

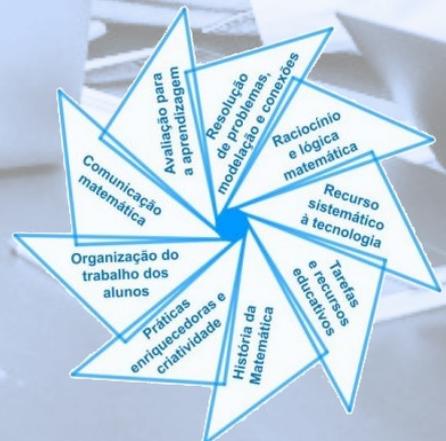
TRABALHO DE PROJETO

Matemática A

10.º ano

Coletânea de projetos desenvolvidos

2023/2024



Ficha técnica

Título:

Coletânea de projetos desenvolvidos (Matemática A 10.º ano)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto de Matemática A

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/photo/a-group-of-people-planning-while-looking-at-the-laptop-7550298/>

Data:

Lisboa, abril de 2025



Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As atividades planeadas pelo GT DCPMES integram Coletâneas de Tarefas, Brochuras de apoio e Webinars, entre outras atividades. As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar os professores na implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram desenvolvidos e aplicados em turmas piloto iniciadas no ano letivo de 2023/2024 e que são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula.

A presente coletânea recolhe alguns Projetos desenvolvidos e aplicados nas referidas turmas piloto. São materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de projetos que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora. Não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, bem como sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos.

A chamada Aprendizagem Baseada em Projetos (equivalente à expressão *Project Based Learning*, em inglês) é uma das várias formas de pedagogias ativas. Tem na sua base a perspetiva teórica (bastante inspirada na filosofia do Norte-Americano John Dewey) segundo a qual aprender é mais do que adquirir conhecimento, é essencialmente construir novos conhecimentos de forma colaborativa ao lidar com problemas complexos; isso requer tipicamente conhecimento interdisciplinar, pensamento inovador e capacidade de organização e planeamento.

Na base da importância da Aprendizagem Baseada em Projetos está o facto de os alunos adquirem uma compreensão de noções, princípios e conceitos-chave envolvidos no projeto de forma mais sólida e profunda, à medida que investigam e procuram soluções para os problemas. Além disso, a Aprendizagem Baseada em Projetos coloca os alunos em ambientes de resolução de problemas contextualizados, pelo que os projetos podem estabelecer pontes entre o trabalho de sala de aula e as experiências da vida real; as perguntas e respostas que surgem no decurso da realização de um projeto adquirem um valor claro, ficam disponíveis para escrutínio público e tornam-se úteis para além do espaço da sala de aula. A Aprendizagem Baseada em Projetos promove ainda as conexões entre várias disciplinas e representa uma visão alargada, e não estreita, da aprendizagem de teorias e conceitos. Por último, as capacidades tecnológicas cada vez mais acessíveis no mundo atual constituem recursos fundamentais na realização de projetos, pois são ferramentas que podem apoiar e potencializar o trabalho dos alunos na obtenção, tratamento e análise de informação, na partilha e colaboração, bem como na construção de artefactos e produtos.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Os projetos compilados nesta coletânea foram aplicados num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem dos projetos agora publicados é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática dos projetos em salas de aula reais e um posterior refinamento desses mesmos projetos. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício

Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras Brochuras de apoio; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

TRABALHO DE PROJETO

Aulas (50 min)	Nome do Projeto	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
5	(Mais) Pontos notáveis	Geometria sintética Aprofundamento do estudo de Geometria sintética com trabalho de projeto	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados à Matemática num problema contextualizado, desenvolvendo competências de representação e comunicação matemática. • Desenvolver hábitos de pesquisa. • Interpretar de forma crítica, informação, modelos e processos. • Conhecer, aplicar e construir modelos presentes na Matemática, tirando partido da tecnologia. • Desenvolver a criatividade e a comunicação, através da apresentação do projeto em palestras, pôsteres, vídeos ou outros suportes. 	Trabalho em grupo com apresentação final em turma	<ul style="list-style-type: none"> • Comunicação Matemática • Organização do trabalho dos alunos • Práticas enriquecedoras e criatividade • História da matemática 	<ul style="list-style-type: none"> • Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
5	Comportamentos dos alunos no ensino secundário na nossa escola	Estatística Aprofundamento do estudo de Estatística com trabalho de projeto				
5	Matemática financeira	Modelos matemáticos para a cidadania Aprofundamento do estudo de Modelos matemáticos em finanças com trabalho de projeto				
5	Trisseção de um segmento de reta	Geometria sintética Aprofundamento do estudo de Geometria sintética com trabalho de projeto				

(Mais) pontos notáveis

Geometria sintética

Contextualização

Na sequência do estudo da Geometria Sintética, e após o estudo de quatro pontos notáveis do triângulo (baricentro, circuncentro, incentro e ortocentro), os alunos tiveram conhecimento da existência de outros pontos notáveis, com outras propriedades e a partir dos quais se podem estabelecer outras relações.

No âmbito do trabalho de projeto, em algumas turmas piloto, foi proposto que os alunos realizassem o estudo de outro ponto notável, apresentando a sua definição, o seu contexto histórico, bem como a respetiva construção e curiosidades ou aplicações.

O produto final do trabalho de projeto foi um póster, em formato digital (canva, powerpoint, ...), o qual foi apresentado à turma ou divulgado na comunidade escolar.

Assim, o trabalho projeto “(Mais) pontos notáveis” teve como objetivos que os alunos aprofundassem os conhecimentos de Geometria Sintética; desenvolvessem hábitos de trabalho colaborativo, resiliência e criatividade; conhecessem factos e personalidades relevantes da história da Matemática; melhorassem a comunicação matemática, tanto escrita como oral. Em todas as fases do desenvolvimento do projeto foi essencial o recurso sistemático à tecnologia.

Notas sobre a aplicação

Nas turmas em que este trabalho foi proposto os alunos revelaram um grande envolvimento em todas as fases do projeto. Os pósteres produzidos tiveram diferentes níveis de consecução, mas o balanço permite valorizar mais o processo do que o produto final. .

