

MODELOS MATEMÁTICOS EM FINANÇAS

Matemática A
10.º ano

Coletânea de tarefas das turmas piloto
2023/2024



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Modelos matemáticos em finanças
(Matemática A 10.º ano)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto de Matemática A

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do
Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em
<https://www.pexels.com/photo/a-group-of-people-planning-while-looking-at-the-laptop-7550298/>

Data:

Lisboa, abril de 2024



Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação

de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

TEMA - MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CIDADANIA

TÓPICO: MODELOS MATEMÁTICOS EM FINANÇAS

| Aulas (50 min) | Nome da Tarefa | Tópicos/ Subtópicos | Objetivos de Aprendizagem | Tipo de trabalho | Ideias chave das AE | Áreas de Competência do PASEO |
|----------------|--|---|--|--|--|--|
| 1 | Tarefa 1 Como calcular e qual a finalidade do valor hora? | Modelos Matemáticos em Finanças Matemática nos salários | <ul style="list-style-type: none"> • Calcular o valor dos salários mensal, anual e por hora, dadas as condições de um contrato. | Trabalho a pares, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> • Recurso sistemático à tecnologia • Resolução de problemas • Raciocínio e lógica Matemática | <ul style="list-style-type: none"> • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo. (C) |
| 1 | Tarefa 2 As taxas do IRS | Modelos Matemáticos em Finanças Matemática nos salários | <ul style="list-style-type: none"> • Calcular o IRS anual em casos simples em função do rendimento coletável. • Compreender o caráter provisório da taxa mensal de retenção na fonte (IRS). • Identificar a progressividade do IRS e a relevância dos escalões. | Trabalho a pares, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> • Recurso sistemático à tecnologia • Resolução de problemas | <ul style="list-style-type: none"> • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo. (C) |
| 2 | Tarefa 3 O rendimento da Nádia | Modelos Matemáticos em Finanças Matemática nos salários | <ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer as diferenças entre salário bruto e salário líquido. • Calcular contribuições obrigatórias para sistemas de segurança social. • Calcular a retenção na fonte para IRS. | Trabalho a pares, com discussão final em turma | <ul style="list-style-type: none"> • Recurso sistemático à tecnologia • Raciocínio e lógica Matemática | <ul style="list-style-type: none"> • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo. (C) |

| | | | | | | |
|---|--|--|---|---|--|---|
| 1 | <p>Tarefa 4 As poupanças da Nádia</p> | <p>Modelos Matemáticos em Finanças</p> <p>Matemática na poupança e no crédito</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Calcular o juro simples e o juro composto (com diferentes períodos de capitalização dos juros). | <p>Trabalho a pares, com discussão final em turma</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Recurso sistemático à tecnologia • Resolução de problemas | <ul style="list-style-type: none"> • Pensamento crítico • Saber científico, técnico e tecnológico • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões acerca do comportamento do sistema em estudo. (C) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição. (D) |
| 2 | <p>Tarefa 5 Empréstimos de capital</p> | <p>Modelos Matemáticos em Finanças</p> <p>Matemática na poupança e no crédito</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Calcular o juro simples e o juro composto (com diferentes períodos de capitalização dos juros). | <p>Trabalho a pares, com discussão final em turma</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Recurso sistemático à tecnologia • Resolução de problemas | <ul style="list-style-type: none"> • Pensamento crítico • Saber científico, técnico e tecnológico • Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais; avalia, valida e organiza a informação recolhida. (B) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos. (I) |

Tarefa 1

Como calcular e qual a finalidade do valor hora?

O cálculo do valor hora, normalmente utilizado pelas empresas de trabalho temporário, é aplicado aos contratos que preveem o pagamento à hora, apurando-se o vencimento através da multiplicação do número de horas realmente trabalhadas num mês pelo valor hora acordado com o funcionário.



O valor da hora trabalhada serve também como base para o cálculo de algumas prestações pagas ao trabalhador, como por exemplo, o subsídio de férias ou horas extraordinárias.

É no artigo 271.º do Código de Trabalho que está regulamentada a fórmula para calcular o valor da retribuição horária.

