem uma oportunidade para promover a comunicação matemática e o espírito crítico em sala de aula.

Poderão surgir dificuldades relativamente à compreensão dos conceitos. Estratégias propostas para ultrapassar esses constrangimentos poderão ser: apresentar outros exemplos em contexto real para clarificar a necessidade de se estudarem as medidas de dispersão e alargar o trabalho e a discussão a toda a turma.



## Tarefa 7

### O Personal Trainer

Em Estatística, existem dois tipos de medidas que resumem as características dos dados, as medidas de localização e as medidas de dispersão.

Iremos estudar algumas medidas de dispersão, que nos permitem analisar a variabilidade associada aos dados, nomeadamente se estes são quase todos iguais ou se são muito diferentes uns dos outros.

A amplitude é a medida de dispersão mais simples que pode ser utilizada para medir a variabilidade apresentada por um conjunto de dados. Obtém-se fazendo a diferença entre o máximo e o mínimo dos dados:

$$\text{Amplitude} = \text{valor máximo} - \text{valor mínimo}$$

A amplitude interquartil é a diferença entre o 3.º e o 1.º quartis, ou seja:

$$\text{Amplitude interquartil} = 3.º \text{ quartil} - 1.º \text{ quartil}$$

Esta medida (amplitude interquartil) dá-nos informação sobre a amplitude do intervalo em que se encontram 50% das observações centrais.

1. O *Personal Trainer* de um ginásio registou o desempenho de dois dos seus melhores alunos. Decidiu fazer um registo do número máximo de abdominais que cada um deles conseguia fazer, em 3 minutos, durante dez dias. Os resultados foram os seguintes:

Aluno A:	60	55	57	45	68	63	26	70	21	35
Aluno B:	60	58	42	39	25	60	59	41	54	62

- 1.1. Coloca cada um dos conjuntos de dados por ordem crescente.
- 1.2. Indica a mediana, o 1.º e 3.º quartis de cada conjunto de dados.
- 1.3. Qual é o conjunto de dados com maior amplitude?
- 1.4. Qual é a amplitude interquartil de cada conjunto de dados? Explica o significado deste valor, no contexto da situação.



2. O *Personal Trainer* decidiu premiar um destes alunos com uma mensalidade gratuita.

Os requisitos para a seleção do vencedor são ter em dez registos:

- A maior mediana do número de abdominais;
- A maior média do número de abdominais;
- Em caso de empate, vencerá o aluno que apresente valores (número de abdominais) mais próximos da média.

Atendendo aos requisitos do *Personal Trainer*, qual será o aluno vencedor?

Para responderes à questão colocada, percorre as seguintes etapas:

- 2.1. Compara as medianas dos dois conjuntos de dados;
- 2.2. Determina e compara as respetivas médias;
- 2.3. Calcula os desvios em relação à média preenchendo as seguintes tabelas:

Aluno A		
N.º de abdominais	Desvios em relação à média	Resultado
21	21-50	-29

Aluno B		
N.º de abdominais	Desvios em relação à média	Resultado
25	25-50	-25

- 2.4. Soma os desvios em relação à média obtidos nas tabelas anteriores. Consegues concluir assim qual dos alunos obtém resultados mais próximos da média?



Para obter a variabilidade de todos os dados, seria natural somar todos os desvios. Acontece que **a soma destes desvios é sempre igual a zero**, pois os desvios positivos anulam com os negativos, pelo que esta solução não serve. Assim o professor concluiu que para compreender melhor os dados recolhidos, se existia dispersão ou concentração dos dados relativamente à média, em vez de usar os desvios, poderia usar os valores absolutos dos desvios ou os quadrados dos desvios, pois assim a soma já não seria nula. Decidiu utilizar uma medida que entra com os quadrados dos desvios, a que se dá o nome de **variância**.