É expectável que em diferentes fases do desenvolvimento do projeto surjam conceitos ou dados desconhecidos do professor, levando-o a um trabalho de pesquisa tendo em vista a sua validação. Esse facto deverá ser encarado com naturalidade.



Em futuras propostas deste trabalho de projeto, para gestão por parte do professor poderá ser recomendável sugerir uma lista com um número restrito de pontos notáveis que se enquadrem em todos os objetivos do trabalho.

Guião e descritores para a avaliação apresentados aos alunos

TRABALHO PROJETO PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

Pretende-se que elaborem a pares um PÓSTER, no qual devem apresentar o estudo de um ponto notável do triângulo, diferente dos estudados na aula.

Para escolher o PONTO NOTÁVEL consultem o endereço seguinte:

https://pt.wikipedia.org/wiki/Elementos_not%C3%A1veis_de_um_tri%C3%A2ngulo

No póster devem constar as seguintes informações:

- Definição: descrição concisa e compreensível do ponto notável selecionado;
- Contexto histórico: breve descrição sobre a descoberta desse ponto, incluindo informações sobre quem o descobriu;
- Construção: apresentação de esquemas/diagramas que evidenciem os procedimentos para a sua construção;
- Curiosidades: apresentação de factos/propriedades/características fascinantes associadas ao ponto notável;
- Aplicações: identificação de aplicações do ponto notável que possam ser do interesse geral.

Para saberem como fazer um PÓSTER no powerpoint consultem o endereço seguinte:

<https://slidesgo.com/pt/slidesgo-school/tutoriais-do-powerpoint/como-criar-um-cartaz-o-u-poster-no-powerpoint>

Devem partilhar com o professor os nomes dos elementos do grupo e o nome do ponto notável escolhido.

O professor poderá solicitar a apresentação de alguns pósteres.



CRITÉRIOS E PONDERAÇÕES DE AVALIAÇÃO DO TRABALHO PROJETO

Conhecimento matemático	12
Rigor e correção do texto matemático	6
Utilização do vocabulário específico da matemática	6
Comunicação escrita	4
Clareza do discurso	3
Correção ortográfica	1
Estrutura	4
Apresentação / Organização	3
Cumprimento do prazo de entrega	1

Critérios	Níveis de desempenho		
Rigor e correção do texto matemático	Não apresenta erros na definição e na construção do ponto [5,6]	Apenas a definição ou a construção apresenta erros matemáticos [3,4]	Apresenta erros na definição e na construção do ponto [1,2]
Utilização do vocabulário específico da matemática	Não apresenta erros no vocabulário específico da matemática [5,6]	Apresenta erros no vocabulário específico da matemática [3,4]	Apresenta muitos erros no vocabulário específico da matemática [1,2]
Clareza do discurso	Discurso claro 3	Discurso pouco claro 2	Discurso com deficiências 1
Correção ortográfica	Texto sem erros 1	Texto com alguns erros 0,5	
Apresentação/ Organização	Apresentação e organização muito cuidada 3	Apresentação e organização cuidada 2	Apresentação e organização pouco cuidada 1
Cumprimento do prazo de entrega	Trabalho entregue no prazo 1	Trabalho entregue fora do prazo 0	



Pode aceder ao ficheiro do guião em: [Guião projeto pontos notáveis](#)

Exemplos de produções dos alunos

- [PDF Ponto de Vecten.pdf](#)
- [PDF Ponto de Nagel.pdf](#)
- [PDF Ponto de Lemoine.pdf](#)
- [PDF Ponto de Fermat.pdf](#)



Comportamentos dos alunos no ensino secundário na nossa escola

Estatística

Contextualização

Na sequência do estudo da Estatística no 1.º período, foi proposto, no 2.º período, aos alunos que efetuassem um trabalho de projeto sobre os comportamentos dos alunos do ensino secundário na sua escola, recorrendo aos conhecimentos de Estatística e de outras áreas que considerassem relevantes e necessárias.

Assim, no âmbito do trabalho de projeto “Comportamentos dos alunos no ensino secundário na nossa escola” foi proposto aos alunos que analisassem, por exemplo, o nível de utilização da internet e das redes sociais; quanto tempo se detinham a jogar na *internet* por dia; quais os hábitos de sono e de estudo dos alunos.

O produto final foi um póster, em formato digital (*powerpoint*, ...), apresentado à turma e divulgado na comunidade escolar. No póster deviam constar gráficos, tabelas e resumos descritivos dos dados, com comentários sobre o significado dos mesmos, que permitissem ilustrar problemas vivenciados pelos alunos da escola neste nível de ensino.

Assim, o trabalho de projeto teve como objetivos desenvolver nos alunos hábitos de trabalho colaborativo, uma vez que o trabalho foi executado em pequenos grupos; desenvolver a criatividade e o espírito crítico; e, fomentar a interação com o meio que os rodeava, melhorando igualmente a sua comunicação matemática, tanto escrita como oral.

Notas sobre a aplicação

Os pósteres produzidos tiveram diferentes níveis de realização, tendo sido dadas sugestões acerca das ações que os alunos deveriam desenvolver para executar um póster estatístico, nomeadamente: clarificando o que é um póster estatístico; o porquê de efetuar um póster estatístico; como deve ser a sua elaboração; quais os suportes a utilizar; qual deve ser a estrutura do póster; e, quais devem ser as etapas de elaboração de um póster estatístico.



Foram igualmente apresentados exemplos das Competições Internacionais de Pósteres de Literacia Estatística de 2020-2021.

A turma foi dividida em 9 grupos, de 3 alunos cada, tendo apresentado pósteres que abordaram os seguintes temas: Qual o impacto da Internet no dia-a-dia dos alunos?; Atividades extracurriculares vs carga horária escolar; Mente sã em corpo sã; Tempo de uso das redes sociais vs Prática de exercício físico; Será que os hábitos extracurriculares influenciam o rendimento escolar?; A relação entre as horas passadas nas redes sociais e no desporto; Será que o uso do telemóvel influencia a produtividade, o rendimento escolar e o comportamento dos alunos do Ensino Secundário?; Será que o tempo gasto no telemóvel afeta os resultados escolares?; e, O uso do telemóvel na nossa escola.