Segundo o Código do Trabalho, o valor hora deve ser calculado com recurso à fórmula:

$$\text{valor da retribuição horária} = (\text{Rm} \times 12 \text{ meses}) / (52 \text{ semanas} \times n)$$

- **Rm** é o valor da retribuição mensal e
- **n** o período normal de trabalho semanal (horas).

O Raul e a Paula trabalham em empresas portuguesas diferentes e ambos têm um contrato de trabalho de 40 horas semanais. O ordenado mensal do Raul é de 1000 €. A Paula também tem um ordenado mensal contratualizado, e verificou que o valor da retribuição horária correspondente é 6 €.

1. Qual dos contratos te parece mais vantajoso em termos financeiros? Calcula o valor que o Raul ganha por hora.
2. Qual é o valor a descontar no ordenado mensal da Paula, sabendo que no mês passado, por motivo de greve, não trabalhou dois dias?
3. Qual é o rendimento anual do Raul e da Paula?



Subsídios de férias e de Natal não existem em muitos países europeus

Nos países nórdicos, por exemplo, não existe pagamento de subsídio de Natal. Já o subsídio de férias é acumulado pelo trabalhador ao longo do ano.

Fonte:

<https://www.tsf.pt/economia/subsidios-de-ferias-e-de-natal-nao-existem-em-muitos-paises-europeus-2058538.html>

4. O primo do Raul tem um emprego a tempo parcial num país nórdico e ganha 1050 euros por mês. Com esta informação podes concluir que o Raul ganha mais do que o primo?



Tarefa 1

Como calcular e qual a finalidade do valor hora?

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa visa dar a conhecer o conceito de valor hora, determinar a remuneração horária bem como o valor de um salário mensal e anual, conhecidas determinadas condições associadas a um contrato de trabalho.

Conhecimentos prévios dos alunos: Leitura e interpretação de informação disponível em diferentes fontes, como por exemplo, jornais e Portal das finanças.

Materiais e recursos: Calculadora e recursos tecnológicos para aceder aos endereços eletrónicos.

Notas e sugestões:

Na introdução da tarefa, o professor pode começar por sugerir aos alunos que façam uma estimativa sobre qual dos trabalhadores, Raul ou Paula, ganha mais nas condições apresentadas.

Os alunos devem envolver-se na resolução da tarefa em pequenos grupos, apropriando-se da informação disponibilizada, em particular a fórmula que consta no código do trabalho que permite calcular o valor da retribuição horária. Devem também considerar que os subsídios de férias e de Natal podem seguir regras distintas nos vários países europeus.

Na discussão da questão 1 da tarefa, o professor poderá retomar as estimativas feitas inicialmente com os alunos.

Acerca da questão 2, subentende-se que a distribuição das 40 horas de trabalho semanal corresponde a trabalhar 8 horas diárias (8x5). Contudo, pode ser oportuno considerar uma semana de 4 dias de trabalho pelo que os 2 dias de greve teriam um impacto diferente, o que remete para considerar soluções alternativas desta questão.

Na questão 3, poderá ser necessário alertar os alunos para o facto de que, em Portugal, o salário é pago 14 vezes por ano.



A propósito da questão 4, importa fazer uma consideração relativa ao tempo parcial de trabalho. Na verdade, o rendimento anual do Raul ($14\ 000 = 1000 \times 14$) é superior ao do seu primo ($13\ 650 = 1050 \times 13$), mas será bastante plausível que a retribuição horária seja inferior à do primo, dependendo do número de horas semanais a que corresponde o tempo parcial.



Tarefa 2

As taxas do IRS

O João recebe, em 2023, um salário bruto de 800€ por mês. Na empresa onde trabalha não é pago qualquer valor relativo a ajudas de custo ou subsídio de refeição, ao contrário dos subsídios de férias e Natal, que são obrigatórios por lei.

1. Determina o valor do IRS (Imposto sobre o Rendimento das Pessoas Singulares) que o João vai pagar, relativo ao ano de 2023.

O "valor de imposto" é obtido pela fórmula:

$$\text{rendimento coletável} \times \text{taxa normal} - \text{parcela a abater}$$

O rendimento coletável contempla o salário ou pensão, as ajudas de custo e o subsídio de refeição.