2.5. Preenche as seguintes tabelas para determinares a variância de cada conjunto de dados.

Aluno A		
N.º de abdominais	Desvios em relação à média	Quadrados dos desvios em relação à média
21	21-50	$(-29)^2=841$
Soma		

Aluno B		
N.º de abdominais	Desvios em relação à média	Quadrados dos desvios em relação à média
25	25-50	$(-25)^2=625$
Soma		

A variância amostral é uma medida da variabilidade dos dados da amostra relativamente à média, que se obtém fazendo o quociente entre a soma dos quadrados dos desvios dos dados, (relativamente à média), pelo número de dados da amostra, menos 1.



- 2.6. Determina a variância para cada um dos casos apresentados.

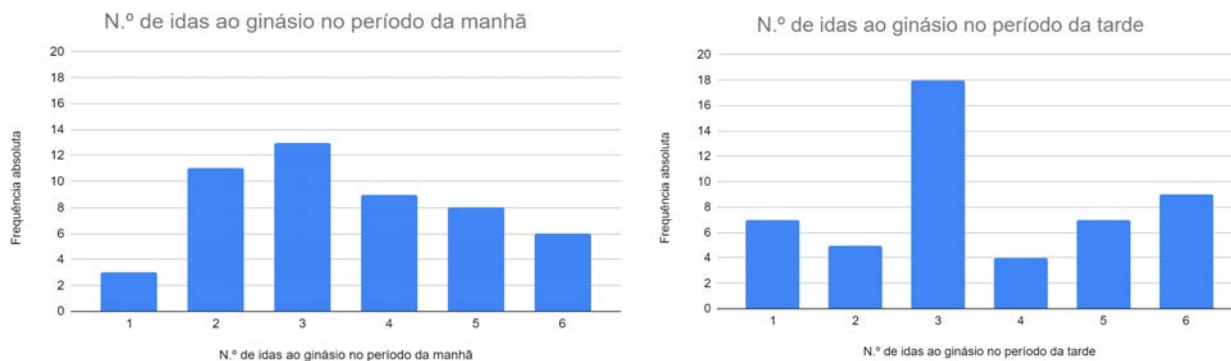
A **variância** é uma medida que permite avaliar o grau de dispersão dos dados em relação à média. No entanto, como esta medida não vem nas unidades dos dados, utiliza-se a sua raiz quadrada, a que se dá o nome de **desvio-padrão**.

- 2.7. Determina o desvio-padrão de cada conjunto de dados e conclui qual será o vencedor.

O **desvio-padrão amostral**, tal como a variância (amostral) é uma medida de dispersão em relação à média, contudo, é expressa nas mesmas unidades que os dados originais.

**Se não houver variabilidade, isto é, se os dados forem todos iguais, então o desvio-padrão é nulo; por outro lado, se o desvio padrão de um conjunto de dados é nulo, então não existe variabilidade.**

3. Durante seis dias, o *Personal Trainer* registou o número de idas ao ginásio de alguns dos seus alunos. Na figura seguinte podes observar os resultados obtidos, num universo de 50 alunos que frequentam o espaço durante a manhã e 50 que o utilizam na parte de tarde.



- 3.1. Calcula a média do número de idas ao ginásio no período da manhã e no período da tarde. O que podes concluir sobre as médias obtidas?



- 3.2. Compara os dois gráficos. Qual dos gráficos mostra uma maior variabilidade dos dados, relativamente à média?
- 3.3. Calcula, recorrendo à calculadora gráfica, o desvio-padrão nas duas situações.
- 3.4. O que podes concluir sobre a variabilidade dos dados em relação à média, em cada uma das situações, a partir dos valores dos respetivos desvios-padrão?
4. O ginásio fez um levantamento, durante um dia, sobre o tempo em minutos que cada utilizador da sala de cardiofitness, se encontrava a realizar prática desportiva. Os resultados encontram-se na tabela seguinte:

Tempo (em minutos)	[0, 15[	[15, 30[	[30, 45[	[45, 60[	[60, 75[	[75, 90[
Frequência absoluta	11	60	45	84	32	18

Calcula a média e o desvio padrão da distribuição deste conjunto de dados. (Sugestão: utiliza o ponto médio do respetivo intervalo como representante de cada uma das classes em que os dados estão agrupados))





## Tarefa 8

### Jogadores de Futebol

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

Nesta tarefa pretende-se explorar os conceitos: diagrama de dispersão, regressão linear, coeficiente de correlação, associação linear entre variáveis e *outlier*.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Função afim e média.

