FUNÇÕES

Matemática B
10.º ano

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2023/2024

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas das turmas piloto - Funções (Matemática B - 10.º ano)

Autoria e adaptação:
Professores das turmas piloto de Matemática B

Revisão:
Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

Imagem da capa:
Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/pt-br/foto/grupo-de-pessoas-assistindo-no-laptop-1595385/

Data:
Lisboa, julho de 2024

Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.°, 11.° e 12.° anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:
Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

TEMA - FUNÇÕES

Aulas (50 min)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
2	Tarefa 1 Drone	**Funções** Generalidades acerca de funções	• Identificar gráfico e a representação gráfica de uma função; usar o teste da reta vertical. • Determinar pontos notáveis tendo por base a representação gráfica de funções. • Monotonia.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Comunicação matemática • Organização do trabalho dos alunos • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • É confiante, resiliente e persistente (F)
3	Tarefa 2 Carro anfíbio	**Funções** Generalidades acerca de funções	• Identificar gráfico e a representação gráfica de uma função. • Determinar o domínio e o contradomínio de funções definidas em intervalos reais ou união finita de intervalos reais. • Determinar pontos notáveis tendo por base a representação gráfica de funções (interseções com os eixos coordenados, extremidades dos intervalos do domínio, máximos e mínimos). • Construir tabelas de variação de sinal e de monotonia.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Comunicação matemática • Organização do trabalho dos alunos • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • É confiante, resiliente e persistente (F)

3	Tarefa 3 Temperatura no Texas	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3	• Estudar intuitivamente propriedades (domínio, contradomínio, pontos notáveis e monotonia) de uma função afim. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à tecnologia • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
4	Tarefa 4 *La Masía Freixa*	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3	• Estudar intuitivamente propriedades (domínio, contradomínio, pontos notáveis, monotonia e extremos) de uma função quadrática. • Conhecer a fórmula resolvente para resolver equações do 2.º grau. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas. • Resolver problemas simples de modelação matemática, no contexto da vida real, que envolvam funções polinomiais e funções com radicais quadráticos e cúbicos.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à tecnologia • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema e para estudar os efeitos das variáveis (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
3	Tarefa 5 Caixas para a festa	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3	• Estudar intuitivamente propriedades (domínio, contradomínio, pontos notáveis, monotonia e extremos) de uma função polinomial de grau 3. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas. • Resolver problemas simples de modelação matemática, no contexto da vida real, que envolvam funções polinomiais e funções com radicais quadráticos e cúbicos.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à tecnologia • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema e para estudar os efeitos das variáveis (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

3	Tarefa 6 Alterações no gráfico de uma função	**Funções polinomiais** Funções polinomiais de grau não superior a 3	• Interpretar e prever as alterações no gráfico de uma função $f(x)+a$, $f(x+b)$ e $-f(x)$, com $a, b \in \mathbb{R}$ a partir do gráfico de uma função $f(x)$, e descrever o resultado com recurso à linguagem das transformações geométricas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Comunicação matemática • Recurso sistemático à tecnologia	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição (D) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
4	Tarefa 7 Graus *Fahrenheit* e graus *Celsius*	**Funções inversas** Generalidades	• Identificar funções invertíveis e não invertíveis: usar o “teste da reta horizontal”. • Conhecer e interpretar a relação entre o domínio e contradomínio de funções inversas e a simetria das suas representações gráficas relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Comunicação matemática • Organização do trabalho dos alunos	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema e para estudar os efeitos das variáveis (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
4	Tarefa 8 Rosa Florista	**Funções Inversas** Função raiz quadrada e raiz cúbica **Modelação com funções**	• Conhecer e interpretar a relação entre o domínio e o contradomínio de funções inversas e a simetria das suas representações gráficas relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. • Estudar intuitivamente, com auxílio da tecnologia gráfica, o comportamento de funções com radicais quadráticos e radicais cúbicos. • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à tecnologia	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema e para estudar os efeitos das variáveis (C) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

4	Tarefa 9 *Dalí*	**Funções Inversas** Função raiz quadrada e raiz cúbica **Modelação com funções**	• Conhecer e interpretar a relação entre o domínio e o contradomínio de funções inversas e a simetria das suas representações gráficas relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. • Estudar intuitivamente, com auxílio da tecnologia gráfica, o comportamento de funções com radicais quadráticos e radicais cúbicos. • Interpretar e prever as alterações no gráfico de uma função $f(x)+a$, $f(x+b)$ e $-f(x)$, com $a, b \in \mathbb{R}$ a partir do gráfico de uma função $f(x)$, e descrever o resultado com recurso à linguagem das transformações geométricas • Utilizar métodos gráficos para resolver equações e inequações, no contexto da resolução de problemas. • Resolver problemas simples de modelação matemática, no contexto da vida real, que envolvam funções polinomiais e funções com radicais quadráticos e cúbicos.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Recurso sistemático à tecnologia	• Compreende, interpreta e comunica, utilizando linguagem matemática (A) • Apresenta e explica conceitos e ideias em grupos (B) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição. (D) • É confiante, resiliente e persistente (F) • Trabalha com recurso a instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

Tarefa 1

Drone

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Pretende-se que os alunos interpretem representações gráficas em contexto real, analisem correspondências e identifiquem, com recurso ao teste da reta vertical, as que representam funções.
Recorda-se também o conceito de variável independente e de variável dependente.

Conhecimentos prévios dos alunos: Interpretação de representações gráficas.

Materiais e recursos: Vídeo e material de escrita.

Notas e sugestões:
No início da aula, o professor deve distribuir o enunciado da tarefa. Os alunos poderão resolver individualmente ou em pequeno grupo.
No final de cada parte da tarefa (I, II e III), a discussão deverá ser alargada a toda a turma de modo a corrigir/esclarecer alguma questão que surja e a consolidar alguns conceitos trabalhados em anos anteriores.
A parte IV poderá ser realizada em trabalho autónomo fora da sala de aula.
Poderá ser sugerido que revisitem o que aprenderam em anos anteriores acerca de funções, recorrendo por exemplo aos vídeos:

- O que é uma função
- Variáveis dependentes e independentes
- Função: formas de representar

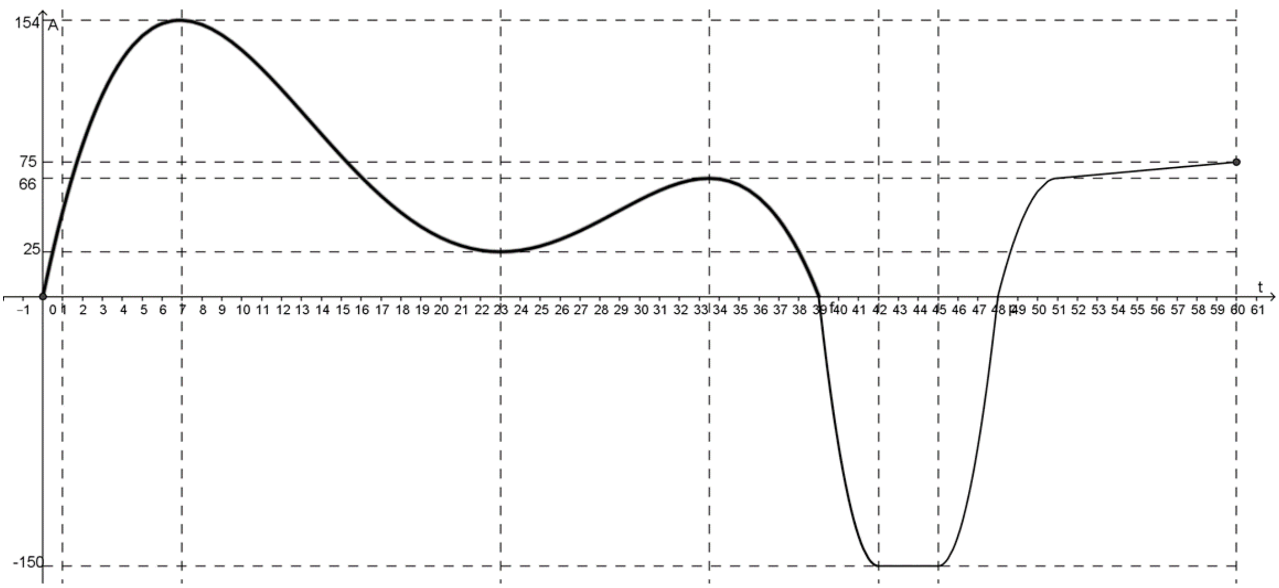
Tarefa 1

Drone

Parte I

O Nuno está na varanda do quarto a brincar com o seu drone. No final, estendeu o braço e agarrou-o.

A representação gráfica da figura seguinte apresenta a altura, em centímetros, a que o drone se encontra relativamente ao parapeito da varanda em função do tempo decorrido, em segundos.



1. Qual é o tempo, em segundos, que o Nuno esteve a brincar com o drone?
2. Relativamente ao parapeito da varanda, qual foi a altura máxima alcançada pelo drone? E qual foi a altura mínima?
3. Durante quanto tempo esteve o drone acima do parapeito antes de descer abaixo deste?
4. Durante quanto tempo esteve o drone abaixo do parapeito?
5. Durante quanto tempo esteve o drone a uma altura superior a 0,75 metros em relação ao parapeito da varanda?
6. Quantas vezes esteve o drone a 66 cm de altura acima do parapeito da varanda?

