OP8 - GEOMETRIA SINTÉTICA

Matemática Cursos Profissionais

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2024/2025

Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Geometria Sintética (Matemática Cursos Profissionais)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto do Ensino Profissional

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/pt-br/foto/foto-de-pessoas-olhando-no-laptop-3182750/

Data:

Lisboa, junho de 2025

Nota de apresentação

A Direção-Geral da Educação (DGE) tem vindo a conceber e a concretizar um conjunto de atividades destinadas a apoiar a generalização dos programas (Aprendizagens Essenciais) de Matemática para os 10.°, 11.° e 12.° anos de escolaridade, designadamente nas disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e nos módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas em 2023/2024 foram:
Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE tem vindo a desenvolver um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional. A DGE e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

MÓDULO OP8 - Geometria Sintética

Aulas (50 min)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
1,5	Tarefa 1 Alice no País das Maravilhas	**Geometria no plano** Perímetros e áreas de figuras semelhantes	• Compreender a noção de semelhança. • Relacionar área e perímetro de figuras planas semelhantes.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B) • Têm consciência de si próprio a nível emocional, cognitivo, psicossocial, estético e moral por forma a estabelecer consigo próprio e com os outros uma relação harmoniosa (J)
1,5	Tarefa 2 De Lisboa ao Porto… não esquecendo a nossa escola	**Geometria no plano** Perímetros e áreas de figuras semelhantes	• Relacionar área e perímetro de figuras planas semelhantes. • Utilizar escalas para o cálculo de perímetros e áreas.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Comunicação matemática • Organização do trabalho dos alunos	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B)
2,5	Tarefa 3 Desafia-te	**Geometria no plano** Perímetros e áreas de figuras semelhantes	• Compreender a noção de semelhança. • Conhecer um ou mais problemas e factos marcantes da História da Geometria ou das aplicações contemporâneas da semelhança de figuras.	Trabalho a pares, com discussão final em turma Trabalho de Projeto	• Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B) • Preocupa-se com a construção de um futuro sustentável e envolve-se em projetos de cidadania ativa (G)
1,5	Tarefa 4 Vistas em 3D	**Geometria no Espaço**	• Desenvolver a capacidade de visualização no espaço tridimensional.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B) • Têm consciência de si próprio a nível emocional, cognitivo, psicossocial, estético e moral por forma a estabelecer consigo próprio e com os outros uma relação harmoniosa (J)

3	Tarefa 5 Matemática no dia a dia I	**Geometria no Espaço** Medidas de volume e capacidade Volumes de sólidos Áreas de superfícies	• Resolver problemas de cálculo de medidas, nomeadamente, volumes ou superfícies. • Resolver problemas do quotidiano envolvendo áreas de superfícies. • Resolver problemas do quotidiano envolvendo volumes e capacidades.	Trabalho em grupo, com discussão final em turma Trabalho de Projeto	• Resolução de problemas • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B)
1,5	Tarefa 6 Matemática no dia a dia II	**Geometria no Espaço** Medidas de volume e capacidade Volumes de sólidos Áreas de superfícies	• Resolver problemas de cálculo de medidas, nomeadamente, volumes ou superfícies. • Relacionar sólidos semelhantes com os respetivos volumes.	Trabalho a pares, com discussão final em turma	• Resolução de problemas • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B)
2,5	Tarefa 7 Empacotamentos	Empacotamento	• Aplicar os conceitos de volume e capacidade no cálculo de quantidades e custos. • Investigar a melhor solução de empacotamento de objetos num determinado contentor.	Trabalho em pequenos grupos, com discussão em turma	• Resolução de problemas • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Apresenta e explica conceitos em grupos ideias e projetos diante de audiências reais, presencialmente ou à distância (B) • Preocupa-se com a construção de um futuro sustentável e envolve-se em projetos de cidadania ativa (G)

Tarefa 1

Alice no País das Maravilhas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
A tarefa visa introduzir o conceito de semelhança de figuras já trabalhado no 3.º ciclo. Pretende-se que os alunos interpretem e resolvam situações/problemas em contexto real.

Conhecimentos prévios dos alunos: Semelhança de figuras, áreas e perímetros.