**Materiais e recursos:** Calculadora gráfica.

##### Notas e sugestões:

Na Parte I o exercício visa a introdução dos conceitos diagrama de dispersão, regressão linear, coeficiente de correlação, associação linear entre variáveis e outlier.

Deverá alertar-se para a importância da análise do diagrama de dispersão, do valor do coeficiente de correlação linear para compreender o grau e intensidade da associação linear entre duas variáveis. Deve-se discutir também a influência de outliers num conjunto de dados bivariados relativamente ao grau e intensidade da associação linear entre as duas variáveis.

Igualmente será relevante alertar para a utilização da reta de regressão linear para, atendendo ao domínio da variável independente, estimar valores da variável dependente.

Esta parte da tarefa constitui um momento privilegiado para apoiar os alunos no uso eficaz da calculadora gráfica, que é essencial nesta tarefa.

Na Parte II, os alunos em pequenos grupos exploram os restantes itens enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido colocando questões e apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir constrangimentos relacionados com o recurso à calculadora gráfica.



## Tarefa 8

### Jogadores de Futebol

#### A importância da análise de dados bivariados

A análise bivariada de dados é um método estatístico importante uma vez que permite determinar se duas variáveis quantitativas estão associadas linearmente e qual a intensidade dessa associação. Esta informação é muito importante em diferentes áreas como, por exemplo, na medicina, na economia e no marketing.

Eis algumas das razões que justificam a relevância da análise de dados bivariados:

- Ajuda a identificar tendências e padrões;
- Ajuda a estimar valores;
- Ajuda a tomada informada de decisões.

#### Parte I

#### Existe alguma associação linear entre o peso e a altura de uma pessoa?

Na tabela seguinte estão registados o peso (a variável peso representa a massa corporal) e a altura de alguns jogadores holandeses.