7. Escreve os intervalos de tempo em que a altura a que se encontrava o drone aumentou.

8. Existe algum intervalo de tempo em que o drone tenha mantido uma altura constante? Justifica.

9. Escreve os intervalos de tempo em que a altura a que se encontrava o drone diminuiu.

10. A representação gráfica corresponde a uma função? Justifica. Em caso afirmativo, qual é a variável independente e a variável dependente.

> **Atenção:** nem todas as correspondências são funções. Quando temos representações gráficas a identificação de funções é facilitada pelo **Teste da reta vertical**: um gráfico não representa uma função se houver alguma reta vertical que o intersete em mais do que um ponto.

Parte II

1. A figura apresenta o teclado do telemóvel da Maria.

   Nota: As teclas dão acesso a algarismos e a letras.

   Considera as seguintes correspondências:

   I. a cada número (de 2 a 9) associa as letras da tecla correspondente;

   II. a cada letra faz corresponder o número da respetiva tecla.

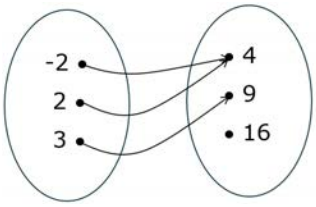
1.1. Representa através de uma tabela/diagrama sagital as correspondências.

1.2. A correspondência **I.** é uma função? Explica a tua resposta.

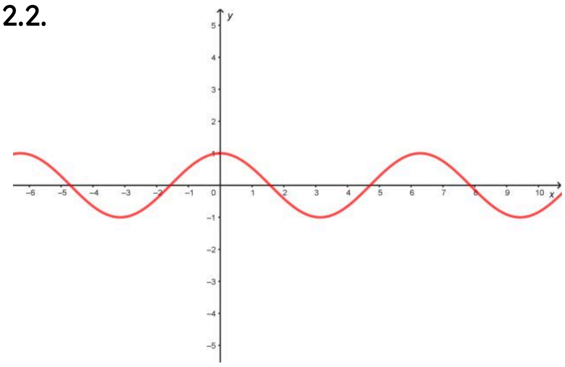
1.3. A correspondência **II.** é função? Explica a tua resposta.

2. Quais as correspondências que representam funções? Justifica porque não seleccionaste as restantes?

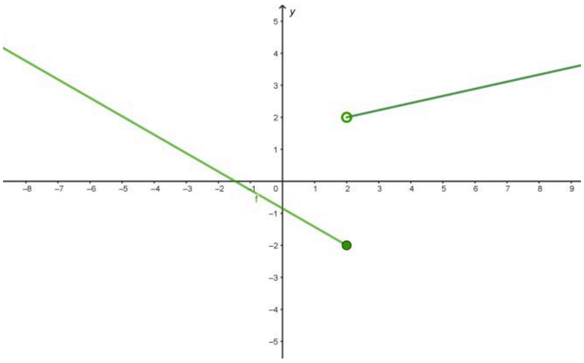
2.1.



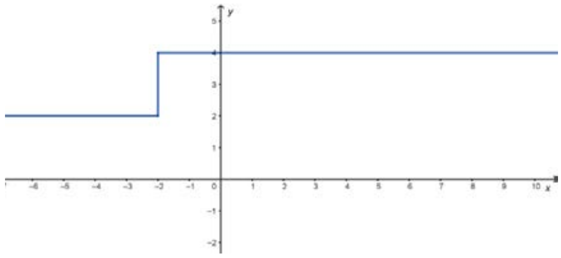
2.2.



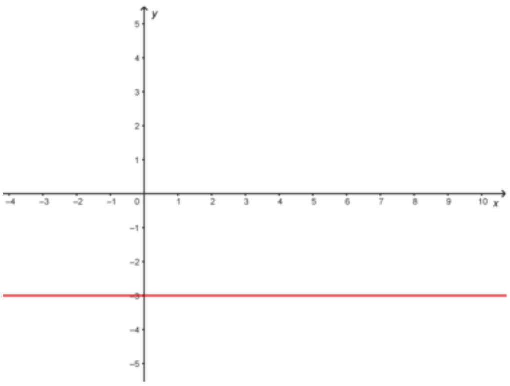
2.3.



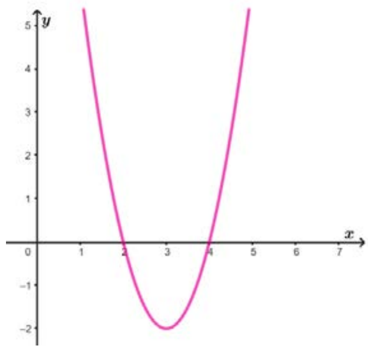
2.4.



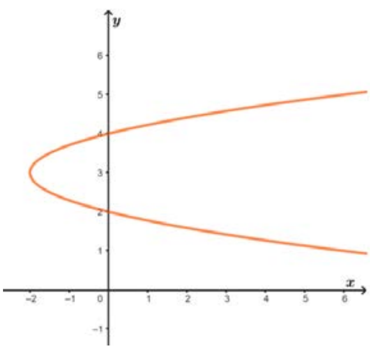
2.5.



2.6.



2.7.



Parte III

1. O Luís resolveu dar uma volta de mota. Saiu de casa, parou a meio do caminho para ir à livraria escolher um livro, e no regresso a casa, para apreciar a paisagem, andou com uma velocidade mais reduzida.
   Qual é o gráfico que pode descrever **a relação entre o tempo decorrido** e **a respetiva distância a casa**, e explica as razões que te levam a rejeitar os outros três gráficos.

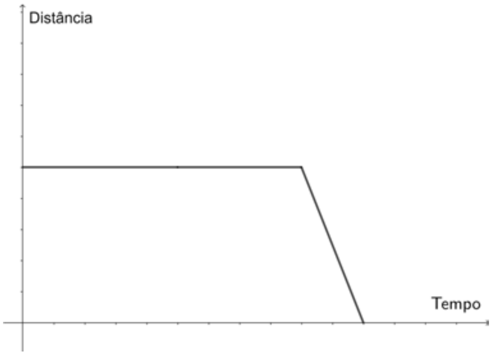


Gráfico A

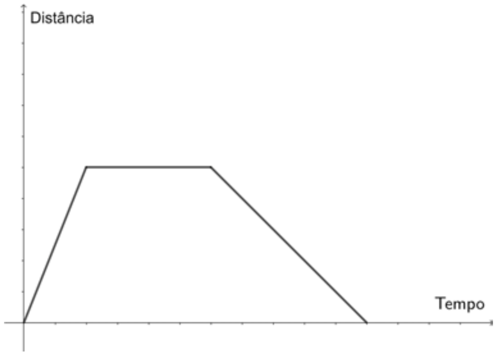


Gráfico B

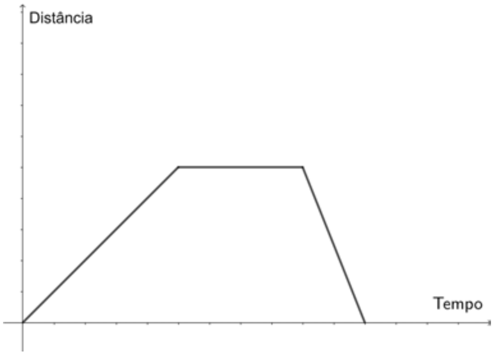


Gráfico C

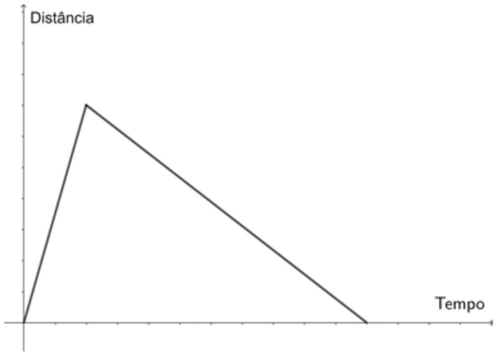
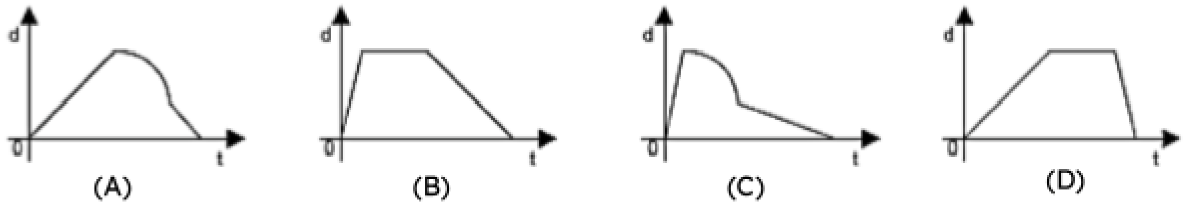


Gráfico D

Adaptado do teste intermédio de Matemática 8.ºano, 2011

2. Quando chegou a casa, o Luís foi passear o seu cão, o Nilo. Durante o passeio encontrou uma amiga e decidiram ir tomar um café, numa esplanada, de modo a colocar a conversa em dia. Para falar mais à vontade, prendeu a trela do Nilo num poste.
   O Nilo afastou-se do poste até a trela ficar esticada e de seguida, e sempre com a trela esticada, descreveu um arco de circunferência em torno do poste, por fim aproximou-se vagarosamente deste, quando o Luís o chamou.