Materiais e recursos: Material de escrita e calculadora.

Notas e sugestões:
No início da aula, o professor poderá introduzir o tema de semelhança de figuras a partir de excertos da história "Alice no País das Maravilhas", colocando questões aos alunos e fomentando uma discussão relacionada com o tema.
Para a resolução da tarefa o professor deve organizar os alunos em pares. Os alunos devem resolver a tarefa enquanto o professor acompanha o trabalho desenvolvido.
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.
Os alunos poderão manifestar dificuldades ao completar as tabelas dos itens 3.2.1. e 3.3.1., pelo que se sugere promover antecipadamente uma discussão sobre o conceito de razão de semelhança.
Os alunos poderão, igualmente, manifestar dificuldades na interpretação do item 4., pelo que se sugere que o professor coloque questões ao grupo turma de modo que estes ultrapassem esses constrangimentos.

Tarefa 1

Alice no País das Maravilhas

“Alice no País das Maravilhas” é provavelmente o livro de fantasias mais lido de todos os tempos. Nas aventuras da pequena Alice, tudo é possível, tudo é maravilhoso, e na sua jornada desde que cai pela toca do coelho, ela encontra personagens inesquecíveis e que povoam os sonhos da nossa infância, como o Coelho Branco que anda sempre atrasado, o Gato de Cheshire que não pára de rir, o Chapeleiro Louco, ou a Rainha de Copas, uma monarca com muito mau feitio e especial apetência por decapitações.

(adaptado de: Alice no País das Maravilhas de Lewis Carroll - Livro - WOOK)

Os seguintes excertos, do livro “Alice no País das Maravilhas” de Lewis Carroll[1], destacam as mudanças mágicas e inesperadas que acontecem a Alice ao longo da história, enfatizando os desafios que ela enfrenta ao tentar adaptar-se ao mundo surreal ao seu redor.

“Neste preciso momento, bateu com a cabeça no teto. A verdade é que tinha agora mais de dois metros e meio de altura, de modo que deitou imediatamente a mão à pequena chave dourada e pôs-se a correr direita à porta que dava para o jardim. Pobre Alice! O máximo que conseguiu foi deitar-se de lado e, deste modo, mirar o jardim encostando à porta o olho direito. Mas, quanto a passar, era mais impossível que nunca. Sentou-se e pôs-se de novo a chorar.”

“«Que sensação estranha!» pensou Alice. Devo estar a encolher como um telescópio. E era isso mesmo que estava a acontecer. Alice tinha agora vinte e cinco centímetros de altura e o rosto iluminou-se-lhe ao pensar que estava com o tamanho exato para passar a tal portinha que dava para o jardim maravilhoso.”

[1] **Lewis Carroll**, pseudónimo de **Charles Lutwidge Dodgson** (1832–1898). Escritor, matemático, fotógrafo e professor britânico. A obra, cujo título original é Alice's Adventures in Wonderland, foi publicada pela primeira vez em **1865**. É uma das histórias mais famosas da literatura infantil e se destaca pelo seu tom lúdico e surrealista.

1. Supondo que a Alice diminuiu e aumentou sempre na mesma proporção, como podemos chamar, em linguagem matemática, às transformações a que se submeteu a Alice?

2. A figura ao lado ilustra uma passagem no livro da Alice no País das Maravilhas.
Qual das três figuras seguintes, 1, 2 ou 3, é uma ampliação da figura ao lado?

Figura 1

Figura 2

Figura 3

3. Uma fábrica de porcelana quer construir um tabuleiro de xadrez com as personagens do livro da Alice no País das Maravilhas. Para isso precisa de analisar qual é o material necessário para o tabuleiro e para o rebordo do mesmo. Sabe-se que o tabuleiro original foi construído em madeira com as dimensões de 45 cm por 45 cm e com o rebordo em metal preto.

3.1. Determina:

3.1.1. a área de película autocolante transparente, em cm^2, necessária para colocar no tampo do tabuleiro;

3.1.2. o custo da película autocolante transparente, sabendo que o preço por m^2 é de 8 euros;

3.1.3. o comprimento do metal preto, em metros, necessário para o rebordo que irá delimitar o tabuleiro.