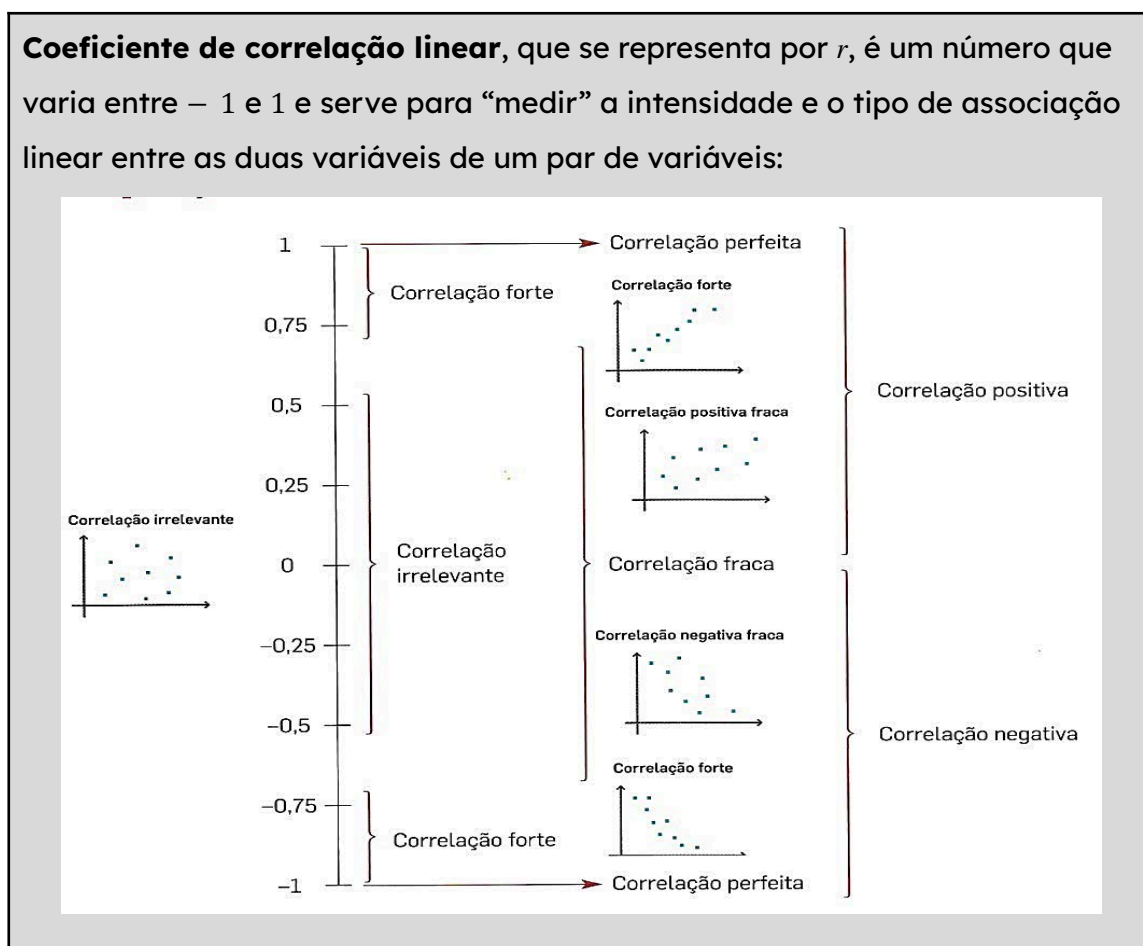
Jogador	Altura (cm)	Peso (kg)	Jogador	Altura (cm)	Peso (kg)
Jasper Cillessen	187	83	Virgil van Dijk	193	92
Nathan Aké	180	75	Tyrell Malacia	170	67
Daley Blind	180	72	Georginio Wijnaldum	173	74
Davey Klaassen	178	78	Donyell Mailen	175	68
Memphis Depay	176	78	Steven Berghuis	182	75
Xavi Simons	178	58	Marten de Roon	185	76



1. Constrói, com recurso à calculadora gráfica, um diagrama de dispersão com as variáveis **altura** (variável independente) e **peso** (variável dependente).
2. Sabendo que existe uma associação positiva entre as duas variáveis, pois à medida que o valor de uma delas aumenta, de um modo geral, o mesmo acontece com o valor da outra, justifica que existe uma associação positiva entre as variáveis altura e peso.
3. No diagrama de dispersão observa-se que a maioria dos pontos parece acompanhar uma reta (associação linear).

Determina, com recurso à calculadora gráfica, o **Coefficiente de Correlação Linear** e a equação da **Reta de Regressão**.

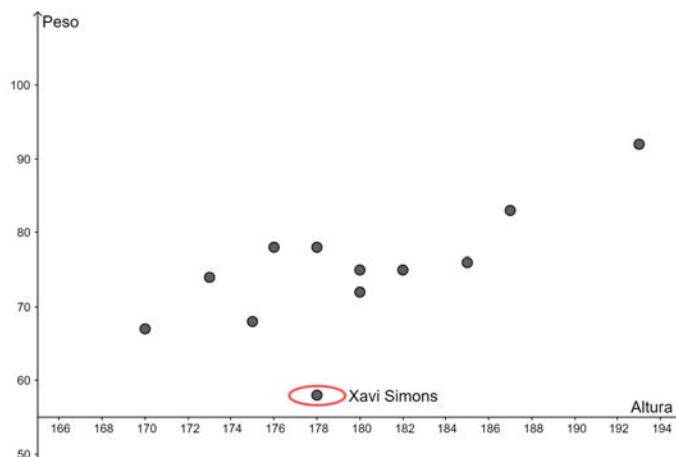
Nota: A **variável independente** é a altura e a **variável dependente** é o peso.