Qual dos seguintes gráficos pode representar a distância da coleira do Nilo ao poste? Justifica porque é que os gráficos restantes não se adequam.



Parte IV

Consulta uma ementa de um restaurante e estabelece uma correspondência entre elementos da ementa de modo a representar uma função.

Tarefa 2

Carro anfíbio

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é iniciar o estudo das generalidades acerca de funções: domínio, contradomínio, interseção com os eixos coordenados, máximos e mínimos, tabelas de variação de sinal e tabelas de monotonia.

Conhecimentos prévios dos alunos: Noção de função, domínio, contradomínio e leitura e interpretação de representações gráficas.

Materiais e recursos: Material de escrita.

Notas e sugestões:

Poderá ser necessário que o professor resolva a Parte I em grande grupo de modo a facilitar a apropriação dos conceitos.

Na Parte II da tarefa, o professor deve propor a sua resolução em pequenos grupos, autonomamente, enquanto acompanha o trabalho desenvolvido.

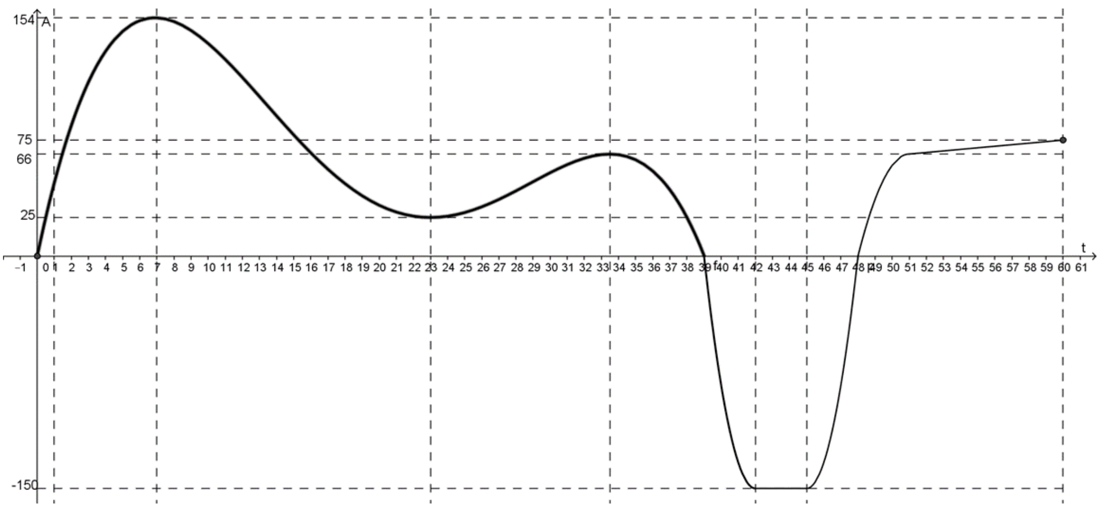
O 2.º item da Parte II poderá causar mais dificuldades aos alunos, uma vez que o domínio e o contradomínio da função resultam da união de intervalos reais.

Tarefa 2

Carro anfíbio

Parte I

O Nuno está na varanda do quarto a brincar com o seu drone.
No final, estendeu o braço e agarrou-o.
A representação gráfica da figura seguinte apresenta a altura a que o drone se encontra relativamente ao parapeito da varanda em função do tempo, durante 60 segundos. A altura, A, está expressa em centímetros e o tempo, t, em segundos.



1. Qual é o domínio da função?

2. Qual é o contradomínio da função?

3. Sabendo que o zero de uma função é o objeto cuja imagem é igual a zero, quais são os zeros desta função.

4. Uma função é positiva quando os objetos têm imagens positivas e é negativa quando os objetos têm imagens negativas. De acordo com esta informação, a tabela, denominada por tabela de variação de sinal, encontra-se parcialmente preenchida. Completa-a.

t	0		39		48		60
$A(t)$	0	+					

5. Após completares o preenchimento da tabela anterior, escreve os intervalos do domínio onde a função é positiva e os intervalos onde é negativa.

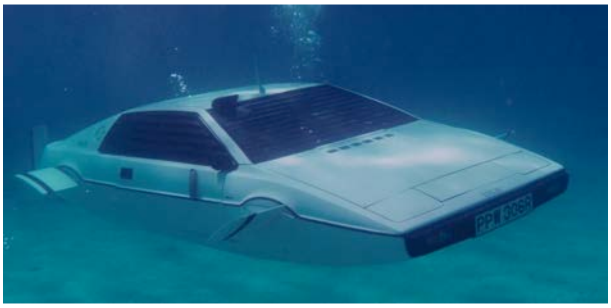
6. Para estudar a monotonia de uma função (crescente, decrescente e constante) podemos utilizar uma tabela de monotonia como a que a seguir se apresenta parcialmente preenchida. Completa-a.

t	0		7		23		33,5		42		45		60
$A(t)$	0	$\nearrow$											

7. Após o preenchimento da tabela anterior, escreve os intervalos de monotonia da função (intervalos do domínio onde a função é crescente, decrescente e constante).

Parte II

1. Em 1977 no filme do James Bond, "*The spy who loved me*", foi apresentado um carro anfíbio - *[Lotus Esprit S1]* - que, ao entrar na água, se transformava num submarino.



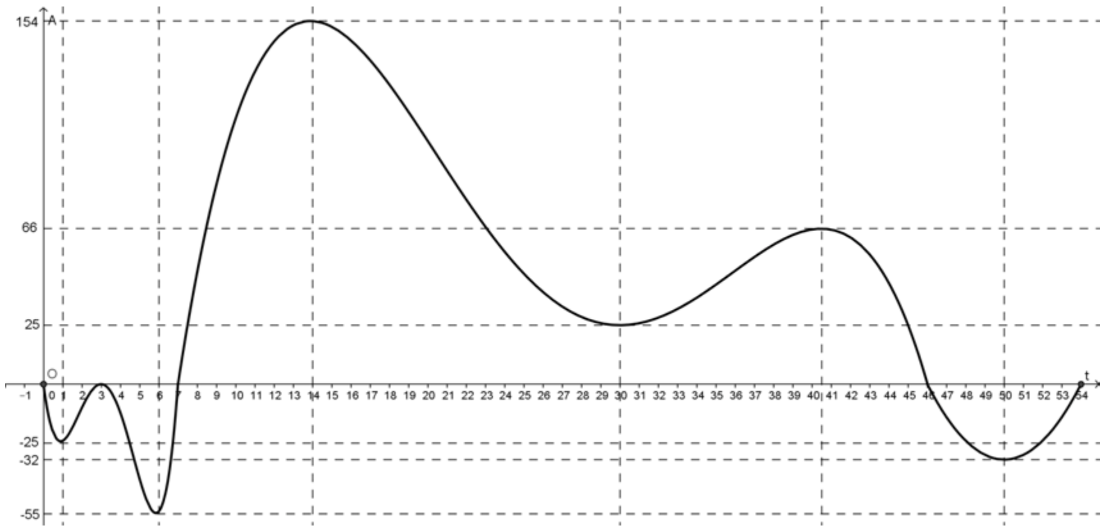
A Leonor, o António, a Maria e o Gonçalo, estudantes de engenharia mecânica resolveram recriar este carro icónico. Para testar as características anfíbias do carro, aproveitaram para dar um passeio na Barragem do Alqueva.

A representação gráfica seguinte refere-se ao teste efetuado que contempla três fases:

- 1.ª fase - percurso aquático
- 2.ª fase - percurso terrestre
- 3.ª fase - percurso aquático

O percurso começa na margem. Durante o 1.º percurso aquático (1.ª fase), o carro sobe para evitar um obstáculo.
A 2.ª fase serviu para verificar se a qualidade de desempenho terrestre do carro não se alterou. No regresso (3.ª fase) voltaram a fazer uma pequena viagem subaquática.

A representação gráfica seguinte relaciona a altitude/profundidade, A, em metros, do carro anfíbio durante o teste, em função do tempo t, em minutos.



1.1. Determina, após o início do teste, ao fim de quanto tempo o carro anfíbio tem de subir para evitar o obstáculo?

1.2. Determina o tempo que durou a 1.ª fase.

1.3. Qual foi a profundidade máxima atingida pelo automóvel?

1.4. Qual foi a altitude máxima atingida pelo automóvel?

1.5. Determina o tempo que dura o percurso terrestre (2.ª fase).

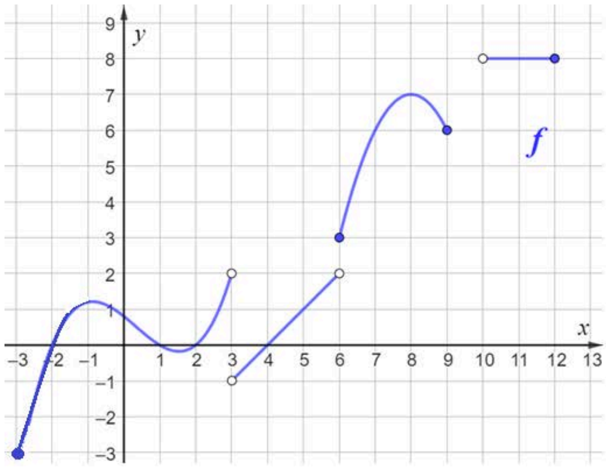
1.6. Determina o tempo que durou o teste?