3.2. Para publicitar o tabuleiro de xadrez, o departamento de marketing decidiu fazer tabuleiros gigantes em lona, delimitados a madeira, para colocar no jardim.

3.2.1. Preenche a seguinte tabela:

	Razão de semelhança		
	$r = 1$	$r = 2$	$r = 4$
$\frac{\textit{comprimento do lado do tabuleiro gigante}}{\textit{comprimento do lado do tabuleiro original}}$			
$\frac{\textit{perímetro do tabuleiro gigante}}{\textit{perímetro do tabuleiro original}}$			
$\frac{\textit{área do tabuleiro gigante}}{\textit{área do tabuleiro original}}$			

3.2.2. Admitindo que a razão de semelhança é 5:

3.2.2.1. qual será o perímetro do rebordo necessário e a área do tabuleiro gigante?

3.2.2.2. qual é o custo da lona, sabendo que o preço desta é de 12,50 euros por m^2?

3.3. Considera também que para a mesma campanha, para publicitar o tabuleiro, se irá construir uma miniatura em madeira, com uma redução do tabuleiro original.

3.3.1. Preenche a seguinte tabela:

	Razão de semelhança		
	$r = 1$	$r = \frac{1}{2}$	$r = \frac{1}{4}$
$\frac{comprimento\ do\ lado\ do\ tabuleiro\ miniatura}{comprimento\ do\ lado\ do\ tabuleiro\ original}$			
$\frac{perímetro\ do\ tabuleiro\ miniatura}{perímetro\ do\ tabuleiro\ original}$			
$\frac{área\ do\ tabuleiro\ miniatura}{área\ do\ tabuleiro\ original}$			

3.3.2. Admitindo que a razão de semelhança 15. Qual será o perímetro do rebordo necessário e a área do tabuleiro em miniatura?

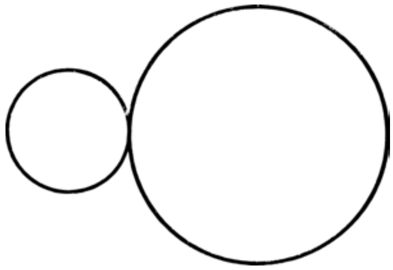
3.4. De acordo com os valores das tabelas das questões 3.2.1. e 3.3.1., qual é a relação que existe entre:

3.4.1. a razão de semelhança das medidas do comprimento dos lados e a razão de semelhança entre os perímetros;

3.4.2. a razão de semelhança das medidas do comprimento dos lados e a razão de semelhança entre as áreas.

4. O Coelho Branco é uma das personagens da história da "Alice no País das Maravilhas" que está sempre atrasada, apesar de estar sempre a consultar o seu relógio de bolso.

   Na imagem seguinte, à esquerda, podemos visualizar duas rodas dentadas que fazem parte do mecanismo de um relógio. A figura da direita é um esquema dessas duas rodas dentadas.



   Relativamente ao esquema sabe-se que:

   - as circunferências são tangentes;
   - a razão entre as áreas das circunferências é 9;
   - o perímetro da circunferência maior é igual a $12,6\ mm$.

   Determina a distância, em milímetros, entre os centros das duas circunferências.

   Sugestão: Começa por determinar o raio da circunferência maior.

Tarefa 2

Do Porto a Lisboa… não esquecendo a nossa escola

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
A tarefa tem por objetivo utilizar a noção de escala para o cálculo de perímetros e áreas, em situações reais.

Conhecimentos prévios dos alunos: Leitura e interpretação de escalas.