Taxa normal de IRS para 2023

| Escalões | Rendimento coletável (€) | Taxa | Parcela a abater (€) |
|----------|--------------------------|--------|----------------------|
| 1º | Até 7479 | 14,50% | 0,00 |
| 2º | Mais de 7479 até 11284 | 21,00% | 486,14 |
| 3º | Mais de 11284 até 15992 | 26,50% | 1106,76 |
| 4º | Mais de 15992 até 20700 | 28,50% | 1426,65 |
| 5º | Mais de 20700 até 26355 | 35,00% | 2772,14 |
| 6º | Mais de 26355 até 38632 | 37,00% | 3299,12 |
| 7º | Mais de 38632 até 50483 | 43,50% | 5810,25 |
| 8º | Mais de 50483 até 78834 | 45,00% | 6567,33 |
| 9º | Mais de 78834 | 48,00% | 8932,68 |

Nota: Adaptado de Lei n.º 24-D/2022, de 30 de dezembro

2. Foi proposto ao João que fizesse um trabalho temporário durante um fim de semana, pelo qual deverá receber 500 €. Um amigo advertiu-o que o acréscimo no rendimento implicaria uma mudança de escalão do IRS, e como tal poderia não compensar. O amigo do João terá razão? Explica porquê.



3. Ao analisar a tabela da taxa normal de IRS para 2023, o João reparou que em todos os escalões (à exceção do primeiro) existe uma parcela a abater. O João percebeu que, no caso de não realizar o trabalho adicional proposto, apenas o rendimento coletável que excede 7 497 € está sujeito ao pagamento de imposto à taxa de 21%. Desta forma o João conseguiu explicar como é calculado o valor da parcela a abater relativa ao 2.º escalão.

Reproduz os cálculos que justificam a explicação do João.

4. Determina o valor da parcela a abater no 3.º escalão.



Tarefa 2

As taxas do IRS

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos compreendam como se efetua o cálculo do IRS e conheçam algumas das suas características, nomeadamente, a sua progressividade, a existência da parcela a abater em determinados escalões, e saber ainda avaliar se há compensação em ter um rendimento coletável maior.

Conhecimentos prévios dos alunos: Leitura e interpretação da informação disponível; cálculo de percentagens.

Materiais e recursos: Calculadora.

Notas e sugestões:

É possível que esta seja a primeira vez que os alunos se vejam confrontados com o cálculo do Imposto sobre o Rendimento das Pessoas Singulares (IRS). A linguagem própria deste assunto revela especificidade que o nível etário dos alunos não está de todo habituado: rendimento coletável, taxa, parcela a abater, ...

A aula pode começar com uma introdução, em grande grupo, na qual se discute o que cada um sabe sobre o IRS, não excedendo 10 minutos.

Em grupos de trabalho (pelo menos dois), é importante proporcionar tempo e oportunidade para que os alunos se apropriem da terminologia, interpretem a informação presente no texto e a apliquem ao responderem às questões. É essencial que haja trabalho autónomo, no qual os alunos leiam, tentem resolver as questões, enquanto discutem e partilham ideias com os seus pares.

O professor deve ir apoiando os grupos de trabalho, ouvindo os alunos e colocando questões ou desafios que os possam ajudar a avançar na tarefa. Esse apoio e questionamento pode ser fundamental para que os alunos percebam por si mesmos se algumas das suas respostas não estão corretas, incentivando a reflexão e o pensamento crítico.

A questão 3 apresenta um desafio ao nível da interpretação que é mais complexo do que as anteriores, especialmente na compreensão do significado da “parcela a



abater”. A discussão final, realizada em grande grupo, pode iniciar-se precisamente pela explicação do papel e do valor da parcela a abater em cada escalão, além do primeiro.

Para que o professor e os alunos possam avaliar se houve aprendizagem acerca destes assuntos, os alunos podem prosseguir com a explicitação dos cálculos necessários para determinar as parcelas a abater dos restantes escalões.



Tarefa 3

O rendimento da Nádía

A Nádía vive com o Manuel e têm 2 filhos.

A imagem seguinte apresenta o recibo de vencimento da Nádía, relativo ao mês de março de 2023.