1.7. Escreve o domínio e o contradomínio da função, e interpreta-os no contexto da situação descrita.

1.8. Elabora uma tabela de variação de sinal da função, e interpreta-a no contexto da situação descrita.

1.9. Elabora uma tabela de monotonia da função, e interpreta-a no contexto da situação descrita.

2. Na figura seguinte está representada graficamente a função f.



2.1. Escreve o domínio e o contradomínio de f.

2.2. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $f(-\ 3)$ não existe e $f(6)\ =\ 3$;

(B) $f(-\ 3)\ <\ 0$ e $f(6)\ =\ 2$;

(C) $f(-\ 3)\ <\ 0$ e $f(6)\ =\ 3$;

(D) $f(-\ 3)\ <\ 0$ e $f(6)\ =\ 9$.

Tarefa 3

Temperatura no Texas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos apliquem conceitos anteriores, agora no estudo da função afim, promovendo-se também práticas do pensamento computacional.

Conhecimentos prévios dos alunos: Generalidades acerca de funções, função afim e resolução de equações do 1.º grau.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica ou outro dispositivo com *Python*.

Notas e sugestões:

No início da aula, o professor deve organizar os alunos em pequenos grupos para resolverem os diversos itens da tarefa.

O professor deve ir solicitando que os alunos participem oralmente e respondam aos itens, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades relativamente à interpretação do enunciado e dos conceitos envolvidos nos itens apresentados.

Igualmente, poderão surgir também dificuldades na alteração do programa em *Python*, nomeadamente em termos da necessidade de isolar a variável e na resolução da equação literal.

Tarefa 3

Temperatura no Texas

Parte I

O AG é um estudante norte americano do ensino secundário que se encontra temporariamente numa escola portuguesa, ao abrigo do programa AFS de intercâmbio internacional de estudantes.

Numa das videoconferências que fez com os pais que se encontram no Texas disse-lhes que a temperatura máxima esta semana, em Portugal, seria de 18^0. A mãe ficou muito preocupada e disse-lhe para comprar roupa muito quente!
Apesar de inicialmente ter ficado muito surpreendido com o que a mãe disse, o AG rapidamente percebeu que não tinha dito as unidades de temperatura, nem tinha feito a conversão para *Fahrenheit* (F), unidade utilizada nos EUA.

Então disse à mãe que a temperatura seria de 64^0F, o que a deixou muito aliviada pois era a temperatura desse dia em Austin.

Os colegas de turma, ao conhecerem esta história resolveram procurar uma fórmula que permite a conversão de graus *Fahrenheit* (^0F) em graus Celsius (^0C), e encontraram:

$$f = c \times \frac{9}{5}95 + 32$$

O Manuel, colega do AG, disse que se substituíssem na fórmula, f por x e c por y seria a equação de uma reta como tinham estudado em Matemática: $y = \frac{9}{5}x + 32$.

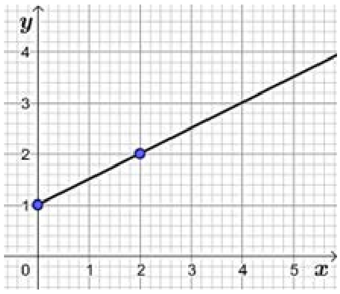
1. Utiliza a fórmula encontrada e determina a temperatura em ^0C que corresponde a 75^0F.
2. No contexto do problema, a que corresponde 32^0F?
3. Recorrendo à calculadora gráfica, visualiza a representação gráfica da função e faz o seu esboço no teu caderno.
4. Determina o(s) zero(s) desta função.
5. Constrói uma tabela de variação de sinal da função e interpreta o que obtiveste no contexto da situação.
6. Constrói uma tabela de monotonia da função e interpreta o que obtiveste no contexto da situação.

7. A Inês, que ficou a gostar muito de programar em *Python*, apresentou aos colegas o programa que fez na sua calculadora gráfica:

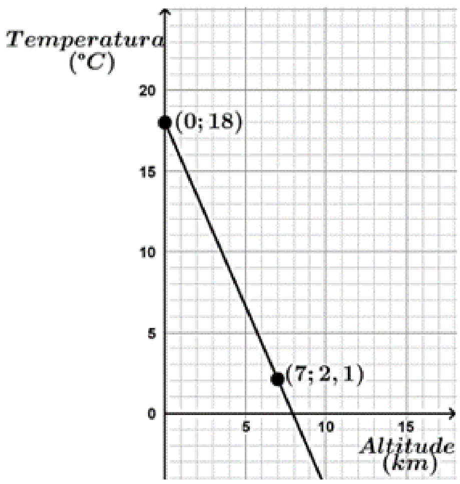
```
c=float(input('Temp Celsius '))
f=c*(9/5)+32
print('Temp Fahrenheit',f)
```

8. Insere e faz correr este programa na tua calculadora e explica, em linguagem corrente, o que o programa faz.
9. Adapta este programa para converter ${}^0F$ em ${}^0C$.

Parte II



1. Na figura ao lado está representado o gráfico da função que relaciona a altura y, em metros, de uma bandeira, x segundos após começar a ser hasteada. Tal como a figura sugere, o ponto de coordenadas $(2, 2)$ pertence ao gráfico da função.
   1.1. Determina o declive. Interpreta no contexto da situação o valor que obtiveste.
   1.2. Escreve uma expressão algébrica que represente esta função.
   1.3. Qual é a altura a que se encontra a bandeira decorridos 8 segundos?



2. Um balão atmosférico está equipado com diversos sensores. Um desses equipamentos recolhe dados sobre a temperatura atmosférica relativamente à altitude a que se encontra o balão. O gráfico da figura ao lado representa a função que relaciona a temperatura (em graus Celsius) e a altitude (em km).
   2.1. Determina o declive e interpreta o seu valor no contexto da situação.
   2.2. Escreve uma expressão algébrica que represente esta função.
   2.3. Qual é o valor da temperatura ao nível do mar?

Tarefa 4

La Masía Freixa

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos apliquem, a partir do que já aprenderam sobre a regressão linear, a regressão quadrática, de modo a alargarem o estudo da função quadrática, a funções do tipo $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Também é introduzida a fórmula resolvente para a resolução de equações do 2.º grau completas .

Conhecimentos prévios dos alunos: Regressão linear, generalidades acerca de funções, função quadrática do tipo $y = ax^2, a \neq 0$.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas e sugestões:

O professor deve iniciar a aula questionando os alunos sobre os conhecimentos prévios acerca da função quadrática.

Relativamente à parte I da tarefa, os alunos, em grupo ou a pares, resolvem o 1.º item e o 2.º item poderá ser realizado, fora da sala de aula, como trabalho autónomo.

Na Parte II da tarefa, os alunos devem trabalhar em pequeno grupo. O professor deve solicitar que os alunos participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades relativamente à interpretação do enunciado..

Sugere-se que os alunos revisitem o que trabalharam em anos anteriores sobre funções, recorrendo por exemplo, aos vídeos: Representação gráfica da função, Influência do parâmetro , bem como à apliqueta do Geogebra f(x)=ax^2.

Tarefa 4

La Masía Freixa

Parte I

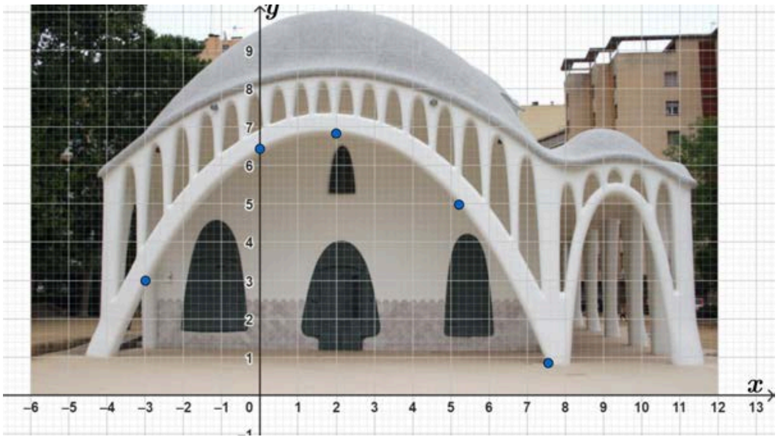
A Ana numa viagem à Catalunha visitou o Parque Saint Jordi onde está situado *La Masía Freixa*, um edifício do arquiteto Lluís Muncunill de inspiração gaudiana (do arquiteto catalão Antoni Gaudí 1852-1926).

(fonte: https://www.flickr.com/photos/maticallone/35305963945)

Os arcos têm o formato de parábolas, gráficos de funções quadráticas, que a Ana tinha estudado em Matemática no 9.ºano. Resolveu encontrar o modelo matemático que permitisse obter esta representação gráfica.