4. Classifica o tipo de correlação obtida.
5. Utiliza a reta de regressão obtida para estimar o peso do jogador Matthijs de Ligt cuja altura é 189 cm.



6. O peso real do Matthijs de Ligt é 89 kg. Compara este valor com o valor estimado e justifica a diferença entre eles.
7. Podemos usar a reta de regressão determinada anteriormente para estimar a altura sabendo o peso? Justifica a tua resposta.
8. Quando analisamos os dados anteriores e o respetivo diagrama de dispersão verificamos que o ponto (178, 58) correspondente ao jogador Xavi Simons, não se enquadra na tendência sugerida pelos restantes, ou seja, é um *outlier*.



- 8.1. Exclui agora os dados do jogador Xavi Simons e determina o coeficiente de correlação e a equação da reta de regressão com os restantes jogadores.
- 8.2. Compara o resultado obtido para o coeficiente de correlação com o que obtiveste anteriormente.



## Parte II

### 1. Relação entre o peso de uma espécie e o peso do seu cérebro.

Um grupo de biólogos de várias reservas naturais estão a estudar se existe alguma relação entre o peso de elemento de uma espécie e o peso do respetivo cérebro. Na tabela seguinte estão registados o peso (em kg) de 8 espécies diferentes e o peso (em g) dos respetivos cérebros. (Nota: por peso entenda-se a massa).

Espécie	$x$ - Peso (kg)	$y$ - Peso do cérebro (g)
Humano	75	1400
Golfinho	119,96	1535
Babuíno	9,88	155,44
Leão	142,82	240,60
Hipopótamo	1351	732
Baleia azul	58059	6800
Girafa	529	380
Elefante Africano	6654	5712

Os biólogos concluíram que a relação entre as duas variáveis  $x$  e  $y$  da tabela anterior é, aproximadamente, linear, sendo modelada pela reta de regressão de equação, escrita na forma

$$y = ax + b$$

- 1.1. Calcula o coeficiente de correlação e classifica a associação quanto ao tipo e à intensidade.
- 1.2. Estima o peso do cérebro do rinoceronte, sabendo que o seu peso médio é de 2 300 kg. Na tua resposta, utiliza os valores de  $a$  e de  $b$  com duas casas decimais.

Adaptado de um exame da Austrália  
(Victorian Certificate of Education, FURTHER MATHEMATICS, Written examination 1 November 2009)



## 2. Relação entre o tempo de esperança de vida de uma espécie e o tempo gasto a dormir

Um grupo de biólogos de várias reservas naturais está a estudar se existe alguma relação entre o tempo médio de esperança de vida de uma espécie (em anos) e o tempo gasto a dormir (em horas/dia). Na tabela seguinte estão registados o tempo médio de esperança de vida (em anos) de 8 espécies diferentes e o respetivo tempo gasto a dormir (em horas).

Espécie	$x$ - tempo de esperança de vida (anos)	$y$ - tempo gasto a dormir (horas/dia)
Vaca	30	4
Cabra	20	4
Babuíno	27	10
Porco da Índia	8	8
Cavalo	46	3
Ratazana	5	13
Macaco	29	10
Coelho	18	8

Os biólogos concluíram que a relação entre as duas variáveis  $x$  e  $y$  da tabela anterior é, aproximadamente linear, sendo modelada pela reta de regressão de equação, escrita na forma

$$y = ax + b$$

- 2.1. Calcula o coeficiente de correlação e classifica a associação quanto ao tipo e à intensidade.
- 2.2. Podes estimar o tempo gasto a dormir do homem, sabendo que o seu tempo médio de esperança de vida é 79 anos? Porquê? Se tentasses fazer, que valor irias obter?