Todos os alunos, quer em aula, quer fora desta, seguiram as seguintes fases propostas: Encontrar uma questão/tema para estudar/investigar; Recolher os dados; Analisar a qualidade dos dados recolhidos; Analisar os dados; Análise e Conclusões. Sendo que em todas estas fases o docente foi dando feedback a cada grupo.

Guião apresentado aos alunos

TRABALHO PROJETO
COMPORTAMENTOS DOS ALUNOS NO ENSINO SECUNDÁRIO NA NOSSA ESCOLA



Qual é o nível de utilização da Internet e das redes sociais?

Qual é a prevalência da Internet para jogar? Quantas horas por dia?

Como são os hábitos de sono e de estudo dos alunos?



Estas são algumas questões que podem levar os alunos a ter diferentes comportamentos no ensino secundário.

Como produtos deste trabalho de projeto propomos que elaborem um pôster e uma apresentação digital para ser mostrada aos teus colegas na aula.

OBJETIVOS DO TRABALHO

Pretende-se que cada grupo (três elementos) desenvolva um trabalho de projeto sobre os comportamentos dos alunos do ensino secundário na nossa escola, recorrendo aos seus conhecimentos de Estatística e de outras áreas que considerem relevantes e necessárias.

Nota: Pesquisar não significa fazer uma transcrição pura e simples!

A tarefa que é proposta compreende duas partes que a seguir se identificam:

Parte 1

Construção de um pôster e de uma apresentação digital que deverá referir-se a comportamentos dos alunos no ensino secundário.

Parte 2

A avaliação de cada elemento do grupo deve ser registada no documento fornecido (anexo I), tendo em conta a opinião do próprio sobre o seu desempenho bem como a opinião de todos os outros intervenientes do grupo sobre esse mesmo desempenho. O preenchimento do documento deve pois resultar do consenso do grupo.

O QUE É UM PÓSTER ESTATÍSTICO?

É uma apresentação de uma só página que relata uma história sobre um conjunto de dados.

PORQUÊ FAZER UM PÓSTER ESTATÍSTICO?

É uma maneira interessante de:

- Trabalhar em equipa.
- Investigar questões reais usando dados reais.
- Desenvolver competências matemáticas, sociais e afetivas.
- Interpretar resultados estatísticos.
- Desenvolver a escrita.



COMO DEVE SER UM PÓSTER ESTATÍSTICO?

Um pôster estatístico deve:

- Ser simples e ter uma progressão lógica: um objetivo ou uma questão, uma abordagem (será um plano), as principais descobertas e conclusões-chave.
- Ser independente (os leitores não devem necessitar de materiais ou informações extra para perceber o pôster).
- Ser visualmente atraente e criativo.
- Ser legível a uma distância de cerca de 2 metros.

UM PÓSTER ESTATÍSTICO DEVE:

- Incluir gráficos, tabelas e resumos descritivos dos dados.
- Conter comentários do significado dos dados.
- Apresentar, pelo menos, o que foi estudado e como, os principais resultados, discussões sobre resultados e as principais conclusões;
- Recorrendo à tecnologia, conseguir tratar, analisar e retirar informação a partir dos conjuntos de dados estatísticos recolhidos relativamente ao que se pretende estudar.
- Identificar as variáveis e sua classificação quanto à sua natureza;
- Apresentar para cada variável, os dados organizados em tabelas de frequências e gráficos que se considerem adequados;
- Calcular e interpretar medidas estatísticas que mais se adequem aos conjuntos de dados;
- Ter textos simples a contar a história dos dados e as suas conclusões;
- Não repetir a mesma informação de diferentes formas;
- Conter o(s) gráfico(s) que melhor represente(m) os resultados. Os gráficos devem ter um título e uma explicação do que apresentam (i.e., não será suficiente colocar o gráfico, é necessário explicar resumidamente o padrão ou o resultado chave que o gráfico mostra).

O SUPORTE E FORMATO DE UM PÓSTER ESTATÍSTICO

- Os pôsteres estatísticos podem ser físicos (em papel) ou digitais (por exemplo feitos em PowerPoint).
- Podem ter um formato vertical ou horizontal.
- É recomendado deixar 3 cm de margem nos lados do pôster para que o mesmo possa ser enquadrado.
- Pôsteres digitais deverão ter em consideração que o tamanho da impressão e de enquadramento dos pôsters é A1 (841 mm x 594 mm).



ESTRUTURA DO PÔSTER

Este trabalho deve estar estruturado da seguinte forma:

Título do pôster, com indicação da disciplina de Matemática, data, turma e identificação dos elementos do grupo.

Introdução, cada grupo deve descrever sucintamente o objetivo do estudo e a sua importância para os elementos do grupo e para a comunidade.

Desenvolvimento, o grupo apresenta o tema.

Conclusão, o grupo deve destacar as conclusões mais relevantes do trabalho desenvolvido e de que forma este contribuiu para melhor se ficar a conhecer os temas tratados.

Referências bibliográficas.

ETAPAS DE ELABORAÇÃO DE UM PÔSTER ESTATÍSTICO

1. Encontrar uma questão/tema para estudar/investigar

Que deverá ser:

- Claramente definido para saber que dados se pretende recolher
- Interessante para os próprios e para as outras pessoas de modo que o queiram ler.
- Desafiante, não demasiado difícil, mas também não ter uma resposta óbvia

2. Recolher os dados

- Planear cuidadosamente que medidas etc. serão necessárias antes de recolher os dados. Acerca de diferentes tipos de recolha de dados e seleção de uma amostra, poder consultar em:
<http://www.statcan.gc.ca/edu/power-pouvoir/ch2/types/5214777-eng.htm>
- Ao recorrer a dados de outras fontes, garantir que as mesmas são credíveis e de confiança. É necessário citar/listar todas as fontes externas (i.e., nome do autor, títulos das publicações, endereços da internet, etc.) de onde foram obtidos os dados ou estatísticas e gráficos que não foram produzidos pelo grupo.
- Não esquecer que se deve considerar a aleatoriedade e número de medidas ou observações. Por exemplo: Se pretender conhecer as opiniões de estudantes



sobre um determinado tema, o estudo não pode ser feito inquirindo os dois melhores amigos, os resultados serão severamente parciais.