Algumas das parcelas do recibo de vencimento estão omitidas, encontrando-se assinaladas por retângulos a preto.

Recibo de remunerações

| EMPRESA | | | COLABORADOR(A) | | |
|------------------------|-------------------|-------------------------|---|-----------------|-----------------|
| Nome: | Alegria | | Nome: | Nádía Ferreira | |
| Morada: | Rua da Felicidade | | Número de contribuinte: | 118111111 | |
| NIPC: | 999999999 | | Número de identificação na Seg. Social: | 654654654 | |
| NISS: 11223344556 | | | Categoria ou grupo profissional: | colaboradora | |
| Período de liquidação: | 01/03/23 | | 31/03/23 | Total de dias: | 31 |
| QUANTIDADE | VALOR | DESCRIÇÃO | ABONOS | DESCONTOS | |
| 31 | 59,00 € | Salário Base | 1 829,00 € | | |
| | | Subsídio de alimentação | 240,00 € | | |
| | | | TAXAS | | |
| | | Sindicato | | 36,58 € | |
| | | Seguro Médico | | 40,00 € | |
| | | Formações | 0,10% | 1,83 € | |
| | | Segurança Social | 11,00 % | | |
| | | I.R.S. | | | |
| Acumul. Desc. para IRS | EXTRAS | BASE S.S. | BASE IRS | TOTAL | TOTAL A DEDUZIR |
| 965,71 € | | 1 829,00 € | 1 829,00 € | 2 069,00 € | |
| | | | | TOTAL A RECEBER | |
| | | | | | |

1. O recibo de vencimento da Nádía está dividido em duas partes: Abonos e Descontos. Explica o significado de cada uma dessas partes.
2. Determina o valor do desconto que a Nádía faz para a Segurança Social.
3. Calcula a taxa aplicada para o cálculo da quota do sindicato.
4. Consulta a taxa de retenção na fonte, para o IRS, a que a Nádía está sujeita (ver tabela em anexo) e calcula o respetivo desconto.
5. Quanto vai receber a Nádía no final do mês?
6. Como explicas a diferença entre o salário líquido (total a receber) e o salário bruto (salário base)?



7. Como pode ter sido calculado o valor do acumulado dos descontos para IRS?
8. Qual é o valor da retenção (valor acumulado dos descontos) para o IRS da Nádia, no final do ano, partindo do princípio que o vencimento e a taxa de retenção do IRS se mantiveram inalterados ao longo do ano?
9. De uma forma simplificada, o cálculo do IRS poderá seguir os três passos seguintes:

1.º Passo: Rendimento bruto anual - deduções específicas = Rendimento coletável

2.º Passo: Rendimento coletável x taxa de IRS - parcela a abater = Coleta

3.º Passo: Coleta - deduções da coleta - retenção = Montante de IRS (a pagar adicionalmente ou a reembolsar)

Nota: A taxa de IRS e a parcela a abater estão na tabela da tarefa 2

Determina o valor do IRS da Nádia sabendo que irá ter as seguintes deduções:

- deduções específicas: 4104,00 €
- deduções à coleta (despesas familiares, saúde, educação, ...): 626,00 €

10. Supondo que a Nádia não teve deduções específicas, nem deduções à coleta, qual será o valor do IRS nesta situação?

Tabela de retenção na fonte (IRS)