Adaptado de um exame da Austrália  
(Victorian Certificate of Education, FURTHER MATHEMATICS, Written examination 1 November 2009)



### 3. Relação entre a temperatura mínima e o número de chamadas relativas a avarias de equipamento de aquecimento

Neste inverno, uma empresa que fornece equipamento de aquecimento a gás, registou durante 10 dias a temperatura mínima durante a noite (em graus Celsius) e o número de chamadas recebidas relativamente a avarias do equipamento de aquecimento a gás. A informação encontra-se registada na seguinte tabela:

$x$ - Temperatura mínima ( $^{\circ}\text{C}$ )	$y$ - número de chamadas
-0,5	34
0,5	37
3	35
3,5	22
6	19
8	21
8	16
8,5	15
10	14
11	11

- 3.1. Representa os dados num diagrama de dispersão. Existe alguma associação entre as variáveis? Se existe, indica qual.
- 3.2. Determina as coordenadas do centro de gravidade do diagrama de dispersão e representa-o no diagrama de dispersão.
- 3.3. Indica o coeficiente de correlação (arredondados às centésimas) e classifica a associação quanto ao tipo e à intensidade.
- 3.4. Estima o número de chamadas recebidas quando a temperatura mínima durante a noite foi de  $0^{\circ}\text{C}$ . Na tua resposta, utiliza os valores de  $a$  e de  $b$  com três casas decimais.

Adaptado de um exame da Austrália  
(Western Australian Certificate of Education Examination, 2015, MATHEMATICS 3A/3B Section Two:  
Calculator-assumed)



## TAREFA 9

### O quarteto curioso

#### Notas pedagógicas para a ação do professor

##### Resumo:

Esta tarefa tem como objetivo alertar os alunos para o facto de que a correlação não implica relação de causa-efeito.

O estudo dos Dados de Anscombe torna evidente a importância da análise prévia do diagrama de dispersão.

Há variáveis que aparentam estar relacionadas em consequência de fatores externos (variáveis perturbadoras) que as influenciam.

Existem variáveis que, num período de tempo limitado, aparentam estar correlacionadas absurdamente. As correlações espúrias são um momento privilegiado para desenvolver o espírito crítico dos alunos.

**Conhecimentos prévios dos alunos:** Diagrama de dispersão, regressão linear e coeficiente de correlação.

**Materiais e recursos:** Calculadora gráfica e Goegebra.

##### Notas e sugestões:

Esta tarefa deverá ser resolvida em grupo.

Na Parte I, caso existam constrangimentos de tempo, sugere-se distribuir cada conjunto de dados pelos diferentes grupos que deverão resolver os 2 primeiros itens e apresentar aos colegas os resultados obtidos.

Seguidamente cada grupo responderá ao 3.º item.

Para concluir a Parte I discutir-se-ão as conclusões de cada grupo no grupo turma.

Nas Partes II e III os alunos deverão refletir sobre cada uma das situações apresentadas.

Segue-se um debate, envolvendo toda a turma, para clarificar os conceitos envolvidos.





## TAREFA 9

### O quarteto curioso

#### Parte I

#### Dados de Anscombe

O estatístico Francis Anscombe construiu quatro conjuntos de dados (**dados de Anscombe**).

Conjunto 1		Conjunto 2		Conjunto 3		Conjunto 4	
$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
10	8,04	10	9,14	10	7,46	8	6,58
8	6,95	8	8,14	8	6,77	8	5,76
13	7,58	13	8,74	13	12,74	8	7,71
9	8,81	9	8,77	9	7,11	8	8,84
11	8,33	11	9,26	11	7,81	8	8,47
14	9,96	14	8,1	14	8,84	8	7,04
6	7,24	6	6,13	6	6,08	8	5,25
4	4,26	4	3,1	4	5,39	19	12,5
12	10,84	12	9,13	12	8,15	8	5,56
7	4,82	7	7,26	7	6,42	8	7,91
5	5,68	5	4,74	5	5,73	8	6,89

1. Constrói o diagrama de dispersão para cada um dos conjuntos de dados.  
Parece-te razoável usar a correlação linear para descrever todos os casos?
2. Completa a tabela com os valores da média, desvio-padrão, coeficiente de correlação linear e com a equação reduzida da reta de regressão linear.