Para isso, recorreu ao Geogebra para obter coordenadas de alguns pontos, após escolher um referencial definido sobre uma fotografia do edifício.

Com as coordenadas desses pontos, recorrendo à regressão quadrática, obteve o modelo matemático.



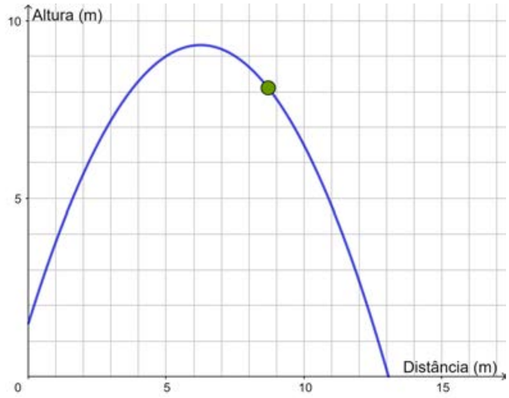
x	y_1
-3	3
0	6.43
2	6.83
5.22	4.94
7.56	0.85

1. Recorre à calculadora gráfica ou ao Geogebra, para obteres o modelo que a Ana encontrou e regista o modelo que encontraste.

2. À semelhança da Ana podes identificar situações do dia-a-dia em que se observa curvas que parecem ter a configuração de parábolas. Fotografa uma delas e encontra o modelo que melhor se ajusta.

Parte II

A trajetória descrita pela bola do tenista Carlos Alcaraz, numa jogada de Lob (jogada de defesa) realizada no *USOpen* 2023 está representada na figura ao lado. Admite que f é a distância, em metros, da bola ao solo, no momento em que a sua projeção no solo se encontra a x metros do local onde foi batida pelo tenista.



A trajetória da bola é modelada pela função f :

$$f(x) = -0,2x^2 + 2,5x + 1,5$$

1. Recorrendo à calculadora gráfica, faz um esboço da representação gráfica desta função e verifica se se assemelha com o esboço apresentado, enquadrando-a no contexto do problema.
2. Determina a que altura do solo a bola estava, no momento em que foi batida pelo tenista Carlos Alcaraz.
3. Qual foi a altura máxima atingida pela bola na sua trajetória? Qual é o valor de x correspondente?
4. Determina o(s) zero(s) da função e interpreta-o(s) no contexto da situação apresentada. Apresenta o(s) resultado(s) em metros, com aproximação às milésimas.
5. No contexto da situação, indica o domínio e o contradomínio da função e o que representam.
6. Determina o valor de $f(8)$ e interpreta o resultado no contexto da situação apresentada.
7. Determina, graficamente, o intervalo do domínio em que a bola esteve a uma altura do solo não inferior a 7 metros. Apresenta os extremos do intervalo em metros, arredondados às centésimas.
8. Resolve graficamente a equação $f(x) = 5$, e interpreta as soluções no contexto da situação. Apresenta o resultado em metros, com aproximação às milésimas.

Para resolver analiticamente equações do 2.º grau completas, podes utilizar a fórmula resolvente (Fórmula de *Bhaskara*).

Fórmula Resolvente

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Podes percorrer as seguintes etapas:

I. Escrever todos os termos no primeiro membro da equação e simplificá-la.
II. Escrever os coeficientes de cada termo da equação: a, b e c .
III. Substituir os coeficientes da fórmula obtidos em I.
IV. Efetuar os cálculos.

9. Resolve, analiticamente, a equação $f(x) = 5 \Leftrightarrow -\ 0,2x^2 + 2,5x + 1,5 = 5$, utilizando a fórmula resolvente. Verifica se obtiveste as mesmas soluções da questão **8**.

TAREFA 5

Caixas para a festa

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos façam o estudo da função cúbica, recorrendo ao uso de tecnologia.

Conhecimentos prévios dos alunos: Volume de prismas e generalidades acerca de funções.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica e telemóvel/computador.

Notas e sugestões:

No início da tarefa deverá recorrer-se à apliqueta do geogebra para facilitar a visualização da construção da caixa.

Os alunos deverão ser organizados em pequenos grupos para resolverem a tarefa autonomamente.

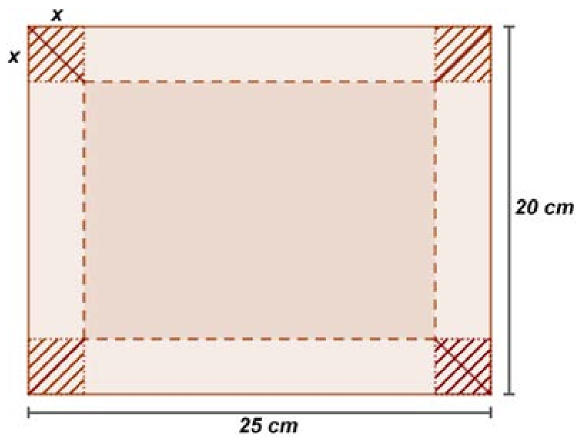
O professor deve solicitar que os alunos participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Poderão surgir dificuldades relativamente à leitura e interpretação dos enunciados, na explicação de raciocínios e na sintetização das principais ideias.

TAREFA 5

Caixas para a festa

Parte I



Os alunos do 10.º ano da Escola Básica e Secundária de S. Roque do Pico resolveram organizar uma festa para angariar verbas para as visitas de estudo que iriam realizar durante o ano letivo. Para colocar alimentos nas mesas vão fazer caixas, sem tampa, utilizando cartolinas $20cm \times 25\ cm$, como mostra a imagem ao lado, oferecidas por uma empresa gráfica. Explora a apliqueta Caixa para observares a construção da caixa.

1. Determina o volume de uma caixa quando $x = 3\ cm$.
2. Escreve uma expressão algébrica que permita calcular o volume da caixa, V, em função do valor de x.
3. Visualiza na calculadora a representação gráfica da função V e regista para o teu caderno a representação obtida. Utiliza a seguinte janela de visualização:

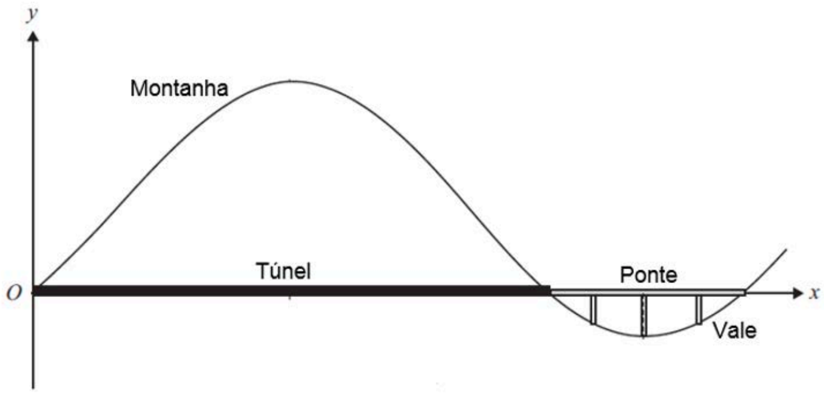
Xmin : -5 Xmax: 20	Ymin : -500 Ymax: 825

4. O Paulo, após visualizar o gráfico concluiu que, no contexto do problema, o domínio da função V é $]0, 10[$. Explica o raciocínio do Paulo.
5. A partir do gráfico da função V, determina o valor de x para o qual o volume da caixa é máximo. Apresenta o valor arredondado às décimas. Regista, no teu caderno, a representação gráfica obtida na calculadora, bem como as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) para a resolução do problema.
6. Quais são as dimensões da caixa de volume máximo? Qual é o valor desse volume?
7. Determina, graficamente, o(s) valor(es) de x de modo que o volume da caixa seja igual a 672 cm^3. Caso seja necessário, apresenta o(s) valor(es) arredondado(s) às décimas. Regista, no teu caderno, a representação gráfica obtida na calculadora, bem como as coordenadas dos pontos relevantes para a resolução do problema.

Parte II[1]

A IP (Infraestruturas de Portugal) pretende construir um túnel, através de uma montanha, e uma ponte sobre um vale. Na figura seguinte, está representado em referencial $x0y$, um corte transversal da montanha e do vale, bem como do túnel e da ponte.

A origem do referencial representa a entrada do túnel a construir.



A curva representada pode ser modelada através da função definida por:

$$y = \frac{x^3}{800000} - \frac{x^2}{400} + \frac{6x}{5} \ , \ 0 \leq x \leq 1300$$

onde y é a altitude, em metros, do local em que a sua projeção no solo se encontra a x metros da entrada do túnel.

Considera-se que o túnel e a ponte se encontram a zero metros de altitude.

1. Determina a altura máxima da montanha e a profundidade máxima do vale. Apresenta os resultados arredondados às unidades.

2. Determina as medidas dos comprimentos do túnel e da ponte.

3. Qual será o comprimento do túnel, arredondado ao metro, caso seja construído 20 metros acima do que estava previsto? Nos cálculos intermédios utiliza valores com duas casas decimais.

