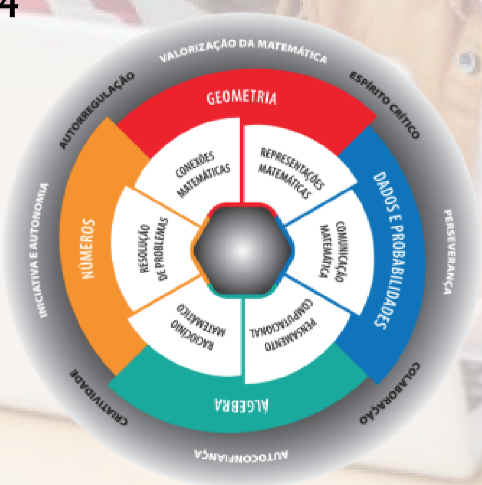
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas
Tema: Números

9.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Setembro de 2024



REPÚBLICA PORTUGUESA EDUCAÇÃO
direção-geral da educação
ANQEP AGÊNCIA NACIONAL PARA A QUALIFICAÇÃO E O ENSINO PROFISSIONAL, I.P.
Cofinanciado por:
POCH
PORTUGAL 2020
UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas - Tema Números (9.º ano de escolaridade)

Autores:
Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:
Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/.

Data
Lisboa, setembro de 2024

Os autores agradecem o precioso contributo do professor João Almiro pela colaboração na revisão do texto.

Índice

Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2023/24 nas duas turmas de 9.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais percetível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico, nomeadamente para o 9.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2023/24, no âmbito das Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática, em duas turmas do 9.º ano de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 9.º ano de escolaridade do Ensino Básico.

Planificação a longo prazo

TEMA	TÓPICOS	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
GEOMETRIA (E NÚMEROS)	Números Racionais (8.º ano) • Raiz cúbica Figuras no espaço (8.º ano) • Área da superfície de prismas retos, pirâmides regulares, cilindros, cones	6	1.º Período 61
NÚMEROS	Números Reais	15	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações (8.º ano) • Equações literais • Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas	15	
DADOS E PROBABILIDADES	(8.º e 9.º anos) Questões estatísticas e recolha de dados	4	
ÁLGEBRA	Funções • Função de proporcionalidade inversa	7	
GEOMETRIA	Operações com figuras (7.º ano) • Critérios de semelhança de triângulos • Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes	8	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
GEOMETRIA	Figuras planas • Razões trigonométricas no triângulo retângulo	10	2.º Período 54
DADOS E PROBABILIDADES	(8.º e 9.º anos) Organização de dados e representações gráficas	10	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas, equações e inequações • Casos notáveis da multiplicação de binómios • Decomposição de polinómios em fatores • Equações de 2.º grau a uma incógnita • Resolução de equações de 2.º grau a uma incógnita	20	
DADOS E PROBABILIDADES	Probabilidades	8	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
ÁLGEBRA	Funções • Funções quadráticas da forma $f(x) = ax^2, a \in R\backslash\{0\}$	6	3.º Período 34
GEOMETRIA	Figuras planas • Ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência • Construções e lugares geométricos	12	
DADOS E PROBABILIDADES	(8.º e 9.º anos) Análise de dados, comunicação e divulgação do estudo	4	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas, equações e inequações • Inequações do 1.º grau a uma incógnita • Resolução de inequações	6	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
	Total	128	

Nota: Parte do tema de Dados foi trabalhado a partir do desenvolvimento de trabalho de projeto. As aulas previstas não foram realizadas de forma sequencial, mas sim, intercaladas com outros temas, ao longo dos três períodos.

A planificação a longo prazo foi definida com a intenção de recuperar alguns tópicos que não foram abordados, ou foram abordados de forma parcial, ou de forma incompleta, nos anos letivos anteriores. Procurou-se que esta abordagem fosse integrada com os temas do 9.º ano.