3. Analisar a qualidade dos dados recolhidos

Muitos fatores podem afetar a qualidade dos dados e, conseqüentemente, das conclusões daí retiradas. Na planificação de um projeto e na recolha dos dados, deve ter em consideração:

- Os dados representam uma situação geral? A amostra representa a população-alvo da investigação?
- Os dados podem ser de natureza diversa e são recolhidos por pessoas, pelo que podem conter erros. Tomar atenção às possíveis fontes de erros nos dados. Analisar como podem ser reduzidas.
- Ao serem usadas observações para recolher os dados, ainda pode haver alguma variabilidade e erros. Pensar em quais as fontes dos mesmos e como as reduzir.

4. Analisar os dados

- Analisar os dados recolhidos, quer manualmente quer utilizando um programa informático.
- Ter sempre presente o objetivo ou a questão inicial.
- Usar números e gráficos para descrever os dados: por exemplo: histogramas, gráficos de barras, gráficos de linhas, diagramas de sectores circulares e diagramas de extremos e quartis. As quantidades estatísticas como média, moda, mediana e desvio-padrão também podem ser úteis.
- Relacionar, dois pares de variáveis (dados bivariados) e estudar a associação existente entre ambas, começando por estabelecer uma conjectura
- Comparar os dados da escola nos vários testes com os dados do teu distrito.

5. Análise e Conclusões

Depois de analisar os dados, têm de se interpretar as descobertas e explicar as conclusões de modo a dar resposta à questão inicial. Pensar sobre as seguintes questões (apesar de nem todas serem relevantes para o projeto em questão):

- O que é que aprendemos com os dados ou resultados obtidos?
- Os dados ou resultados são importantes, são interessantes? Para quem? Porquê?
- Quais são as implicações destas descobertas? Consegue-se fazer alguma sugestão ou recomendação baseada nas conclusões?
- Existem limitações dos métodos aplicados ou preocupações com a qualidade dos dados (por exemplo, devido ao tamanho da amostra ou devido às fontes de dados)? Podem fazer-se sugestões para a continuação da investigação ou para melhorar os dados para o futuro?



Observações finais

A secção das Conclusões no póster é bastante importante. O objetivo de um póster estatístico não se resume à apresentação de gráficos ou diagramas ou mostrar a habilidade de fazer cálculos estatísticos, tem de evidenciar pensamento estatístico e a capacidade de comunicar as conclusões das descobertas realizadas e de que modo estas podem contribuir para a resolução do problema em estudo.

EXEMPLOS

Competições Internacionais de Pósteres de Literacia Estatística 2020-2021:
http://iase-web.org/islp/Poster_Competition_2020-2021.php

OUTRAS REFERÊNCIAS

<http://www.amstat.org/asa/education/ASA-Statistics-poster-Competition-for-Grades-K-12.aspx>

Grelha de registo da avaliação dos pósteres:

ITENS A AVALIAR		PONTUAÇÃO	OBSERVAÇÕES		
FORMA	Cumprimento das especificações indicadas				
	Recurso adequado a imagens				
	Apresentação estética				
	Originalidade na conceção gráfica				
	SUBTOTAL (40 pontos)	0			
CONTEÚDO	Seleção dos dados mais significativos do projeto				
	Hierarquização/articulação adequada das ideias				
	Identificação clara da questão orientadora do projeto				
	Concisão/economia dos conteúdos				
	Cumprimento das especificações indicadas				
	SUBTOTAL (60 pontos)	0			
CLASSIFICAÇÃO FINAL DO PÓSTER (100 pontos)		0			
Participação individual dos elementos do grupo					
Nomes	Produção de textos	Conceção gráfica	Processamento do texto		



Pode aceder ao ficheiro do guião em:  **Guião projeto - Estatística**

Exemplos de produções dos alunos

- [Grupo amarelo](#)
- [Grupo azul](#)
- [Grupo laranja](#)



Matemática financeira

Modelos matemáticos para a cidadania

Contextualização

Após os alunos estarem familiarizados com os conceitos e a linguagem respeitante a Modelos matemáticos nas finanças, foi sugerida a elaboração, em pequenos grupos, de projetos neste tema. Esses projetos focaram-se, essencialmente, em diferentes aspetos da literacia financeira, desde as formas de pagamento e a compreensão das taxas de câmbio, até à análise de créditos, orçamentos familiares, preenchimento da declaração de IRS, e até ao estudo estatístico do nível de “Literacia financeira na comunidade escolar”. Essa diversidade de temas foi crucial para enriquecer o conhecimento dos alunos, permitindo-lhes compreender como diferentes áreas financeiras se interligam e como podem influenciar as suas escolhas financeiras no dia-a-dia.

A diversidade de projetos desenvolvidos no âmbito da literacia financeira foi uma experiência enriquecedora para os alunos, proporcionando uma compreensão mais ampla e profunda de vários conceitos e temas relacionados com a gestão financeira pessoal e a tomada de decisões económicas. A abordagem e a exploração de diferentes áreas financeiras permitiram que os alunos adquirissem uma visão holística, em que a matemática financeira foi aplicada de forma prática e concreta a situações do quotidiano.

Notas sobre a aplicação

Durante o desenvolvimento do projeto ao longo de uma semana, o professor atuou como mediador e orientador dos trabalhos. A sua intervenção foi planeada para garantir que os alunos tivessem liberdade para explorar soluções de forma autónoma, sem respostas prontas. O professor interveio em momentos chave, oferecendo orientações gerais e fazendo perguntas que estimulavam a reflexão dos alunos, incentivando-os a procurar soluções por conta própria, a investigar e a testar diferentes abordagens. Este método revelou-se importante na promoção da autonomia dos alunos e no desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas.



Os objetivos, etapas de desenvolvimento e critérios de avaliação do projeto foram apresentados aos alunos. Estabeleceram-se regras claras, incluindo o formato da apresentação, organização do trabalho, recursos a utilizar e prazos. Os grupos foram incentivados a dividir o projeto em etapas, com entregas faseadas, permitindo ao professor acompanhar o progresso e intervir no momento adequado.