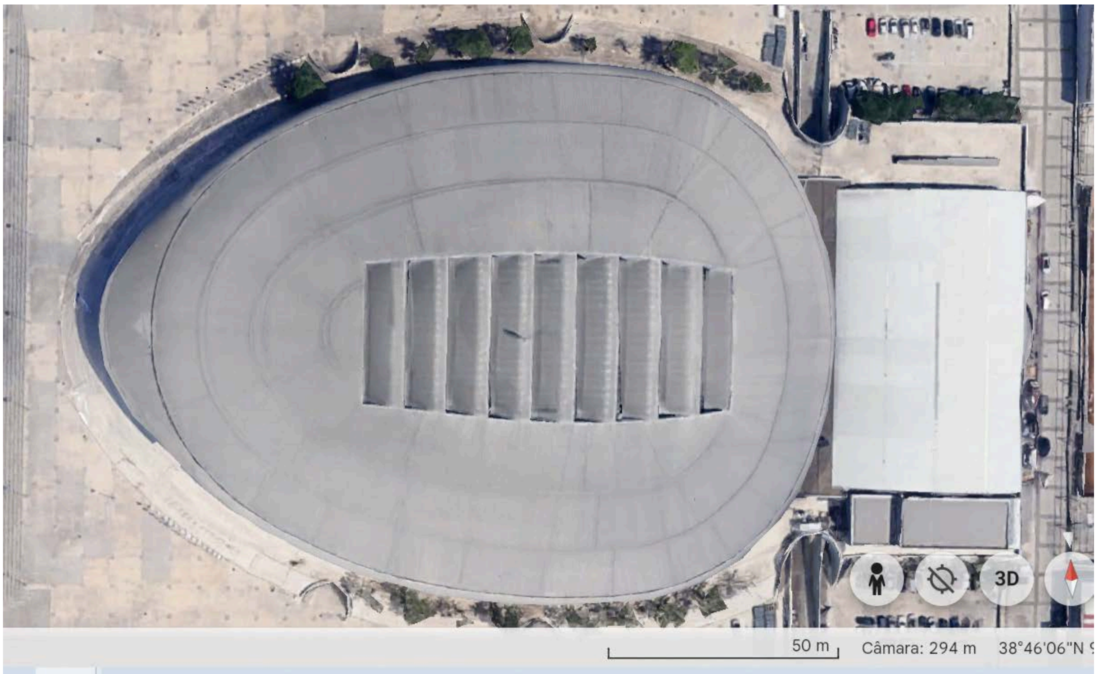
Materiais e recursos: Régua, calculadora, computador/tablet/telemóvel e material de escrita.

Notas e sugestões:
O professor deve organizar os alunos em pares. Durante a resolução da tarefa, o professor deverá promover um debate que conduza ao surgimento de tópicos já trabalhados ao longo do 3.º ciclo (leitura e interpretação de escalas, perímetros e áreas).
Salienta-se que poderá ser necessário rever a conversão de unidades de medida.
No final, deve ser feita uma discussão com toda a turma e uma síntese dos conceitos envolvidos.