Tema: Números

Ao longo do 3.º Ciclo estende-se o sentido do número a conjuntos numéricos progressivamente mais complexos. São introduzidos progressivamente os conjuntos dos números inteiros, dos números racionais e dos números reais. A valorização do cálculo mental envolvendo progressivamente os números inteiros, os números racionais e os números reais e o saber lidar criticamente com estimativas e valores aproximados é mantida em estreita relação com as propriedades das operações, cabendo ao professor valorizar a utilização crítica da tecnologia. O formalismo e o recurso à simbologia associados aos números e às operações (incluindo operações com conjuntos) devem também ser progressivamente valorizados como elementos facilitadores da comunicação matemática e não como um fim em si mesmo.

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática, 7.º ano, 3.º ciclo do EB* (p. 9). DGE, ME.

Tópico

Números reais

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - No reino dos conjuntos	• Significado de número real		X	X				X						X	
3	Tarefa 2 - Representar, ordenar e comparar números reais	• Significado de número real • Representação e ordenação na reta real	X					X			X	X				
2	Tarefa 3 - Representar intervalos de números reais	• Representação e ordenação na reta real					X						X			
2	Tarefa 4 - Operar com intervalos	• Representação e ordenação na reta real		X			X						X		X	
3	Tarefa 5 - Aproximar - aquém ou além?	• Cálculo com aproximações e arredondamentos				X		X	X							X
3	Tarefa 6 - Operar com números exatos	• Operações				X		X		X				X		

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PC - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - No reino dos conjuntos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Conhecer um número irracional como um número que pode ser representado por uma dízima infinita não periódica;
- Reconhecer $\mathbb{R}$ como o conjunto dos números reais;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Extrair a informação essencial de um problema;
- Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes;
- Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Não desistir prematuramente da resolução de uma tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Recorreu-se à calculadora, à folha de cálculo e ao *WolframAlpha* na realização da tarefa e procurou-se que os alunos se apropriassem das características dos números reais, apontando para as vantagens da utilização de cada um destes recursos.

No reino dos conjuntos

1. Considera os seguintes números:

$\sqrt{9}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{13}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\sqrt{2}$
$-\frac{1}{3}$	π	$-\frac{300}{100}$	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt[3]{10}$

1.1. Recorrendo à calculadora, escreve uma representação de cada um dos números em forma de dízima.

1.2. Conforme as características das dízimas que encontraste, divide os números em dois grupos. Explica o critério usado.

Grupo 1	Grupo 2
$\frac{1}{6}$ $\sqrt{9}$	$\sqrt[3]{10}$

1.3. Escreve dois outros números em que um pertença ao grupo 1 e o outro pertença ao grupo 2, da alínea anterior, explicando as opções.

2. A fração $\frac{1}{25}$ pode ser representada por uma dízima finita e a fração $\frac{1}{3}$ por uma dízima infinita periódica.

2.1. Indica outras três frações da forma $\frac{1}{n}$ que correspondam a dízimas finitas.

2.2. Com recurso a uma folha de cálculo, diz quais as frações da forma $\frac{1}{n}$ que dão origem a dízimas finitas. E a dízimas infinitas? Apresenta as tuas conjeturas.

2.3. Considera a representação em forma de dízima da fração $\frac{1}{17}$, sugerida pela folha de cálculo.

Compara essa dízima com a que obténs para $\sqrt{12}$.

Deverão ser classificadas da mesma forma? Explica a tua resposta.

2.4. Acede a https://www.wolframalpha.com/ (ver QR Code), inserindo os valores em causa. O que observas? Manténs a tua resposta anterior? Porquê?