4. Escreve o domínio e o contradomínio da função.

5. Constrói as tabelas de variação de sinal e de monotonia da função.

[1] *Adaptado de um exame da Austrália (Victorian Certificate of Education, MATHEMATICAL METHODS (CAS) PILOT STUDY, Written examination 2 (Analysis task) 7 November 2005)*

Tarefa 6

Alterações no gráfico de uma função

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem por objetivo estudar as alterações produzidas no gráfico de uma função do tipo $f(x) + a$, $f(x + b)$ e $- f(x)$.

Conhecimentos prévios dos alunos: Generalidades sobre funções.

Materiais e recursos: Computador ou telemóvel com acesso à internet.

Notas e sugestões:

Em pequenos grupos os alunos resolvem a tarefa de forma autónoma . O professor acompanha o trabalho desenvolvido solicitando que participem oralmente e respondam a questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias e ao rigor na comunicação matemática.

Poderão surgir dificuldades no estudo das alterações na monotonia de uma função da forma $h(x) = f(x + b)$ em virtude das semelhanças dos gráficos das funções f e h. Estas poderão ser ultrapassadas solicitando aos alunos que identifiquem os intervalos de monotonia de ambas as funções, tornando assim evidentes as diferenças.

A resolução desta tarefa constitui uma oportunidade para consolidar conhecimentos sobre generalidades sobre funções.

Tarefa 6

Alterações no gráfico de uma função

Parte I

1. Abre a apliqueta do Geogebra onde está representada graficamente a função f de domínio $[-2, 3]$.

2. Seleciona a função g definida por $g(x) = f(x) + a$.

   2.1. Movimenta o seletor que define o valor de a e descreve, para cada valor de a, a relação entre os dois gráficos, nomeadamente para os casos em que $a = 0$, $a > 0$ e $a < 0$.

   2.2. Assinala quais destas características da função g se alteram relativamente à função f, para $a \neq 0$:

   2.2.1. Domínio

   2.2.2. Contradomínio

   2.2.3. Zeros

   2.2.4. Sinal

   2.2.5. Extremos (máximos e mínimos)

   2.2.6. Maximizantes e minimizantes

   2.2.7. Monotonia

3. Na apliqueta, seleciona apenas a função h definida por $h(x) = f(x + b)$.

   3.1. Movimenta o seletor que define o valor de b e descreve, para cada valor de b, a relação entre os dois gráficos, nomeadamente para os casos em que $b = 0$, $b > 0$ e $b < 0$.

   3.2. Assinala quais destas características da função h se alteram relativamente à função f, para $b \neq 0$:

   3.2.1. Domínio

   3.2.2. Contradomínio

   3.2.3. Zeros

   3.2.4. Sinal

   3.2.5. Extremos (máximos e mínimos)

   3.2.6. Maximizantes e minimizantes

   3.2.7. Monotonia

4. Na apliqueta, seleciona apenas a função i definida por $i(x) = -f(x)$.

4.1. Descreve a relação entre o gráfico da função i e o gráfico da função f.

4.2. Assinala quais destas características da função i se alteram relativamente à função f:

4.2.1. Domínio

4.2.2. Contradomínio

4.2.3. Zeros

4.2.4. Sinal

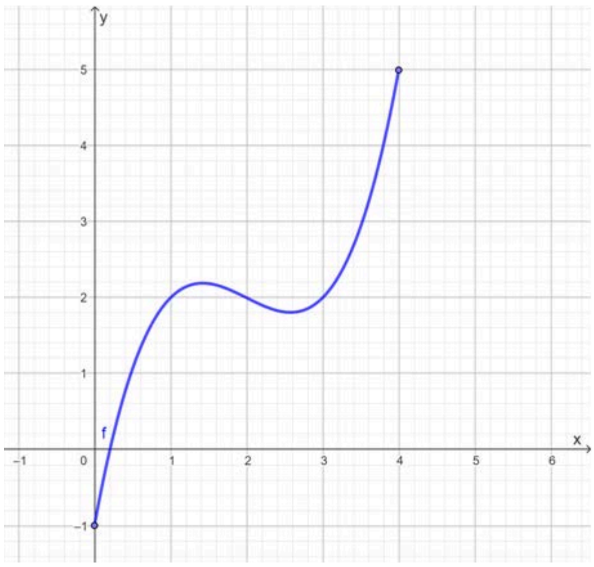
4.2.5. Extremos (máximos e mínimos)

4.2.6. Maximizantes e minimizantes

4.2.7. Monotonia

Parte II

Na figura seguinte, em referencial xOy, está representada graficamente a função f.



1. Qual é o domínio e o contradomínio da função.

2. Determina as soluções da equação $f(x) = 2$.

3. Qual é o número de soluções da equação $f(x) = 3$.

4. Seja g a função definida por $g(x) = f(x) - 2$.

4.1. Determina o contradomínio e os zeros da função g .

4.2. Constrói a tabela de variação de sinal da função g .

5. Seja h a função definida por $h(x) = f(x - 3)$.

5.1. Explica como se pode obter o gráfico da função h partindo do gráfico da função f.

5.2. Escreve o domínio da função h.

5.3. Qual é o valor de $h(4)$?

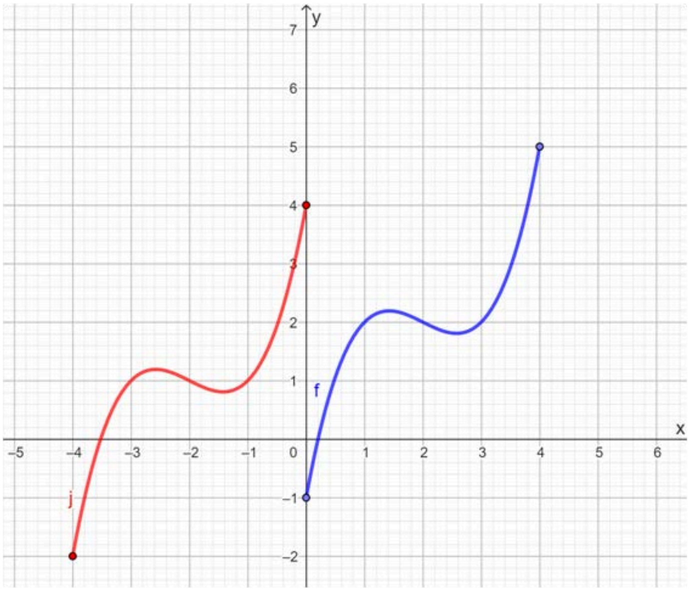
6. A função i é definida por $i(x) = -f(x)$.

   6.1. Faz o esboço do gráfico da função i.

   6.2. Qual é o domínio e o contradomínio da função i.

7. Considera a função j definida, a partir da função f, por $j(x) = f(x + b) + a$.

   As funções f e j estão representadas na figura seguinte.



   Indica, justificando, quais são os valores de a e de b.

Tarefa 7

Graus *Fahrenheit* e graus *Celsius*

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem por objetivo introduzir o conceito de função inversa, conhecer e interpretar a relação entre o domínio e o contradomínio de funções inversas, bem como a simetria das suas representações gráficas relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. Pretende-se que os alunos identifiquem funções invertíveis recorrendo ao teste da reta horizontal.

Conhecimentos prévios dos alunos: Equações literais, variável independente e variável dependente, reflexão segundo um eixo, generalidades sobre funções.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas para professor:

O professor deve organizar os alunos em pequenos grupos para que estes resolvam autonomamente a tarefa, seguindo as instruções dadas. O professor acompanha o trabalho desenvolvido solicitando que participem oralmente e respondam às questões colocadas, apelando à discussão e sintetização das principais ideias.

Na resposta ao item 1.6., poderão surgir dificuldades que advêm da janela utilizada na calculadora gráfica. Uma janela demasiado pequena pode não permitir a visualização das representações gráficas ou, ainda mesmo que o permita, pode não ser a adequada para tirar conclusões (sugere-se uma janela de visualização $[-60, 60] \times [-60, 60]$).

Tarefa 7

Graus *Fahrenheit* e graus *Celsius*

1. **A Temperatura**

Em muitos países, para medir a temperatura, são utilizados,habitualmente, termómetros que apresentam os valores da temperatura em graus Celsius (C), mas noutros países, como por exemplo nos Estados Unidos da América, os valores da temperatura são apresentados em graus Fahrenheit (F).

As temperaturas medidas nas unidades anteriores estão relacionadas através da equação $5F - 9C = 160$.

1.1. Resolve a equação anterior em ordem a F.

1.2. Completa a tabela seguinte, tendo em conta a expressão obtida na alínea anterior para a variável F.

C	F	(C, F)
10	50	$(10,\ 50)$
-32		$(-\ 32;......)$
41		$(41;.......)$
	32	$(.....,32)$

1.3. Resolve, agora, a mesma equação em ordem a C.

1.4. Completa a tabela seguinte, tendo em conta a expressão obtida na alínea anterior para a variável C.

F	C	(F, C)
50	10	$(50,\ 10)$
-25,6		$(-\ 25,6;\ .....)$
105,8		$(105,8;\ .....)$
32		$(32,\ .....)$

1.5. Compara os pares ordenados obtidos nas alíneas 1.2 e 1.4. O que observas?

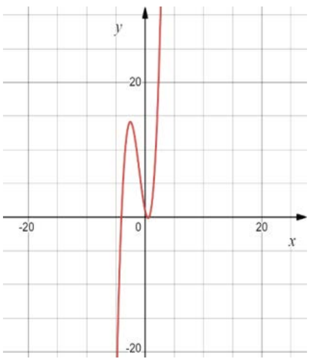
1.6. As expressões obtidas nas questões 1.1 e 1.3 representam duas funções. No mesmo referencial, representa as referidas funções e a reta de equação $y = x$ (bissetriz dos quadrantes ímpares). O que podes concluir?