Medida estatística	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4
$\bar{x}$				
$\sigma_x$				
$\bar{y}$				
$\sigma_y$				
$r$				
Reta de regressão				



3. Comenta a afirmação: “Os dados de Anscombe evidenciam a importância de representar os dados num diagrama de dispersão antes de proceder ao cálculo do coeficiente de correlação e à obtenção da reta de regressão”.

## Parte II

### Correlação não é o mesmo que relação causa-efeito

#### Variáveis perturbadoras

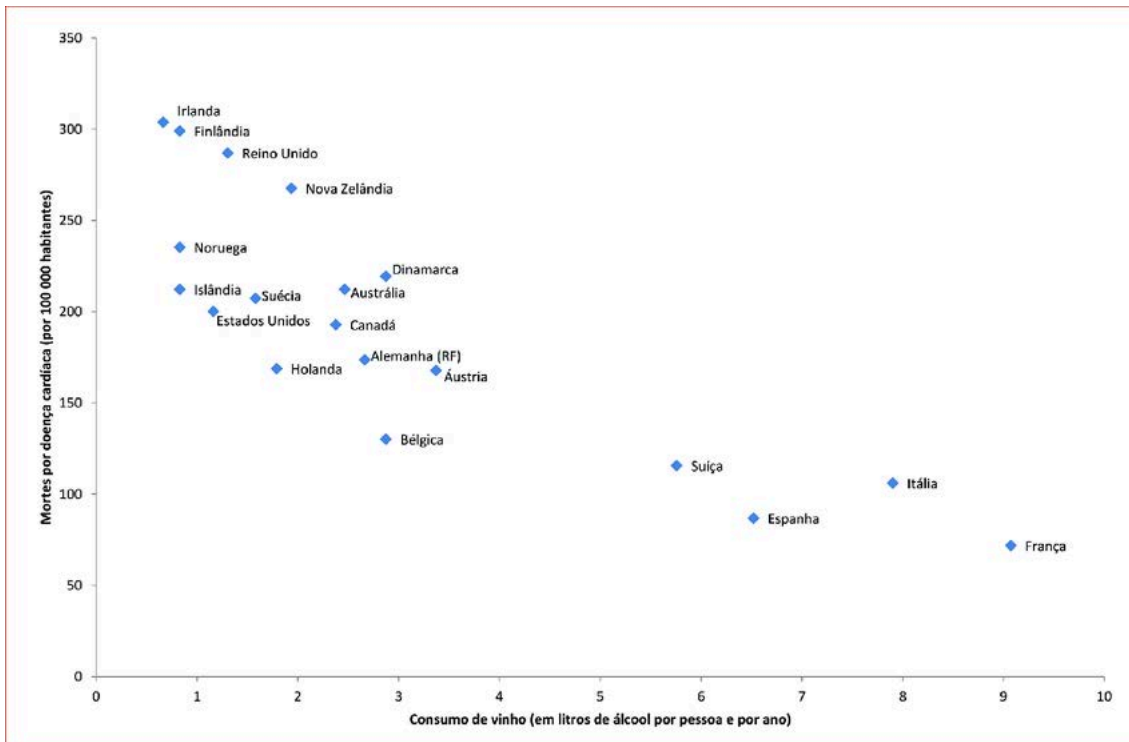
1. O sociólogo Baptiste Coulmont tem trabalhado sobre a sociologia dos nomes próprios (Projet mentions (coulmont.com)). Quando comparou os nomes dos alunos e os seus resultados no exame nacional, verificou que alunos com determinados nomes obtinham mais frequentemente bons resultados escolares!