3. Completa a tabela, colocando uma cruz (□) nos espaços correspondentes.

Números	Naturais $\mathbb{N}$	Inteiros $\mathbb{Z}$	Racionais $\mathbb{Q}$	Irracionais	Reais $\mathbb{R}$
$\sqrt[3]{125}$					
$-\sqrt{3}$					
$\frac{1}{14}$					
$1,7$					
$\frac{\pi}{2}$					
$-\sqrt{100}$					

Tarefa 2 - Representar, ordenar e comparar números reais

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer a existência de pontos da reta numérica que não representam números racionais e reconhecer que cada um deles, quando à direita do zero, representa o número irracional positivo igual à distância do ponto a zero;
- Fazer corresponder a cada ponto da reta numérica um número real e vice-versa, estabelecendo conexões entre temas matemáticos;
- Comparar e ordenar números reais, usando os símbolos "<", "≤", ">" ou "≥";
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos, nomeadamente com recurso à tecnologia;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
A utilização do GeoGebra permitiu que os alunos representassem, com rigor, alguns números irracionais na reta real, favorecendo a conexão com o tema da Geometria.

As atividades, que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas, estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/u5djwgsc. Deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Representar, ordenar e comparar números reais

1. Considera os números $3,14$ e $3,15$.

1.1. Indica um número racional compreendido entre os dois apresentados.

1.2. Indica um número racional compreendido entre o número que escreveste na alínea anterior e $3,15$, mas com mais uma casa decimal do que o indicado em **1.1.**.

1.3. Considera o número $3,14151617$ que está compreendido entre os números $3,14$ e $3,15$.

1.3.1. Explica porque é que este número é racional.

1.3.2. Apresenta uma lei de formação que permita transformar esta dízima finita numa infinita não periódica. Justifica.

2. Acede à apliqueta do GeoGebra com o código **RTC3 X6CW**, e segue o protocolo que a seguir te é apresentado, para responder à questão final:

A - Constrói sobre a reta numérica apresentada um quadrado de lado 1 unidade, a partir do ponto O (origem)

B - Desenha uma circunferência com centro em O e raio igual à diagonal do quadrado

C - Marca os pontos de interseção da circunferência com a reta numérica

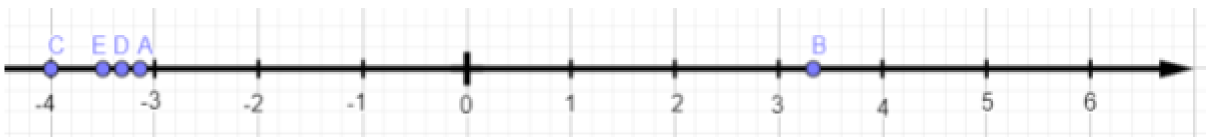
Quais as abcissas dos pontos por ti marcados? Explica a tua resposta.

3. Constrói um protocolo semelhante ao que te foi apresentado anteriormente que permita a marcação da $\sqrt{5}$ numa reta numérica.

Acede à apliqueta do GeoGebra com o código **ZHZY VB36** e segue o protocolo que construíste, para proceder à sua marcação.

Nota: Recorda que $5 = 2^2 + 1^2$

4. A cada valor numérico apresentado corresponde um dos pontos indicados na reta numérica seguinte:



Valor numérico	$-\sqrt{11}$	$-\pi$	-2^2	$\frac{10}{3}$	$-\frac{7}{2}$
Ponto					

5. Completa os espaços utilizando <, > ou =:

5.1. $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{6}$

5.2. $-\sqrt[3]{5} \dots 0,0001$

5.3. $-\sqrt{2} \dots -\sqrt[3]{3}$

5.4. $\frac{27}{3} \dots \sqrt{81}$

5.5. $2\pi \dots 6,(283)$

Tarefa 3 - Representar intervalos de números reais

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar, descrever e representar na reta real intervalos de números reais;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

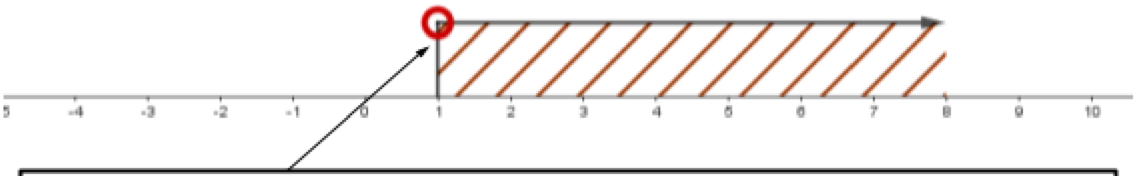
Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
A tarefa permitiu que os alunos identificassem as formas de representar conjuntos numéricos e reconhecessem os contextos adequados à sua utilização.