Trabalho dependente

Casado, dois titulares

| Remuneração mensal (euros) | Número de dependentes | | | | | |
|----------------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-----------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 ou mais |
| Até 762,00 | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| Até 790,00 | 2,0% | 1,8% | 0,4% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| Até 812,00 | 4,0% | 3,6% | 0,9% | 0,0% | 0,0% | 0,0% |
| Até 863,00 | 7,0% | 5,0% | 3,3% | 2,4% | 0,5% | 0,0% |
| Até 964,00 | 9,3% | 7,2% | 6,4% | 3,7% | 3,0% | 1,1% |
| Até 1 051,00 | 11,2% | 8,5% | 7,7% | 5,0% | 4,3% | 3,0% |
| Até 1 113,00 | 12,0% | 9,4% | 8,5% | 5,9% | 4,7% | 3,8% |
| Até 1 194,00 | 13,0% | 11,3% | 10,5% | 7,8% | 7,0% | 5,2% |
| Até 1 280,00 | 14,0% | 12,3% | 11,4% | 8,8% | 7,9% | 6,2% |
| Até 1 380,00 | 15,0% | 14,3% | 12,5% | 10,6% | 8,9% | 8,0% |
| Até 1 466,00 | 16,1% | 15,3% | 13,6% | 11,9% | 10,0% | 9,2% |
| Até 1 609,00 | 17,1% | 16,4% | 14,6% | 12,8% | 11,1% | 10,2% |
| Até 1 762,00 | 18,5% | 17,7% | 16,1% | 14,3% | 13,4% | 11,7% |
| Até 1 925,00 | 19,9% | 19,3% | 17,6% | 16,0% | 15,2% | 13,5% |
| Até 2 035,00 | 20,9% | 20,4% | 18,5% | 16,9% | 16,1% | 14,5% |
| Até 2 151,00 | 21,9% | 21,4% | 19,6% | 17,7% | 17,0% | 16,3% |
| Até 2 283,00 | 22,8% | 22,3% | 20,7% | 18,9% | 17,9% | 17,3% |



Tarefa 3

O rendimento da Nádia

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem como propósito familiarizar os alunos com um recibo de vencimento, ajudando-os a compreender a diferença entre salário bruto e salário líquido, resultante da existência de abonos e descontos obrigatórios que cada trabalhador tem de efetuar.

Conhecimentos prévios dos alunos: Leitura e interpretação da informação disponível; cálculo de percentagens.

Materiais e recursos: Calculadora ou folha de cálculo (computador, dispositivo móvel/smartphone, tablet).

Notas e sugestões:

Avançando na leção dos modelos matemáticos em finanças, e depois de se ter analisado o cálculo da remuneração horária e mensal e as taxas do imposto IRS, propõe-se o trabalho a partir de um recibo de vencimento.

O recibo simulado incluído na tarefa possui o valor da remuneração por dia, podendo solicitar-se o valor da remuneração à hora e certificar-se do cálculo da remuneração mensal, fazendo assim ligação com a tarefa 1.

O professor, ao introduzir a tarefa, pode usar esses primeiros momentos da aula para, solicitar aos alunos que partilhem o que sabem ou conhecem sobre recibos de vencimento. Os alunos poderão trabalhar a pares na resolução da tarefa, tomando consciência dos descontos obrigatórios para a Segurança Social e para o IRS, assim como dos abonos que também podem ser recebidos. Os cálculos envolvidos permitem continuar a consolidar o trabalho com percentagens.

A tarefa finaliza com uma ligação ao cálculo do valor do IRS, considerando o desconto mensal, o valor acumulado ao longo do ano e o acerto final quando o ano civil termina, momento em que se poderá receber um reembolso ou ter de efetuar um pagamento adicional.



Sem entrar propriamente na exemplificação de casos familiares específicos, o professor poderá solicitar aos alunos que tragam exemplos de outros tipos de descontos que possam existir consoante a atividade profissional que se exerça.



Tarefa 4

As Poupanças da Nádia

A Nádia, no final de todos os meses, põe de parte dinheiro, que lhe sobra do ordenado, num pequeno cofre que tem em casa, com o objetivo de fazer uma poupança. Na semana passada decidiu ir ver que condições lhe ofereciam alguns bancos, nos depósitos a prazo, para aplicar as suas poupanças, no valor de 5 000€. Seleccionou as duas propostas seguintes:

| Banco BFO | Banco BAI |
|--|--|
| Taxa de juro anual de 1,6% (juro simples). | Taxa de juro anual de 1,3% (juro composto). |
| No final de cada ano, o valor do juro é calculado, sempre, sobre o montante inicialmente depositado. | O valor do juro é sempre adicionado ao montante em depósito, no final de cada ano, e o juro é sucessivamente calculado sobre o total do montante existente na conta. |

Se a Nádia não tencionar mexer nesta sua poupança, nem nos juros que se vão acumulando nos bancos respetivos, qual vos parece que vai ser mais rentável ao fim de 10, 20 e 40 anos?