As funções representadas anteriormente dizem-se **Funções Inversas**, ou seja, a função F é inversa da função C e vice-versa.
Para uma função ter inversa, todos os objetos diferentes terão que ter imagens diferentes, ou seja, cada imagem só poderá ter um único objeto que lhe corresponde.
O chamado ***"Teste da Reta Horizontal"*** é uma forma prática de se verificar se uma função tem ou não inversa. Este teste consiste em fazer deslizar uma reta horizontal perpendicularmente ao eixo Oy e verificar se esta reta, quando interseta o gráfico, o faz sempre em apenas um ponto. Caso isso aconteça, a função admite inversa.

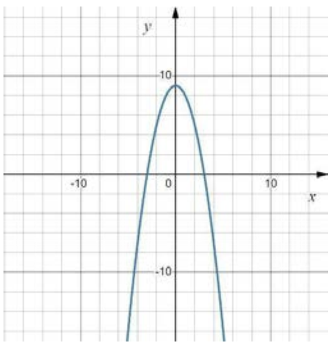
2. Considera as seguintes representações gráficas de seis funções.

2.1. Aplicando o "Teste da Reta Horizontal", quais dos gráficos representam funções invertíveis?

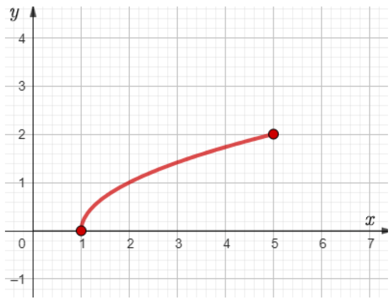
(A)



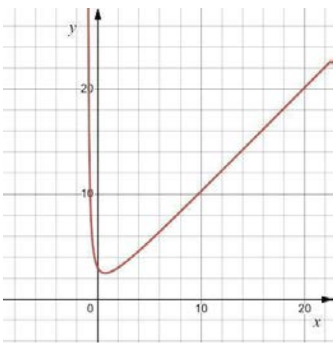
(B)



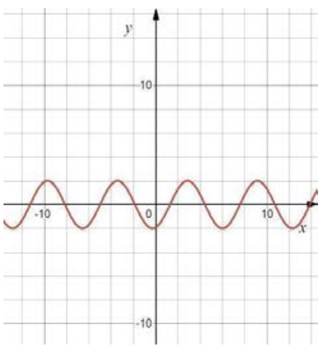
(C)



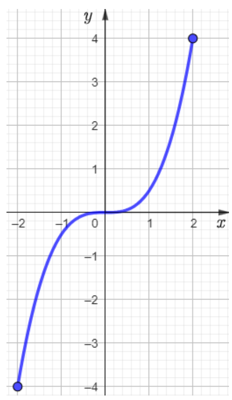
(D)



(E)



(F)



2.2. Tendo em conta a simetria entre os gráficos de uma função e da sua inversa, relativamente à reta de equação $y = x$ (propriedade identificada na questão 1.6.), faz um esboço da representação gráfica da função inversa de cada uma das funções que identificaste na questão anterior.

2.3. Completa a tabela seguinte, tendo por base as representações gráficas da questão anterior:

	Função Original		**Função Inversa**	
Gráfico	**Domínio**	**Contradomínio**	**Domínio**	**Contradomínio**

2.4. Tendo em consideração a informação da tabela anterior, que conclusão(ões) podes obter?

Tarefa 8

Rosa Florista

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa tem como objetivo o estudo das funções raiz quadrada e raiz cúbica, como funções inversas das funções quadrática e cúbica, respetivamente.
Também se pretende resolver graficamente equações e inequações envolvendo radicais quadráticos e cúbicos.

Conhecimentos prévios dos alunos: Perímetros, áreas, volumes, noção de raiz quadrada e raiz cúbica; noção/conceito de função.

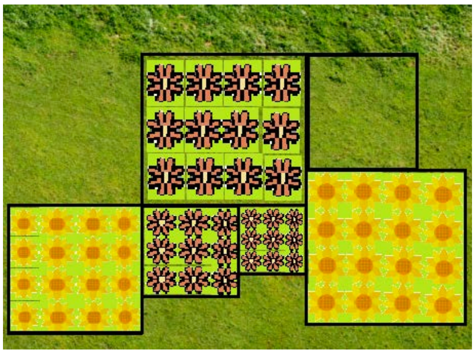
Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas e sugestões:

O professor deve organizar os alunos em pequenos grupos para que estes iniciem a resolução autónoma da tarefa, seguindo as instruções dadas. O professor supervisiona o trabalho desenvolvido colocando questões e apelando à discussão e sintetização das principais ideias.
Os alunos poderão manifestar algumas dificuldades no uso da calculadora gráfica, uma vez que têm que relacionar o contexto do problema com os conceitos matemáticos presentes, que lhes permitirão resolver, por exemplo, as equações e as inequações que vão surgindo nas várias questões.

Tarefa 8

Rosa Florista



A Rosa Florista tem uma quinta onde cultiva flores.

1. Organiza a sua cultura em canteiros cuja superfície tem a forma de quadrados, como os da imagem.

   1.1. A medida do lado do canteiro dos amores perfeitos é $6m$. Sabendo que um saco de sementes dá para semear $3m^2$, quantos sacos deve comprar para semear todo o canteiro?

   1.2. O canteiro dos narcisos tem uma área de $25m^2$. Se pretender vedar o canteiro, quantos metros de rede são precisos?

   1.3. Os canteiros quadrados têm áreas (A) que dependem do comprimento dos seus lados (l). Sabendo que $A = l^2$, ajuda a Rosa na determinação da medida do lado de um canteiro em função da sua área (l em função de A).

   1.4. A relação determinada na alínea anterior é uma função. Usa a tua calculadora gráfica para a representar graficamente. De seguida, determina, com arredondamento às décimas, $l(3)$ e interpreta o resultado obtido no contexto da situação descrita.

   1.5. Resolve, graficamente, a equação $l(A) = 7$ e interpreta o valor obtido no contexto da situação descrita.

   1.6. Para a construção do canteiro das túlipas, a Rosa tem de ter em consideração as seguintes condições:

   - a medida do lado do canteiro não pode ser menor do que $2m$;
   - tem disponível apenas $40m$ de rede.

   Utilizando a função $l(A)$, faz uma representação gráfica deste problema e, recorrendo à calculadora gráfica, determina graficamente entre que valores poderá variar a área deste canteiro.

   Na tua resposta deves apresentar:

   - o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora;
   - as coordenadas dos pontos relevantes para a obtenção da resposta.

2. Para armazenar a água para regar as culturas da quinta, a Rosa Florista tem vários tanques com a forma de cubos.
As dimensões apresentadas nos itens seguintes referem-se às dimensões interiores dos tanques.

2.1. Qual é a capacidade de um tanque cujo aresta mede $2m$? Apresenta o resultado em litros.

Nota: $1m^3$corresponde a $1000l$

2.2. Um dos tanques da quinta tem capacidade para armazenar 27m3 de água. Para impermeabilizar o interior desse tanque, a Rosa Florista pretende aplicar uma tinta própria na sua superfície lateral e na sua base. Sabendo que cada lata de tinta permite cobrir 5m2 de área, quantas latas de tinta serão necessárias?
Sugestão: começa por determinar a medida da aresta do tanque e a área que é necessário pintar.

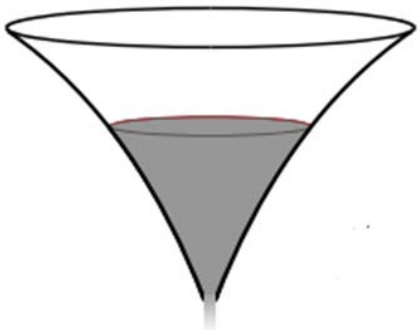
2.3. Os tanques cúbicos têm volumes (V) que dependem do comprimento das suas arestas (a). Sabendo que $V = a3$, ajuda a Rosa a determinar a medida da aresta de um tanque em função do seu volume (a em função de V).

2.4. 2.4. Usa a tua calculadora gráfica para representar graficamente a referida função e identifica o seu domínio, no contexto do problema.

2.5. Determina, com arredondamento às décimas, o valor de $a(81)$ e interpreta o resultado obtido no contexto da situação descrita.

2.6. Resolve, graficamente, a equação $a(V) = 1,5$ e interpreta o valor obtido no contexto da situação descrita.

3. A Rosa Florista tomou conhecimento de uma empresa que fabrica reservatórios de água com formas semelhantes a flores, como mostra a imagem seguinte, e resolveu adquirir um para ser usado na sua quinta.