Representar intervalos de números reais

1. O Filipe procurou encontrar respostas para um problema colocado na aula:

"Indica todos os números reais cuja soma com uma unidade é maior do que 2."

O Filipe apoiou-se numa representação geométrica para conseguir dar uma resposta:



Nota: a "bola" não preenchida indica que 1 não é uma das soluções do problema. Quando se pretende indicar que esse valor é uma das soluções, a bola fica preenchida a cheio: ●

1.1. A representação proposta pelo Filipe é uma resposta ao problema? Explica porquê.

1.2. Aos conjuntos de números reais, como o que o Filipe representou geometricamente, chamamos **intervalos de números reais**.

Atendendo às propostas apresentadas no quadro seguinte, qual delas será a resposta ao problema? Explica a tua opção.

	Intervalo	**Leitura**	**Condição** (x é um n.º real)
(A)	$]-\infty, 1]$	Todos os números reais inferiores ou iguais a 1	$x \leq 1$
(B)	$]-\infty, 1[$	Todos os números reais inferiores a 1	$x < 1$
(C)	$]1, +\infty[$	Todos os números reais superiores a 1	$x > 1$
(D)	$[1, +\infty[$	Todos os números reais superiores ou iguais a 1	$x \geq 1$

1.3. Reescreve a situação apresentada na aula do Filipe, de modo a ter como resposta $]-\infty, 1]$. Explica a tua resposta.

1.4. A Rita, baseando-se no que foi trabalhado na aula, lançou mais um desafio ao Filipe:

"Quais serão os números reais cuja soma com uma unidade é maior que 2 e menor ou igual que 5?"

1.4.1. Representa na reta numérica o conjunto de todos os valores que são resposta ao desafio colocado pela Rita.

1.4.2. Qual será a representação em forma de intervalo que contém todas as soluções para a questão colocada pela Rita?

	Intervalo	**Leitura**	**Condição** (x é um n.º real)
(A)	$[1, 4]$	todos os números reais superiores ou iguais a 1 e inferiores ou iguais a 4	$1 \leq x \leq 4$
(B)	$]1, 4[$	todos os números reais superiores a 1 e inferiores a 4	$1 < x < 4$
(C)	$[1, 4[$	todos os números reais superiores ou iguais a 1 e inferiores a 4	$1 \leq x < 4$
(D)	$]1, 4]$	todos os números reais superiores a 1 e inferiores ou iguais a 4	$1 < x \leq 4$

2. No fim de semana, os pais do Filipe foram às compras com a sua família.
Com o objetivo de comprar t-shirts para todos (pai, mãe, Filipe e irmã), encontraram uma promoção que os deixou a ponderar…

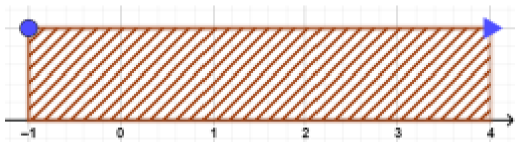
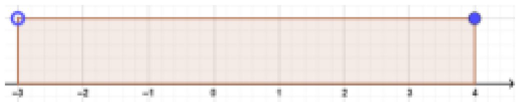
"Cada t-shirt 6€"

Sabendo que não queriam ultrapassar o orçamento de 50€, cada um deles apresentou uma proposta para a quantidade de t-shirts que poderiam comprar:

Pai	$[0\,;\,8]$
Mãe	$\{0\,;\,8\}$
Filipe	$[0\,;\,9[$
Irmã	$\{0\,;\,1\,;2\,;\,3;\,4\,;\,5\,;6\,;7\,;\,8\}$

Quem apresentou a proposta que contém todas as possíveis hipóteses de compra? Apresenta uma razão para rejeitar cada uma das outras hipóteses.