A qualidade dos trabalhos apresentados foi heterogênea, mas independentemente do produto final, a realização destes projetos proporcionou momentos de partilha, tendo contribuído para promover o diálogo, melhorar a linguagem científica e fomentar a criatividade, a autonomia e o espírito crítico dos alunos.

Guiões e descritores para a avaliação apresentados aos alunos

TRABALHO PROJETO MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS ÀS FINANÇAS

Projeto 1: Literacia Financeira na Escola (Estudo estatístico)

Objetivo:

Avaliar o nível de literacia financeira na comunidade escolar e analisar as conclusões obtidas através de inquéritos.

Tarefas:

1. Elaboração de inquéritos:

Elaborar inquéritos direcionados aos alunos e/ou docentes sobre literacia financeira.

2. Aplicação dos inquéritos:

Aplicar os inquéritos à comunidade escolar.

3. Análise de dados:

Organizar e analisar os dados recolhidos, tirando conclusões sobre o nível de literacia financeira na escola.

4. Apresentação:

Preparar a apresentação do trabalho recorrendo a ferramentas como PowerPoint, Canva, Prezi ou Genially.

Links:

<https://reward.pt/portugal-sobe-no-ranking-de-literacia-financeira-da-uniao-europeia/>

<https://www.todoscontam.pt/sites/default/files/2021-06/relatorio3inqlf.pdf>

(inquérito pág. 111)



Projeto 2: Preenchimento da Declaração de IRS

Objetivo:

Compreender o processo de preenchimento da declaração de IRS e calcular o rendimento líquido de uma família.

Tarefas:

1. Definir profissões e cálculos de IRS:

Identificar as profissões dos encarregados de educação, consultar os respetivos recibos de vencimento, com os descontos necessários para calcular o rendimento líquido.

2. Explicar a declaração de IRS:

Explicar o que é a declaração de IRS, quais os formulários necessários e as principais deduções.

3. Preenchimento da declaração de IRS:

Preencher a declaração de IRS para o agregado familiar, considerando as situações particulares (por exemplo: descendente a estudar, descendente deficiente).

4. Apresentação:

Preparar a apresentação do trabalho recorrendo a ferramentas como PowerPoint, Canva, Prezi ou Genially.

Links:

<https://www.youtube.com/watch?v=ttK0MbmOVgE&t=2s>

<https://www.youtube.com/watch?v=21QAUf1whWY&t=20s>

<https://www.seq-social.pt/trabalhadores-por-conta-de-outrem#>

Projeto 3: Planeamento e gestão do Orçamento Familiar

Objetivo:

Explorar o conceito de orçamento familiar, compreendendo a relação entre rendimentos e despesas e a importância do planeamento financeiro a curto e a longo prazo.

Tarefas:

1. Identificar famílias em risco de sobre-endividamento:

Identificar e resolver o caso de uma família em risco de sobre-endividamento, atendendo aos rendimentos e despesas.



2. Elaboração de um Quiz:

Criar um quiz interativo sobre os conceitos abordados (necessidades vs. desejos, rendimentos e despesas, risco e incerteza, etc.).

3. Elaboração do orçamento familiar:

Elaborar um orçamento familiar, identificando rendimentos e despesas, estabelecendo um saldo e priorizando gastos.

4. Apresentação:

Preparar a apresentação do trabalho recorrendo a ferramentas como PowerPoint, Canva, Prezi ou Genially.

Links:

<https://www.todoscontam.pt/pt-pt/planear-o-orcamento-familiar>

<https://deco.pt/explorar/planear-orcamento-familia/>

https://elearning.todoscontam.pt/citilearn/data/bp/aula_1/material_apoio/orcamentofamiliar_apresentacaoadultos_1_.pdf

Projeto 4: Planeamento e gestão do Orçamento Familiar

Objetivo:

Explorar as formas de pagamento em Portugal, analisar as suas vantagens e desvantagens, explicar o conceito de taxas de câmbio e desenvolver um simulador de conversão de moedas.

Tarefas:

1. Identificar formas de pagamento em Portugal:

Cartões de crédito, débito, transferências bancárias, pagamentos através de plataformas MBWay, Paypal e MBnet, entre outros.

Descrever vantagens e desvantagens de cada uma (exemplo: segurança, conveniência, custos, aceitação em estabelecimentos).

2. Explicar o conceito de taxas de câmbio:

O que são as taxas de câmbio? Como afetam o valor de uma moeda em relação a outra? Exemplificar com algumas taxas de câmbio do Euro para outras moedas europeias.

3. Criar simulador de conversão de moeda:

Criar um programa em Python para a conversão de euros para moedas de países da UE que não fazem parte da zona euro (exemplo: Polónia - Zloty, Bulgária - Lev, etc.).

4. Apresentação:

Preparar a apresentação do trabalho recorrendo a ferramentas como PowerPoint, Canva, Prezi ou Genially.



Links:

<https://www.bportugal.pt/page/conversor-de-moeda>

<https://www.notarios.pt/ferramentas>

<https://colab.research.google.com/notebooks/welcome.ipynb?hl=pt-BR>

Projeto 5: Simulação e Análise de Créditos à Habitação

Objetivo:

Comparar ofertas de crédito à habitação de diferentes instituições bancárias, simular o valor da prestação mensal e calcular os custos totais, incluindo encargos adicionais.

Tarefas:

1. Análise de propostas de crédito à habitação:

Consultar duas instituições bancárias e analisar propostas de crédito à habitação com diferentes taxas de juro e condições.

2. Simulação da prestação mensal:

Utilizar uma folha de cálculo para simular o valor da prestação mensal para o mesmo período de tempo (exemplo: 30 anos).

Considerar custos adicionais como IMT, IMI, seguro de vida, seguro de multiriscos, etc.

3. Cálculo do custo total da casa:

Apresentar o valor final da casa, considerando os custos adicionais ao longo do tempo.

4. Apresentação:

Preparar a apresentação do trabalho recorrendo a ferramentas como PowerPoint, Canva, Prezi ou Genially.