Tarefa 2

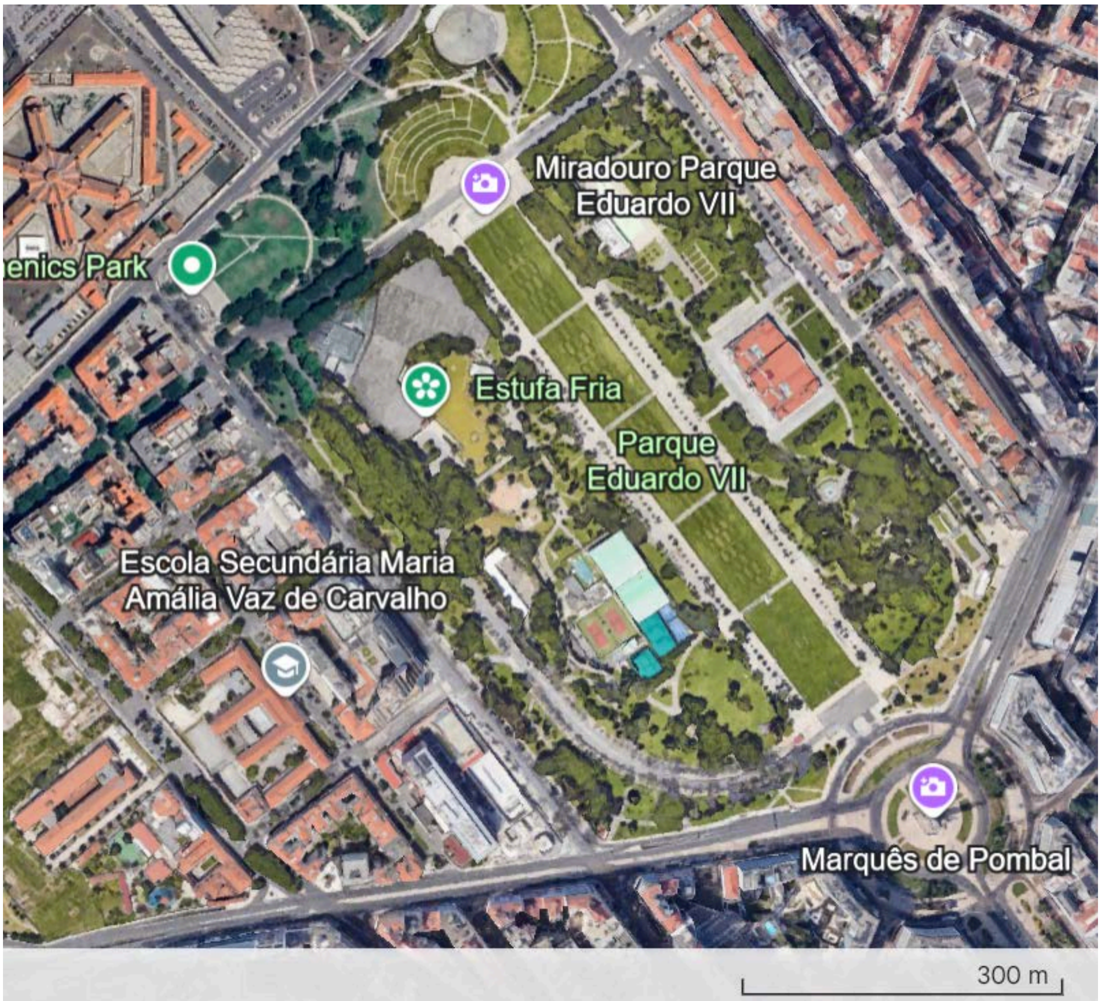
Do Porto a Lisboa... não esquecendo a nossa escola

1. Considera a figura seguinte em que se observa a vista aérea do Altice Arena, no parque das Nações, obtida através do [Google Earth]().



Na figura é igualmente visível uma escala, e recorrendo a medições, determina o comprimento máximo e a largura máxima do pavilhão.

2. Considera agora a imagem aérea do parque Eduardo VII, em Lisboa, também obtida através do Google Earth.



A zona central do parque é constituída por cinco relvados com o formato de retângulos, onde é costume ser realizada a Feira do Livro de Lisboa. Determina um valor aproximado da área e do perímetro da Feira do Livro, sabendo que a delimitação da mesma costuma incluir os corredores que circundam os cinco relvados.

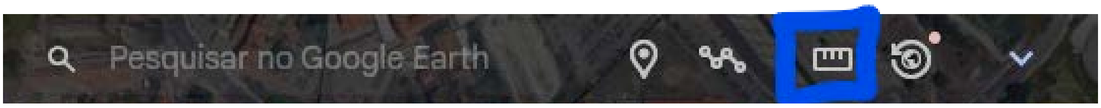
3. A distância, em linha reta, entre Lisboa e o Porto é aproximadamente 280 km. Num mapa esta medição é de 14 cm. Nesse mapa, 1 cm corresponde a que distância na realidade?

4. A Torre dos Clérigos, no Porto, mede 75 metros de altura. O Manuel vai imprimir numa impressora 3D um modelo desta torre. Se usar uma escala de 1:300, qual será a altura do modelo a imprimir?

5. Abre a aplicação [Google Earth]() e localiza a tua escola.

   5.1. Captura uma imagem com a vista aérea do pavilhão onde está localizada a tua sala de aula, e com a escala visível, descreve o processo e os cálculos que permitem obter as medidas do perímetro e da área do pavilhão.

   5.2. No topo da aplicação do Google Earth existe uma ferramenta que permite fazer medições diretamente sobre a imagem. Usa esta ferramenta para obteres os valores das medidas do perímetro e da área do pavilhão e compara-as com os valores obtidos anteriormente. Fundamenta a tua resposta.