3. Completa a tabela seguinte:

Intervalo	Representação na reta real	Condição
$\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$		
		
$\left[-1, \frac{1}{3}\right]$		
		$-\pi \leq x < 0$
		$x \leq \sqrt{2}$
		

4. Identifica quais dos números a, b e c pertencem ao intervalo $[1; 5]$ sabendo que $1 < a < 3$, $a < b < 5$ e $b + 4 < c$.

Tarefa 4 - Operar com intervalos

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar, descrever e representar na reta real intervalos de números reais;
- Estabelecer relações entre intervalos ou uniões de intervalos, usando os símbolos $\subset$, $\supset$ e $=$;
- Identificar, descrever e representar na reta real a interseção e a reunião de intervalos de números reais;
- Representar e identificar a interseção e a reunião de conjuntos vários na reta real;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Na questão 2.2., cada par de alunos dividiu entre eles a resolução das alíneas pares e ímpares, trocando-as posteriormente para possível validação, autorreformulação e discussão.

Operar com intervalos

1. A Sandra e o António querem aproveitar o feriado de 5 de outubro (Implantação da República) para mais um treino de corrida.

Neste sentido, procuraram perceber quais as temperaturas esperadas em Pinhal Novo e em Monsaraz:

Pinhal Novo	Monsaraz
	

(Fonte: retirado em 29 set. 2023 de https://www.msn.com/pt-pt/meteorologia/previsao/)

1.1. Representa, numa única reta real, os dois conjuntos de todas as temperaturas esperadas em cada uma das localidades.

1.2. Indica uma temperatura esperada em ambas as localidades.

1.3. Representa todas as temperaturas comuns esperadas nas duas localidades.

1.4. Indica uma temperatura esperada apenas numa das localidades.

1.5. Representa sob a forma de um único intervalo todas as temperaturas que, segundo esta previsão, são esperadas em pelo menos uma das localidades.

2. Considera os seguintes conjuntos:

$A =]-\infty, 3]$ $\quad B = \{1\}$ $\quad C =]5, \sqrt{35}]$ $\quad D =]4, 7]$

2.1. Completa, utilizando os símbolos $\in$, $\notin$, $\subset$, $\supset$ ou $=$:

2.1.1. $2 \ldots A$
2.1.2. $B \ldots A$
2.1.3. $D \ldots C$
2.1.4. $-15 \ldots D$

2.2. Representa na forma de intervalos ou união de intervalos:
(Sugestão: representa os intervalos de cada alínea na mesma reta numérica)

2.2.1. $C \cap D$

2.2.2. $C \cup D$

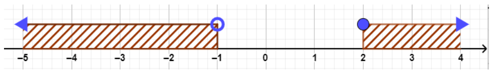
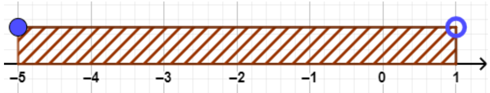
2.2.3. $A \cap D$

2.2.4. $A \cup D$

2.2.5. $A \cap B$

2.2.6. $B \cup D$

3. Completa a tabela seguinte:

Representação na forma de intervalo	**Representação na reta real**	**Condição**
$]-2,3]$		
$[-1,3]\cup]\pi,+\infty[$		
		$x<2 \wedge x>-\pi$
		$x\leq -1 \vee x>1$
		
		

4. Considera o intervalo $]-\infty,\sqrt{5}[$. Escreve intervalos A e B, de modo que:

$A\cap\ ]-\infty,\sqrt{5}[=\emptyset$ e $B\cup\ ]-\infty,\sqrt{5}[=\mathbb{R}$

Tarefa 5 - Aproximar: aquém ou além?