Links:

<https://www.youtube.com/watch?v=1Mjq7QoJPK&t=7s>

(Simulador de IMI) <https://www.pordata.pt/pt/simuladores/simulador-de-imi>

(simulador de IMT) <https://www.notarios.pt/ferramentas>

Projeto 6: Simulação e Análise de Créditos ao Consumo

Objetivo:

Compreender os conceitos de crédito ao consumo, analisar as condições oferecidas por diferentes entidades e simular os custos de diferentes tipos de crédito.



Tarefas:

1. Caracterizar empréstimos:

Definir o que é um empréstimo bancário.

Explicar as diferentes finalidades do crédito (exemplo: crédito pessoal, crédito automóvel, crédito para obras).

Identificar as vantagens e responsabilidades associadas ao crédito, bem como os custos envolvidos (juros, encargos administrativos, etc.).

2. Análise de instituições de crédito:

Consultar várias instituições de crédito (bancárias e não bancárias) e elencar as vantagens e desvantagens de cada uma.

3. Simulação de custos de crédito:

Simular os custos de diferentes tipos de crédito (automóvel, pessoal, obras) numa instituição bancária e numa não bancária, utilizando uma folha de cálculo.

Comparar as condições e os custos.

4. Apresentação:

Preparar a apresentação do trabalho recorrendo a ferramentas como PowerPoint, Canva, Prezi ou Genially.

Links:

<https://pt.younited-credit.com/projetos/credito-pessoal/credito-ao-consumo-o-que-deve-analisar-antes-de-pedir-um>
<https://www.doutorfinancas.pt/creditos/credito-ao-consumo-o-que-deve-saber-antes-de-avancar/>
<https://www.jornaldenegocios.pt/negocios-iniciativas/poupanca/detalhe/atencao-aos-juros-do-credito-a-o-consumo>

AVALIAÇÃO

Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados ao TEMA (20%).

Desenvolver hábitos de pesquisa (20%).

Interpretar de forma crítica, informação, modelos e processos (20%).

Conhecer, aplicar e criar modelos matemáticos presentes no TEMA, tirando partido da tecnologia, sempre que possível (20%).

Desenvolver a criatividade e a comunicação, através da apresentação do projeto em palestras, pósteres, vídeos ou outros suportes (20%).

Pode aceder ao ficheiro dos guiões em:  Guião projeto - Literacia financeira

Exemplos de produções dos alunos

- [Mural com os trabalhos dos alunos](#)



Trisseção de um segmento de reta

Geometria sintética

Contextualização

Na sequência do estudo da Geometria Sintética, e por se destinar a uma turma em que todos os alunos estavam inscritos na disciplina de Geometria Descritiva, o professor decidiu propor um trabalho de projeto em que as construções geométricas fossem um assunto em destaque. Para estes alunos em particular a utilização da régua não graduada e o compasso, poderão ser instrumentos muito interessantes na construção de figuras de enorme beleza e poderão contribuir, também, para o estabelecimento ou para a explicação de resultados surpreendentes.

Foi proposto que os alunos estudassem diferentes formas de dividir um segmento de reta em três partes com o mesmo comprimento, construção usualmente designada por trisseção do segmento de reta. Na maior parte das construções são essencialmente abordados conceitos relacionados com a posição relativa de retas, semelhanças e pontos notáveis do triângulo, já conhecidos pelos alunos.

O produto final consistiu numa apresentação do trabalho em suporte digital, um documento de texto com as justificações da construção estudada e um vídeo da reprodução da trisseção com dobragens em papel, a que foi chamada “momento origami”.

Assim pretendeu-se que os alunos aprofundassem os conhecimentos de Geometria Sintética; desenvolvessem hábitos de trabalho colaborativo, resiliência e criatividade; melhorassem a comunicação matemática, tanto escrita como oral. Em todas as fases do desenvolvimento do projeto foi essencial o recurso sistemático à tecnologia.

Notas sobre a aplicação

Os trabalhos produzidos tiveram diferentes níveis de consecução, mas a avaliação final do processo evidenciou um grande envolvimento dos alunos em todas as fases do projeto, evidenciando aprendizagens matemáticas significativas, independentemente do produto final de cada grupo.



No decorrer da investigação realizada pelos alunos, surgiram outras construções, sustentadas em resultados não previstos pelo professor, o que motivou discussões interessantes e desafiadoras, também para o professor. É natural que num trabalho com estas características surjam resultados que desafiem o professor a aprofundar também o seu conhecimento sobre o assunto.

Em futuras propostas deste trabalho sobre este tema, poderão ser sugeridas outras construções, diferentes das que foram propostas neste guião, para obter a trisseção do segmento de reta.

Guião e descritores para a avaliação apresentados aos alunos

TRISSEÇÃO DE UM SEGMENTO DE RETA

Neste trabalho de projeto há três etapas principais a cumprir, A, B, C e D.

A

Com uma régua não graduada e um compasso, por vezes também com um esquadro não graduado, podemos criar obras artísticas de enorme beleza e, de uma forma construtiva, estabelecer resultados geométricos surpreendentes. A trisseção de um segmento de reta (divisão de um segmento de reta em três partes de igual comprimento) pode ser uma dessas obras.

A trisseção de um segmento de reta pode ser obtida utilizando diferentes construções, as quais envolvem, o uso de retas, de circunferências, ou de outras figuras geométricas como ferramentas auxiliares. Este conhecimento pode até ser materializado em diversas formas de arte, como o *Origami*.

A base teórica, subjacente à fundamentação das diversas construções, reside, essencialmente, em propriedades relacionadas com o paralelismo, a semelhança de triângulos e pontos notáveis de um triângulo.

Da lista de opções e respetivos recursos, que a seguir se apresenta, selecionem uma delas, de I a VII, criem um aplicativo ilustrativo no *GeoGebra*, façam também a construção em papel, com os materiais de desenho referidos, e apresentem argumentos matemáticos que justifiquem que a construção escolhida produz a trisseção de um segmento de reta. Apresentem um documento detalhado desse trabalho.