Sugestão: Recorre a uma folha de cálculo para ajudar a Nádia a decidir qual é a opção mais vantajosa.



Tarefa 4

As Poupanças da Nádia

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem como propósito a compreensão dos conceitos de juro simples e juro composto mediante a análise e comparação das condições de duas propostas de investimento, com recurso à folha de cálculo.

Conhecimentos prévios dos alunos: Saber interpretar a informação contida num texto.

Materiais e recursos: Folha de cálculo (computador, dispositivo móvel/smartphone, calculadora, tablet, ...).

Notas e sugestões:

Os alunos poderão encontrar dificuldades em compreender os conceitos de juro simples e de juro composto, e em proceder ao seu cálculo. Caso não tenham experiência com a folha de cálculo, pode ser

necessário apoiar a organização dos dados para tirar partido das funcionalidades da folha de cálculo.

Mostramos ao lado uma possibilidade de organização da folha de cálculo. Os alunos com o auxílio da ferramenta de arraste das células encontram as respostas para os itens.

Como extensão desta tarefa, algumas das turmas piloto exploraram um simulador de crédito, disponibilizado online

(<https://www.cetelem.pt/creditos/credito-pessoal>)

para verificar se a Taxa Anual Nominal (TAN) e o capital emprestado é compatível com o número de prestações. Analisou-se, ainda, a variação do montante total de juros pagos com o número de prestações.



| | A | B | C |
|----|-------------------|--------|-----------|
| 1 | JUROS | Simple | Compostos |
| 2 | BANCOS | BFO | BAI |
| 3 | TAXA | 1,60% | 1,30% |
| 4 | ANO/CAPITALIZAÇÃO | 80 | 1,013 |
| 5 | 0 | 5000 | 5000 |
| 6 | 1 | 5080 | 5065 |
| 7 | 2 | 5160 | 5130,85 |
| 8 | 3 | 5240 | 5197,55 |
| 9 | 4 | 5320 | 5265,12 |
| 10 | 5 | 5400 | 5333,57 |
| 11 | 6 | 5480 | 5402,91 |
| 12 | 7 | 5560 | 5473,15 |
| 13 | 8 | 5640 | 5544,3 |
| 14 | 9 | 5720 | 5616,38 |
| 15 | 10 | 5800 | 5689,39 |
| 16 | 11 | 5880 | 5763,35 |
| 17 | 12 | 5960 | 5838,27 |
| 18 | 13 | 6040 | 5914,17 |
| 19 | 14 | 6120 | 5991,05 |
| 20 | 15 | 6200 | 6068,93 |
| 21 | 16 | 6280 | 6147,83 |
| 22 | 17 | 6360 | 6227,75 |
| 23 | 18 | 6440 | 6308,71 |
| 24 | 19 | 6520 | 6390,72 |
| 25 | 20 | 6600 | 6473,8 |



Tarefa 5

Empréstimos de capital

Segundo informação do [Banco de Portugal](#), os juros dos depósitos, pagos pelo banco (seguir o link ou ler o QR Code), estão sujeitos ao pagamento de impostos, que diferem consoante se trata de uma empresa ou de uma pessoa singular, e se tem domicílio fiscal em Portugal Continental e na Madeira, ou nos Açores.



A taxa de juro, antes de aplicado o imposto, chama-se Taxa Anual Nominal Bruta e é conhecida pela sigla TANB, aquela que normalmente é mais visível nos anúncios dos bancos. Aplicado o imposto, essa taxa baixa e tem o nome de Taxa Anual Nominal Líquida, identificada pela sigla TANL.

Parte I - Depósitos

1. A D. Rosa, que tem domicílio fiscal em Portugal continental, escolheu um banco e fez um depósito a prazo de 3 anos com as suas poupanças, no valor de 1500 euros, a uma taxa anual de 3,5% (TANB).
 - 1.1. Explica por que razão a TANL é 2,52%.
 - 1.2. Qual é o capital que terá na sua conta no final do prazo se são:
 - 1.2.1. considerados juros simples, capitalizados uma só vez, no final?
 - 1.2.2. considerados juros compostos, capitalizados na conta ao fim de cada ano, sobre o valor acumulado?
 - 1.2.3. considerados juros compostos, capitalizados na conta semestralmente?