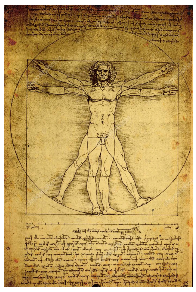
<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 5 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Ouvir os outros e discutir as ideias de forma fundamentada, contrapondo argumentos sobre a razoabilidade de arredondamentos de números reais;
- Determinar valores aproximados por defeito ou por excesso da soma e do produto de números reais, conhecidos valores aproximados por defeito ou por excesso das parcelas e dos fatores;
- Operar com valores aproximados e analisar o erro associado a cada arredondamento, apresentando e explicando ideias e raciocínios;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados a pares.
Os arredondamentos e as aproximações foram tratados nesta tarefa a partir dos valores determinados na calculadora, procurando conhecer as suas potencialidades e restrições.

Aproximar: aquém ou além?



1. O número de ouro, habitualmente representado pela letra grega ϕ (phi), é a razão entre a diagonal e o lado de um pentágono regular. Este número tem sido objeto de muitos estudos e discussões entre matemáticos e artistas desde a antiguidade. O seu valor exato é: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

1.1. Justifica que o número ϕ é um número irracional.

1.2. Apresenta um arredondamento de ϕ, com 3 casas decimais.

1.3. Qual dos valores $1,61$ ou $1,62$ está mais próximo de ϕ? Mostra como chegaste à tua resposta.

1.4. Faz uma aproximação do número ϕ, por excesso, com erro inferior a $0,1$.

1.5. Faz uma aproximação do número ϕ, por defeito, com erro inferior a $0,01$.

2. A tabela seguinte contém aproximações de $\sqrt{2}$, por defeito (1 c.d.) e por excesso (3 c.d.), e, no caso de $\left(\sqrt{2}\right)^n$ pretende-se usar o valor disponibilizado por cada uma das calculadoras utilizadas:

n	$(1,4)^n$	$(1,415)^n$	$\left(\sqrt{2}\right)^n$
1			
2			
3			
4			
5			

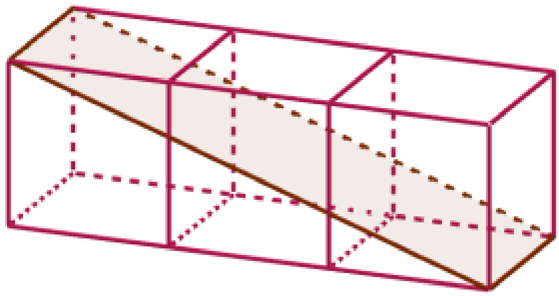
2.1. Completa a tabela.

2.2. Compara os valores obtidos para as diferentes potências dos valores aproximados de $\sqrt{2}$ com os valores obtidos para $\left(\sqrt{2}\right)^n$. O que podes concluir?

2.3. Imagina que terias que considerar uma nova aproximação para $\sqrt{2}$, por exemplo, $1,414$. Como prevês que seja a variação para essa aproximação?

3. Sabendo que uma esfera tem 80 cm^3 de volume, qual é o valor aproximado às décimas da medida do raio?
Nota: Em cálculos intermédios conserva pelo menos 3 casas decimais.

4. Num parque de desportos radicais foi criada uma rampa, como ilustra a figura.



Sabe-se que essa rampa foi construída sobre a junção de três cubos, geometricamente iguais, com um volume total igual a 72 m^3.

Determina o comprimento da rampa, em metros, arredondado às centésimas.

Nota: Em cálculos intermédios, utiliza valores arredondados com 3 casas decimais.