Tarefa 3

Desafia-te

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
A tarefa tem como objetivo estudar semelhança de figuras em contexto histórico e em situações reais.

Conhecimentos prévios dos alunos: Semelhança de figuras e semelhança de triângulos.

Materiais e recursos: Material de escrita e calculadora.

Notas e sugestões:
O professor ao distribuir a tarefa organiza os alunos em pares ou em grupos, para resolverem a tarefa em trabalho autónomo, acompanhado pelo professor.
No item 2. sugere-se que se aplique os conhecimentos numa situação real determinando alturas de edifícios na escola ou outras estruturas existentes na localidade ou na região.
O item 3. é proposto como questão de aprofundamento que poderá originar um trabalho de projeto. Para isso propõe-se, para melhor compreensão da construção da máquina fotográfica a visualização do vídeo https://www.youtube.com/watch?v=Xt3Cdq0qOns.

Tarefa 3

Desafia-te

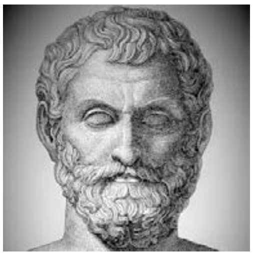
1. **A altura da grande pirâmide do Egito**

   A Grande Pirâmide de Gizé, também conhecida como a Pirâmide de Quéops, é uma das sete maravilhas do mundo antigo e a única que permanece praticamente intacta. Foi construída aproximadamente entre 2580 e 2560 a.C. .

Fonte: https://www.guiageografico.com/egito/piramides.htm

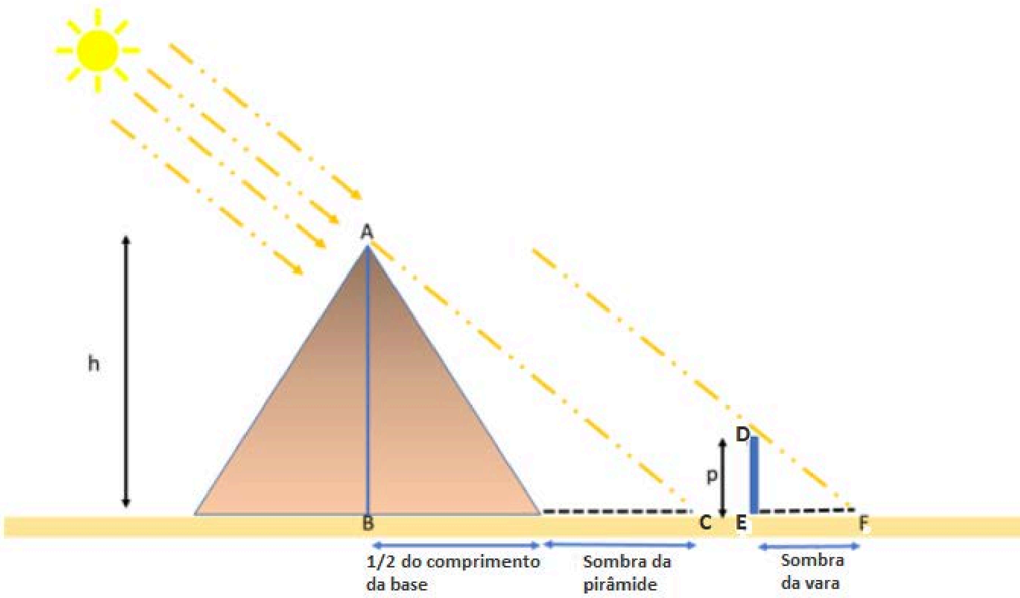
A construção das pirâmides representa um marco importante no desenvolvimento da engenharia e arquitetura no mundo antigo, refletindo o conhecimento matemático e organizacional dos egípcios.

Tales de Mileto (c. 624 a.C. - c. 546 a.C.) foi um filósofo, matemático e astrónomo grego, amplamente reconhecido como um dos Sete Sábios da Grécia e o primeiro filósofo da história ocidental. Nasceu na cidade de Mileto, localizada na Ásia Menor (atual Turquia).



Conta-se que, numa das suas viagens ao Egito, Tales foi desafiado a calcular a altura da grande pirâmide de Quéops cuja **base é um quadrado de lado 230 metros**, aproximadamente.