Nomes próprios femininos	Frequência da menção de Muito Bom	Nomes próprios masculinos	Frequência da menção de Muito Bom
Josephine	34,6 %	Clemence	23,1 %
Adele	33,0 %	Gaspard	21,8 %
Anouk	32,1 %	Olivier	21,5 %
Assia	5,0 %	Jordan	3,9 %
Amine	5,7 %	Mohamed	4,3 %
Sofiane	5,2 %	Dylan	4,8 %

Será que os pais franceses deveriam dar determinados nomes aos filhos de modo a que obtivessem melhores resultados escolares? Será que o nome próprio afeta diretamente os resultados escolares? Justifica a tua resposta.



2. Pere Grima na sua obra *Os Segredos da Estatística: A certeza absoluta e outras ficções* publicada pela National Geographic em 2018 dá o seguinte exemplo: “Em 28 de Dezembro de 1994, o jornal *The New York Times* publicou um artigo sobre os possíveis efeitos para a saúde do consumo moderado de vinho, que incluía uma tabela com o consumo médio de vinho, em litros por pessoa e por ano, e o mortes por cem mil habitantes, por doenças cardíacas, num conjunto de 21 países. A imagem seguinte é uma [representação gráfica](#) desses dados:



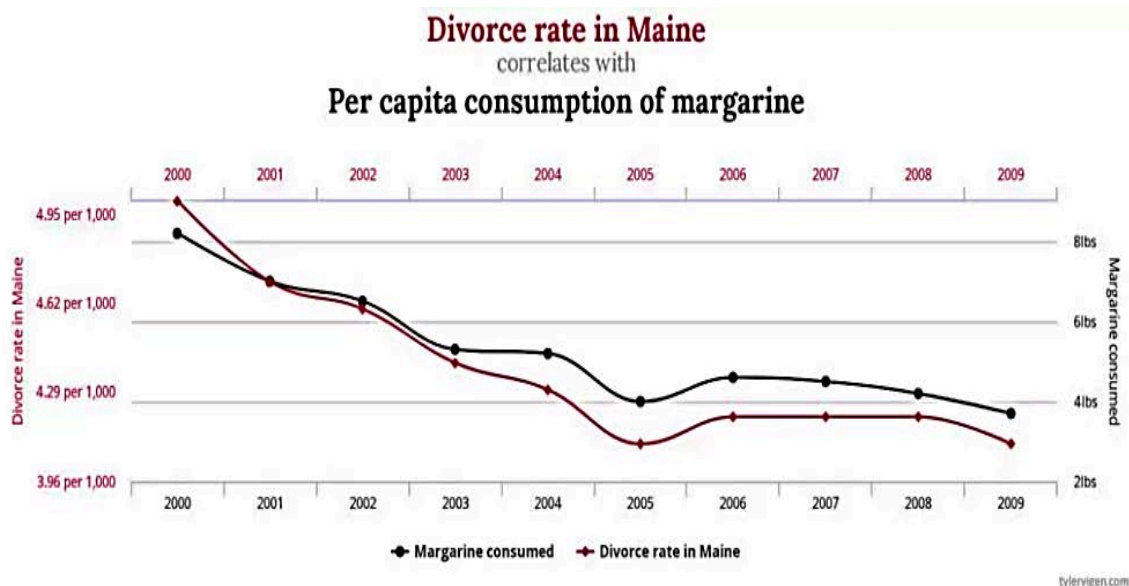
No diagrama de dispersão, os dados parecem ter uma associação linear negativa, ou seja, o número de mortes por doença cardíaca diminui com o aumento do consumo do vinho. Concordas com esta conclusão ou será que existem outros fatores que influenciam este resultado?



### Parte III

#### Correlações espúrias

1. No [gráfico seguinte](#) podes observar uma correlação quase perfeita (99%) entre as variáveis “Taxa de divórcio em Maine” e “consumo per capita de margarina”.



Como podes observar podem-se obter correlações altíssimas, sem qualquer significado. Que fatores podem ter estado na base da identificação de uma correlação forte entre estas variáveis?

2. Faz uma pequena pesquisa e encontra outros exemplos de correlações espúrias.