2. Um dos bancos que a D. Rosa consultou, para fazer o depósito das suas poupanças, deu-lhe a informação, numa simulação feita ao balcão, que ao fim dos 3 anos do depósito a prazo teria disponíveis na sua conta 1596.50 €.
 - 2.1. Qual foi a TANL de juro que lhe ofereceu o banco, se se tratou de um juro simples, com capitalização apenas no final do prazo?
 - 2.2. Qual foi a TANL, caso o banco lhe tenha proposto o pagamento de juros compostos, capitalizados anualmente?



Parte II - Empréstimos

O depósito bancário é uma espécie de empréstimo que o cliente faz ao banco, recebendo por isso o pagamento dos juros, deduzidos os impostos, como ocorreu com a D. Rosa. É mais frequente a referência a “empréstimo” quando é o banco a emprestar dinheiro ao cliente e é, então, o cliente que pagará juros (compostos). No caso em que o banco empresta ao cliente, considera-se a Taxa Anual Nominal (TAN), aquela que se aplica ao que o cliente pagará, podendo incluir um lucro do banco, o spread, comum nos empréstimos à habitação.

No dia 3 de janeiro de 2023, o João pediu 1000€ emprestados ao banco para comprar um computador. O banco cobra uma taxa de 8% (TAN).

1. Se a taxa é cobrada apenas uma vez por ano, quanto deve o João ao banco;
 - 1.1. a 3 de janeiro de 2024?
 - 1.2. a 3 de janeiro de 2025 se, entretanto, não fizer qualquer pagamento?
2. Considera agora que os juros são cobrados mensalmente, sendo a TAN fracionada igualmente em cada mês. Claro que o João tem como objetivo ir pagando parte da dívida, o que fará mensalmente.

(Nota: Utiliza uma folha de cálculo para responderes às seguintes questões, sobretudo a partir da 2.1.3.)

- 2.1. Se pagar todos os meses 30.00€,
 - 2.1.1. quanto deve o João a 3 de fevereiro, logo após o pagamento da 1ª prestação?
 - 2.1.2. qual é o valor da dívida a 3 de março?
 - 2.1.3. qual é o valor da dívida ao fim de um ano?
 - 2.1.4. quanto tempo demorará a pagar o empréstimo?
- 2.2. Qual deverá ser o valor da prestação mensal para que pague o empréstimo ao fim de 2 anos?

(Sugestão: Utiliza a folha de cálculo dos últimos itens para realizar experiências, alterando o valor da prestação mensal, e verifica o que ocorre ao fim de dois anos.)



Tarefa 5

Empréstimos de capital

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem como propósito desenvolver a capacidade para analisar propostas de investimento, a partir de simulações de cálculo de juros simples e juros compostos, para avaliar a rentabilidade de poupanças ou condições de pagamento de um empréstimo, recorrendo a uma folha de cálculo.

Conhecimentos prévios dos alunos: Leitura e interpretação da informação disponível sobre taxas de juros e impostos; cálculo de percentagens.

Materiais e recursos: Folha de cálculo (computador, dispositivo móvel ou smartphone, ou calculadora).

Notas e sugestões:

No seguimento da tarefa anterior, propõe-se a continuação do trabalho em torno de diferentes tipos de juro e com vários períodos de capitalização. Pretende-se que os alunos apliquem esse conhecimento sobre juros, para determinar o valor de cada prestação mensal quando se contrai um empréstimo à banca, e uma vez fixado o modelo de cálculo dos juros a ser usado.

Nesta tarefa não se recomenda o tratamento algébrico das situações apresentadas. Por exemplo, o item 2.2. da parte A visa o cálculo do valor da taxa de juro sendo conhecidos os valores finais e iniciais da poupança e o período de capitalização. O processo algébrico remeteria para a resolução de uma equação demasiado ambiciosa para esta altura da lecionação, e o propósito orientador da questão é a constatação do poder do modelo implementado na folha de cálculo, o que pode ser observado através da alteração dos valores das células para determinar a taxa de juro.