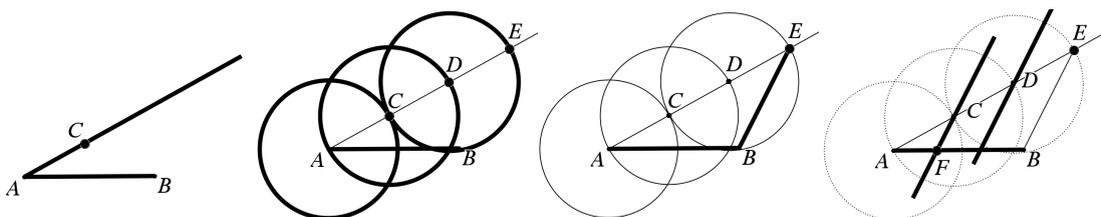


Em cada opção, as ilustrações correspondem a passos de construção que permitem obter a trisseção do segmento $[AB]$, utilizando um método sugerido na figura, e complementado nos recursos fornecidos.

Em qualquer das situações, F é o ponto de $[AB]$, tal que $\overline{AF} = \frac{1}{3} \overline{AB}$.

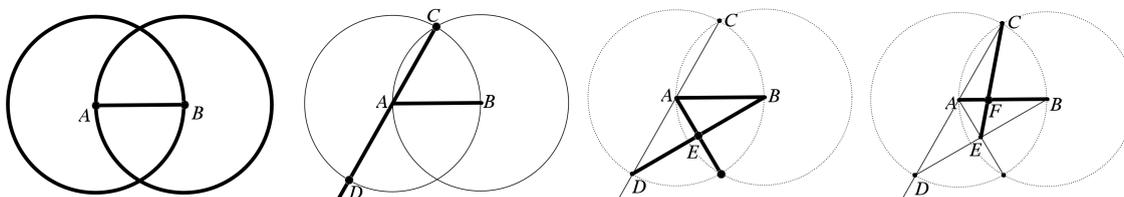
Tenham em consideração os critérios da rúbrica de avaliação e, “mãos (e cabeça) à obra”!

Trisseção I



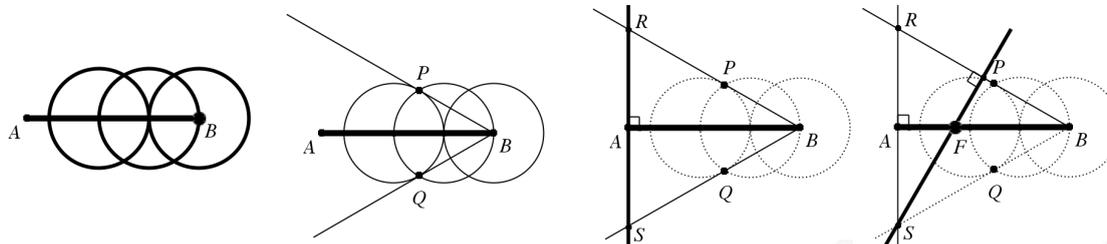
<https://www.youtube.com/watch?v=2EGO6prz1k> | <https://shre.ink/r7we>

Trisseção II



<https://www.youtube.com/watch?v=EAFhCuiqBnc>

Trisseção III

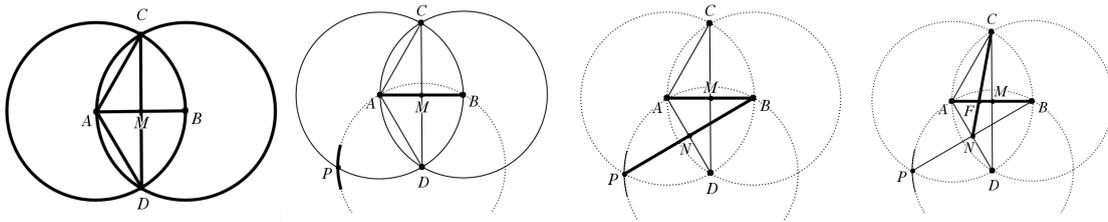


<https://youtu.be/VXI--1-U328>

Constrói-se um triângulo equilátero cuja mediana é $[AB]$ | Lembra a posição dos pontos notáveis num triângulo equilátero



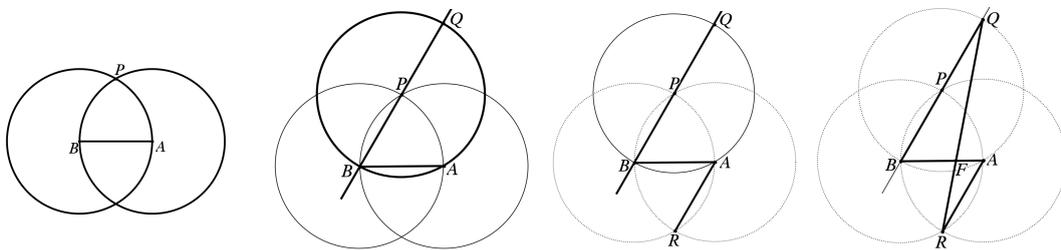
Trisseção IV



<http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT6680Fa2013/Thurston/Final%20Project/Trisections.html>

(#3)

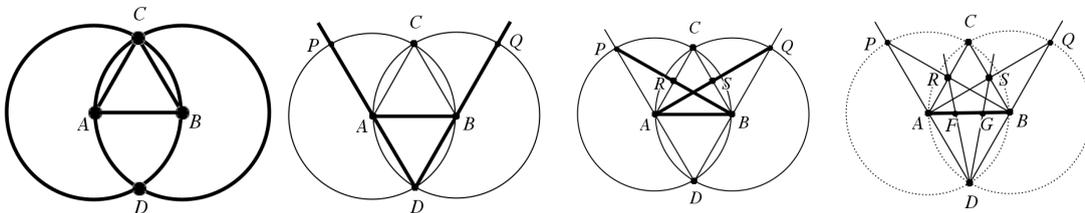
Trisseção V



<http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT6680Fa2013/Thurston/Final%20Project/Trisections.html>