Tales conseguiu determinar a altura da pirâmide considerando um esquema como o seguinte, em que usou a sombra de uma vara.



Adaptado de https://www.educacaonamao.com.br/teorema-de-tales-o-que-e/

1.1. Qual é a relação entre os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$? Justifica.

1.2. Completas as igualdades, atendendo à relação dos comprimentos dos lados correspondentes dos triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$:

$$\frac{\overline{AB}}{\_\_} = \frac{\overline{\_\_}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{\_\_}}{\_\_}$$

1.3. Supõe que Tales usou uma vara com 1,4 metros. Numa certa hora do dia, a sombra da vara mede 2 metros e a sombra da pirâmide mede 85 metros.

1.3.1. Determina o comprimento do segmento de reta $[BC]$.

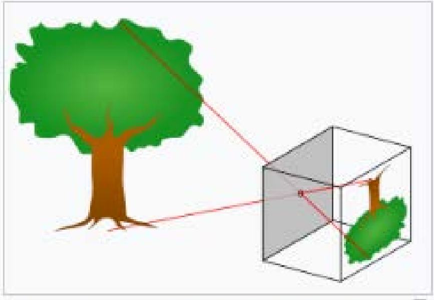
1.3.2. Determina a altura da pirâmide.

2. **Desafio - Vamos medir a altura da tua escola**

Seguindo o engenho e a imaginação de alguns sábios gregos, para determinar, aproximadamente, a altura da grande pirâmide do Egito, recorre a um processo semelhante e calcula o valor, aproximado, da altura do edifício da tua escola e/ou de outros edifícios à tua volta e/ou outras estruturas existentes na tua localidade/região.

3. **(Aprofundamento - Trabalho de projeto) Vamos fotografar?**

Uma câmara estenopeica ou câmara pinhole é uma máquina fotográfica sem lente. A designação tem por base o inglês, pin-hole, "buraco de alfinete" e é usada para a fotografia estenopeica. Este tipo de fotografia é uma prática económica e simples, pois utiliza uma caixa qualquer em que a luz não penetre. A existência de um pequeno furo (do grego stenós, estreito) é o que em português permite designar este tipo de fotografia por fotografia estenopeica.



Princípio de uma máquina fotográfica de *pinhole*. Raios de luz de um objeto passam por um pequeno buraco para formar uma imagem.

Adaptado de: https://pt.wikipedia.org/wiki/C%C3%A2mera_pinhole

Este tipo de máquina fotográfica é simples de construir!
Se a tua escola tiver um laboratório de fotografia, põe mãos à obra!

Material necessário

- lata cilíndrica;
- prego;
- martelo;
- tinta preta ou cartolina preta;
- lata de alumínio;
- agulha;
- lixa;
- fita cola preta;
- papel fotográfico;
- materiais de revelação (revelador, interruptor e fixador).

Construção

Para construíres a máquina fotográfica pinhole visualiza o vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=Xt3Cdq0qOns

Após a revelação/captação de algumas fotos elabora um trabalho explorando os seguintes itens:

A - A relação entre a distância do objeto fotografado ao orifício da máquina fotográfica e a distância do orifício à imagem do objeto; a altura real do objeto e a altura do objeto na imagem;

B - Verificar se o objeto real e a sua imagem são figuras semelhantes;

C - Investigar qual é a posição do objeto na imagem com a propagação da luz;

D - Sustentabilidade deste tipo de máquina fotográfica.

<u>O trabalho escrito deve ter:</u>

- capa;
- identificação do autor(es) do trabalho;
- introdução;
- descrição e registo documental/fotográfico da construção da tua máquina;
- fotos;
- descrição e resposta aos itens A, B, C e D e respetivas justificações;
- conclusões finais;
- constrangimentos e sugestões.

Tarefa 4

Vistas em 3D

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos desenvolvam a capacidade de visualizar, em situações concretas, objetos em 3D, identificando algumas das vistas.

Conhecimentos prévios dos alunos: Volumes de sólidos.

Materiais e recursos: Material de escrita e programa Tinkercard.