Analogamente, o item 2 da parte B visa encontrar o valor da prestação mensal conhecendo-se o montante do empréstimo, a taxa de juro e o período de liquidação da dívida. Uma resolução algébrica conduziria, também, a uma complexidade de procedimentos e expressões que não são preconizadas. Os alunos devem mobilizar o



raciocínio matemático para criar algoritmos através de recursos tecnológicos (folha de cálculo) para obter o valor da prestação solicitado.

Durante a discussão coletiva sobre esta tarefa, implementada nas turmas piloto no ano letivo de 2023/2024, emergiram as diversas abordagens desenvolvidas pelos alunos. Embora todas as soluções tenham utilizado a folha de cálculo, distinguiram-se principalmente pela forma como foram organizadas para facilitar a exploração.

Em seguida apresenta-se uma possível estratégia de resolução do item 2 da parte B, que os alunos podem desenvolver utilizando a folha de cálculo. As colunas B a F representam buscas cada vez mais refinadas do valor da prestação mensal de forma que, nas condições apresentadas, o empréstimo fique pago em 2 anos.

E29 : =ARRED(E28*E\$3-45,23;3)

| A | B | C | D | E | F |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| JUROS | Compostos | Compostos | Compostos | Compostos | Compostos |
| TAXA | 8,00% | 8,00% | 8,00% | 8,00% | 8,00% |
| Mês/Divida | 1,006666667 | 1,006666667 | 1,006666667 | 1,006666667 | 1,006666667 |
| Prestação mensal | 30 € | 40 € | 45 € | 45,23 € | 45,22 € |
| 0 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 | 1000 |
| 1 | 976,667 | 966,667 | 961,667 | 961,4367 | 961,4467 |
| 2 | 953,178 | 933,111 | 923,078 | 922,616 | 922,636 |
| 3 | 929,533 | 899,332 | 884,232 | 883,537 | 883,567 |
| 4 | 905,73 | 865,328 | 845,127 | 844,197 | 844,237 |
| 5 | 881,768 | 831,097 | 805,761 | 804,595 | 804,645 |
| 6 | 857,646 | 796,638 | 766,133 | 764,729 | 764,789 |
| 7 | 833,364 | 761,949 | 726,241 | 724,597 | 724,668 |
| 8 | 808,92 | 727,029 | 686,083 | 684,198 | 684,279 |
| 9 | 784,313 | 691,876 | 645,657 | 643,529 | 643,621 |
| 10 | 759,542 | 656,489 | 604,961 | 602,589 | 602,692 |
| 11 | 734,606 | 620,866 | 563,994 | 561,376 | 561,49 |
| 12 | 709,503 | 585,005 | 522,754 | 519,889 | 520,013 |
| 13 | 684,233 | 548,905 | 481,239 | 478,125 | 478,26 |
| 14 | 658,795 | 512,564 | 439,447 | 436,083 | 436,228 |
| 15 | 633,187 | 475,981 | 397,377 | 393,76 | 393,916 |
| 16 | 607,408 | 439,154 | 355,026 | 351,155 | 351,322 |
| 17 | 581,457 | 402,082 | 312,393 | 308,266 | 308,444 |
| 18 | 555,333 | 364,763 | 269,476 | 265,091 | 265,28 |
| 19 | 529,035 | 327,195 | 226,273 | 221,628 | 221,829 |
| 20 | 502,562 | 289,376 | 182,781 | 177,876 | 178,088 |
| 21 | 475,912 | 251,305 | 139 | 133,832 | 134,055 |
| 22 | 449,085 | 212,98 | 94,927 | 89,494 | 89,729 |
| 23 | 422,079 | 174,4 | 50,56 | 44,861 | 45,107 |
| 24 | 394,893 | 135,563 | 5,897 | -0,07 | 0,188 |
| 25 | 367,526 | 96,467 | -39,064 | -45,3 | -45,031 |
| 26 | 339,976 | 57,11 | -84,324 | -90,832 | -90,551 |
| 27 | 312,243 | 17,491 | -129,886 | -136,668 | -136,375 |
| 28 | 284,325 | -22,392 | -175,752 | -182,809 | -182,504 |