Tarefa 6 - Operar com números exatos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 6 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Adicionar, subtrair e multiplicar números racionais com irracionais em casos simples quando representados na reta real;
- Reconhecer que as propriedades das operações com números racionais se mantêm para números reais e aplicá-las na simplificação de expressões;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

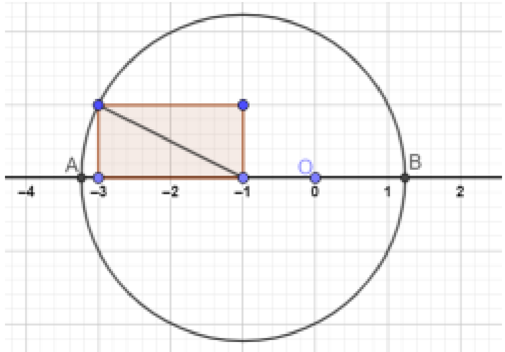
Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Cada um dos elementos de cada par resolveu a questão 3, trocando, de seguida, as resoluções entre si. Cada aluno coavaliou as resoluções do colega (analisou-as e deu, a seguir, feedback).
Na questão 4., os alunos criaram e resolveram, individualmente, expressões numéricas conforme os critérios definidos, e trocaram com o par, apenas o seu enunciado, que após resolvido permitiu a comparação das duas propostas de resolução.

As atividades, que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra*, aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/u5djwgsc. Deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Operar com números exatos

1. Determina as abcissas dos pontos A e B, assinalados na reta numérica da figura ao lado.

Nota: A circunferência tem centro no ponto de abcissa -1.



2. Recorda os protocolos trabalhados numa tarefa anterior (**representar**, **ordenar** e **comparar números reais**), onde foi marcado na reta real o ponto de abcissa $\sqrt{2}$.

2.1. Recorre à aplíqueta **JJCG VBFX** do GeoGebra e assinala, na reta numérica apresentada, os pontos de abcissas $1+\sqrt{2}$ e $1-\sqrt{2}$.
Explica como procedeste para obter os pontos.

2.2. Recorre à aplíqueta **KXMX UBPR** do GeoGebra e assinala, na reta numérica apresentada, o ponto de abcissa $2\sqrt{2}$.
Explica como procedeste para obter o ponto.

3. Numa aula de matemática foi proposto que os alunos se coavaliassem. Para tal trocaram entre si algumas resoluções de exercícios propostos, com o objetivo de verificarem se as propostas apresentadas estariam corretas.
Imagina que és um desses alunos. Verifica se a produção que te foi entregue está correta. Em caso de identificares incorreções, assinala-as e corrige-as.

Resolução 1: $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

Resolução 2: $3\pi - 4 + 5\pi - 2 = 8\pi - 6$

Resolução 3: $-\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

4. Estudaram várias propriedades das operações com números, anteriormente, e usaram-nas nas simplificações de expressões numéricas com números naturais, inteiros e racionais, … agora chegou a vez dos reais.
Apresenta uma expressão, envolvendo números irracionais, que possa ser simplificada, e em que seja útil usar as propriedades associativa e comutativa.
Resolve-a e identifica as propriedades usadas.
Troca o enunciado das expressões que criaste, sem a resolução, com o teu colega, para que ele a resolva e identifique as propriedades usadas.
Quando concluírem a resolução, troquem-nas novamente, e compara a tua proposta de resolução com a do teu colega. Discutam as possíveis diferenças.

5. Considera a seguinte expressão numérica e a proposta de simplificação.

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)=2+\sqrt{2}$$

5.1. Explica o processo de resolução que é apresentado.

5.2. Completa os espaços em branco, de modo a que a igualdade se verifique:

$$\sqrt{3}\ (\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots) = 2\sqrt{3} - 3$$

Explica como pensaste.

6. Num cone de acrílico, oco, com 10 cm de altura e 8 cm de raio da base, vai ser colocado no seu interior um objeto de madeira com forma de cilindro com 3 cm de altura e 4 cm de raio da base.
Calcula o valor exato do volume do cone não ocupado pela peça de madeira.