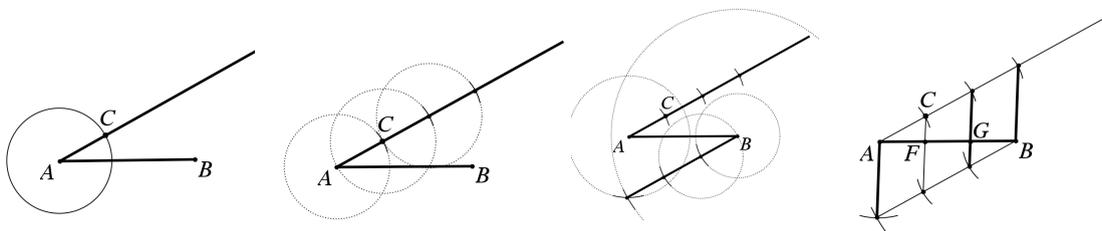
(#4)

Trisseção VI



<https://gogeometry.com/school-college/p810-trisecting-segment-2-circles-8-lines.htm>

Trisseção VII



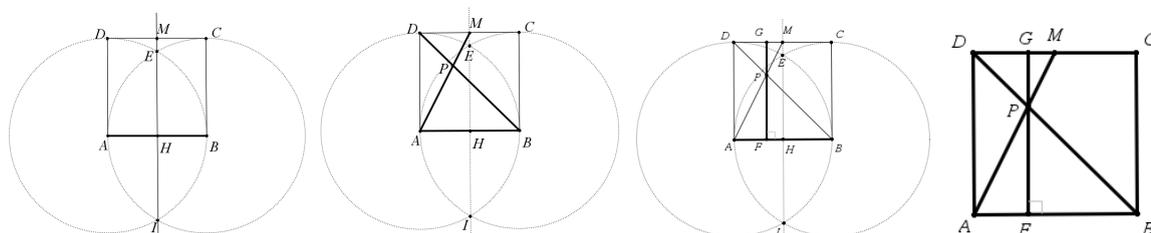
https://www.youtube.com/watch?v=gaj_0_ue8f4 |

<https://shre.ink/rL1N>



B

Na figura seguinte está ilustrado outro método de trisseção, em que **F** representa, mais uma vez, o ponto de $[AB]$ tal que $\overline{AF} = \frac{1}{3}\overline{AB}$, depois de uma primeira fase em que se construiu um quadrado a partir de $[AB]$.



Porque permite, esta construção, obter a trisseção do segmento $[AB]$?
Apresentem argumentos que permitam justificar este resultado.

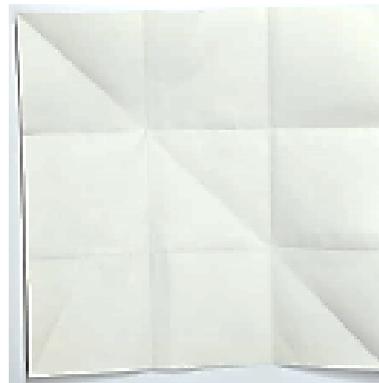
Sugestão: Comecem por justificar que os triângulos $[ABP]$ e $[DMP]$ são semelhantes e utilizem a razão de semelhança para concluir sobre a relação das alturas, relativas ao vértice P , de cada um destes triângulos.

O vídeo que encontram no endereço (<https://youtu.be/6uVaAi7bFyc>) pode ser uma boa fonte de inspiração.

C

A construção referida na etapa B sugere a possibilidade de, com quatro dobragens num quadrado de papel, se encontrar um ponto, num dos seus lados, com as características do ponto **F**, ou seja, cuja distância a um extremo é a terça parte do lado.

Com mais três dobragens é possível dividir o quadrado de papel em nove quadrados iguais.



Uma pausa para um... momento Origami!

Façam as dobragens referidas!

Explicitem, por palavras vossas, quais são as dobragens e apresentem os argumentos que permitem esta divisão do quadrado em nove quadrados iguais.

Façam uma utilização, ao vosso gosto, do papel dividido pelas dobragens.
Sejam originais! Sejam criativos!



D

Preparem uma **apresentação, num suporte eletrónico** ao vosso gosto, destinada a revelar o vosso trabalho e as vossas conclusões, de acordo com a **rúbrica seguinte**. O trabalho deve conter as justificações solicitadas e todas as que considerem necessárias à construção realizada na etapa A, bem como a construção com material de desenho, que poderão ser integradas no trabalho, no formato de vídeo.

Devem recorrer, também, ao vídeo para registo do “momento *Origami*”.

É também obrigatório a entrega de um documento com todas as justificações, completas, relativas ao trabalho, mesmo que não coloquem todos os detalhes na apresentação final.

**Bom planeamento, boa colaboração em grupo, e...
bom trabalho!**

**Rúbrica de Avaliação do Trabalho de Projeto de Geometria
Trisseção de um segmento de reta – 10ºD – 2023/2024**

Critérios da Tarefa		Val.	REFERENCIAL (DESCRITORES)
Conhecimento científico, técnico e tecnológico	Rigor e correção (coletivo)	35%	Revelam domínio pleno de todos os conhecimentos necessários e mobilizados nas justificações solicitadas e noutras que surjam no decorrer do trabalho.
	Adequação e integração (coletivo)	15%	Integram técnicas e recursos tecnológicos, com muita pertinência e adequação, no desenvolvimento do conhecimento científico e na produção da apresentação final.
Comunicação e Criatividade	Clareza e atratividade (coletivo)	15%	Expressam, com muita clareza, a informação colocada no produto final, a qual representa, de forma abrangente e atrativa, o trabalho realizado.
	Criatividade (coletivo)	10%	O produto final contempla, de forma adequada, inovação e muita criatividade.
Compromisso e colaboração	Cumprimento (coletivo)	10%	Cumprem todas as etapas relativas à tarefa e os prazos estabelecidos.
	Colaboração (individual)	10%	Contribui de forma ativa e pertinente, junto dos colegas de grupo, para o desenvolvimento do trabalho, incluindo as tomadas de decisão.
	Liderança (individual)	5%	Incentiva à melhor organização do trabalho e à colaboração no grupo, para o cumprimento das tarefas.



Pode aceder ao ficheiro do guião em:  [Guião projeto - Trisseção](#)

Exemplos de produções dos alunos

-  [Grupo B](#)
-  [Grupo E](#)