Considera que, inicialmente, o reservatório está cheio de água e que, num certo instante, se abre uma válvula e o reservatório começa a ser esvaziado.

Admite que a altura A, em metros, da água no reservatório, t horas após este ter começado a ser esvaziado e até estar completamente vazio, é dada, aproximadamente, por $A(t) =- 2\sqrt[3]{t-14} - 1$.
Recorre à calculadora gráfica para responderes às seguintes questões:

3.1. Determina $A(0)$ e interpreta o valor obtido no contexto do problema. Apresenta o resultado com arredondamento às centésimas.

3.2. Determina quanto tempo levou o reservatório a ficar completamente vazio. Apresente o resultado em horas e minutos arredondado às unidades.

3.3. Ao fim de quanto tempo, após o instante em que o depósito começou a ser esvaziado, é que a altura da água foi inferior a 1m?

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1999, 1.ª fase, 1.ª chamada.

TAREFA 9

Dalí

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa tem como objetivo estudar as alterações nas representações gráficas das funções raiz quadrada e raiz cúbica, e modelar, com recurso à tecnologia, uma situação real que envolve uma função raiz cúbica.

Conhecimentos prévios dos alunos: Alterações no gráfico de funções $f(x)+a$, $f(x+b)$ e $-f(x)$, a partir do gráficos funções $f(x)$, de raiz quadrada e de raiz cúbica.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica ou computador/telemóvel com ligação à internet.

Notas e sugestões:

Os alunos em pequenos grupos resolvem autonomamente a tarefa. Pretende-se que os alunos apliquem e aprofundem os conhecimentos já adquiridos sobre as transformações gráficas de funções. O professor deve supervisionar o trabalho desenvolvido colocando questões e apelando à discussão e sintetização das principais ideias permitindo, assim, o desenvolvimento da comunicação matemática.

No último item da tarefa, os alunos podem contactar com uma situação simples de modelação matemática.

A utilização da calculadora gráfica ou do computador/telemóvel é essencial para a execução eficaz da tarefa.

TAREFA 9

Dalí

Já estudaste situações que envolviam funções raiz quadrada $\left(y = \sqrt{x}\right)$ e raiz cúbica $\left(y = \sqrt[3]{x}\right)$ como inversas das funções quadrática $\left(y = x^2\right)$ e cúbica $\left(y = x^3\right)$, respetivamente.

Vamos agora estudar com mais detalhe estas funções.

Parte I - Função raiz quadrada

1. Recorre à tua calculadora gráfica e representa a função $f(x) = \sqrt{x}$.

2. A partir do gráfico obtido em 1., escreve o domínio, o contradomínio, o(s) zero(s), o sinal, o(s) extremo(s) (máximo ou mínimo), o(s) maximizante(s) ou minimizante(s) e os intervalos de monotonia da função.

3. Completa a tabela seguinte.
   Sugestão: se necessário, podes recorrer à tua calculadora gráfica.

	$y = \sqrt{x} + 2$ $(f(x) + 2)$	$y = \sqrt{x} - 3$ $(f(x) - 3)$	$y = \sqrt{x + 2}$ $(f(x + 2))$	$y = \sqrt{x - 3}$ $(f(x - 3))$	$y =- \sqrt{x}$ $(- f(x))$
Domínio					
Contradomínio					
Zero(s)					
Sinal					
Extremo(s)					
Maximizante(s)/ minimizante(s)					
Monotonia					

4. Considera agora a função g, definida por $g(x) = \; - \sqrt{x - 2} + 3$.

   4.1. Identifica as transformações que o gráfico da função f sofreu para se obter o gráfico da função g.

   4.2. Determina o domínio, zero(s) e sinal de g.

   4.3. Comenta a afirmação: " O gráfico de g interseta o eixo Oy".

   4.4. Resolve graficamente a equação $f(x) = g(x)$. Apresenta a(s) solução(ões) da equação com duas casas decimais.

Parte II - Função raiz cúbica

1. Recorre à tua calculadora gráfica e representa a função $h(x) = \sqrt[3]{x}$.

2. A partir do gráfico obtido, escreve o domínio, o contradomínio, o(s) zero(s), o sinal, o(s) extremo(s) (máximo ou mínimo), o(s) maximizante(s) ou minimizante(s) e os intervalos de monotonia da função.

3. Completa a tabela seguinte.
Sugestão: se necessário, podes recorrer à tua calculadora gráfica.

	$y = \sqrt[3]{x} + 1$ $(h(x) + 1)$	$y = \sqrt[3]{x} - 3$ $(h(x) - 3\ )$	$y = \sqrt[3]{x + 1}$ $(h(x + 1))$	$y = \sqrt[3]{x - 3}$ $(h(x - 3))$	$y =- \sqrt[3]{x}$ $(- h(x))$
Domínio					
Contradomínio					
Zero(s)					
Sinal					
Extremo(s)					
Maximizante(s)/ minimizante(s)					
Monotonia					

4. Considera agora a funçãoj, definida por $j(x) = \ - \sqrt[3]{x - 3} + 1$.

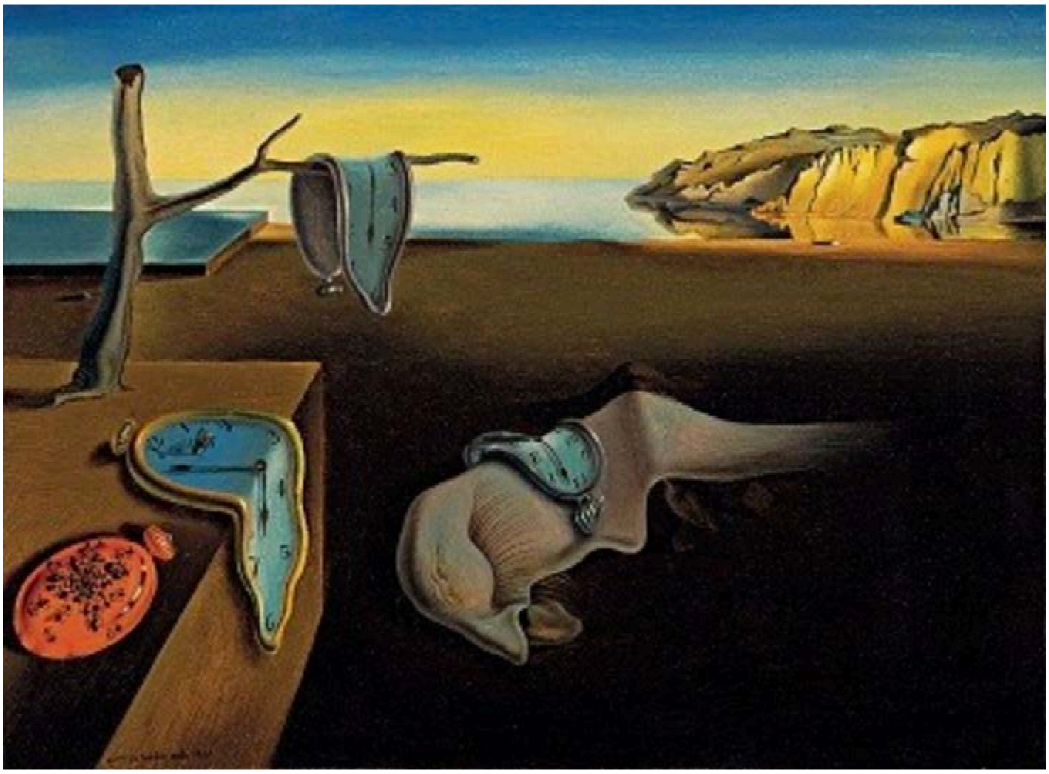
4.1. Identifica as transformações que o gráfico da função h sofreu para se obter o gráfico da função j.

4.2. Determina o domínio, zero(s) e sinal de j.

4.3. Comenta a afirmação: “ O gráfico de j interseta o eixo Oy”.

4.4. Resolve graficamente a equação $j(x) \leq \sqrt{x + 1}$. Apresenta a tua resposta utilizando a notação de intervalos com os valores arredondados às décimas.

5. Salvador Dalí (11 de maio de 1904 - 23 de janeiro de 1989) foi um importante pintor espanhol, conhecido pelo seu trabalho surrealista.
O seu trabalho mais conhecido, *A Persistência da Memória*, que podes observar na imagem seguinte, foi concluído em 1931. A pintura pertence à coleção do Museu de Arte Moderna (MoMA) de Nova Iorque, desde 1934.



(Fonte: https://pt.wikipedia.org/w/index.php?curid=5655825)

Ao fundo, podemos observar um **penhasco** e o mar no horizonte. Essa paisagem é o retrato do local onde Dalí vivia, na Catalunha.
O contorno do topo do penhasco existente na pintura pode ser modelado por uma função raiz cúbica.

5.1. Acede à apliqueta do Geogebra para identificares a sua expressão analítica. Na apliqueta, desloca os seletores que definem os valores de a e de b de modo a que o gráfico da função se adapte o melhor possível ao contorno do topo do penhasco (entre os pontos A e D). Regista, no teu caderno, a expressão da função f.

5.2. Quais são as transformações geométricas que permitem obter o gráfico da função f partindo do gráfico da função $y = 0,745\sqrt[3]{x}$?