Notas e sugestões:

A combinação de representações bidimensionais e tridimensionais favorece o desenvolvimento da perceção espacial dos alunos.

Sugere-se a construção da peça apresentada numa impressora 3D, caso exista na escola, para melhor facilidade na sua visualização.

No início da aula distribui-se a tarefa, organizando os alunos a pares ou em grupos.

No item 1.2 sugere-se que o professor explique que a indicação da vista da frente tem como objetivo limitar o número de soluções possíveis.

No item 2.1. apresenta-se uma folha isométrica para facilitar o esboço da figura.

É natural que alguns alunos encontrem dificuldades em visualizar o objeto tridimensional a partir das suas projeções no plano (vistas). Além disso, no cálculo dos volumes, poderão esquecer-se de considerar os cubos "ocultos", focando-se apenas nos visíveis. O professor deverá relembrar que o volume corresponde à soma de todos os cubos que compõem o sólido, incluindo aqueles que não estão imediatamente percetíveis numa única vista.

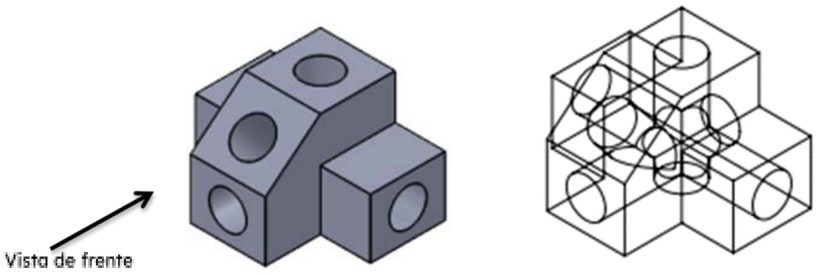
Sugere-se, por exemplo, o jogo “Structuro” para que de uma forma lúdica possam melhorar a sua visão espacial.

Tarefa 4

Vistas em 3D

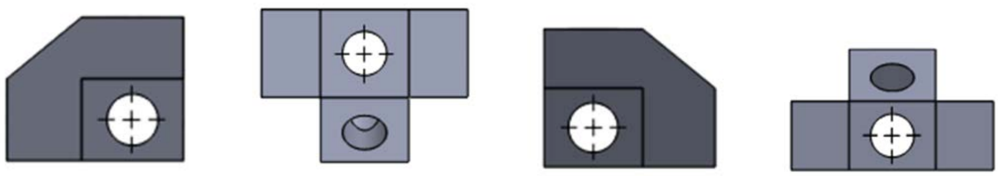
1. A Prova de Aptidão Profissional do Afonso consiste na criação de um molde para ser usado na construção de peças para o curso de Programação e Maquinação. Para esse molde necessita de elaborar algumas peças numa liga metálica e proceder ao estudo das respetivas vistas.

   1.1. Na figura seguinte, está apresentada a peça A, em perspetiva isométrica, bem como as suas furações interiores.



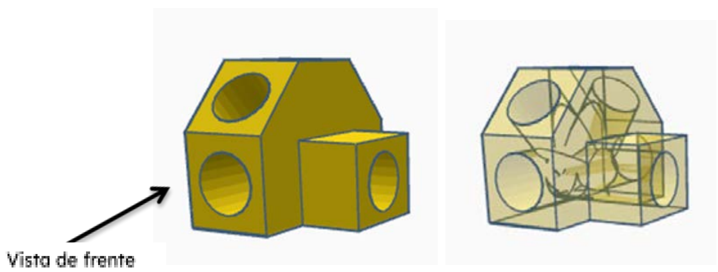
Peça A

Faz corresponder às representações I, II, III e IV as respetivas vistas: frente, cima, lado esquerdo e lado direito.



I ________ II ________ III ________ IV ________

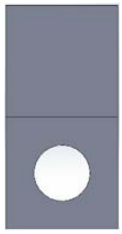
   1.2. A peça B está representada na figura seguinte.



Peça B

Desenha as respetivas vistas de frente, de cima e de lado.

2. O computador do Afonso avariou e este perdeu parte da construção da peça C, tendo apenas conseguido recuperar as vistas da frente e de cima.

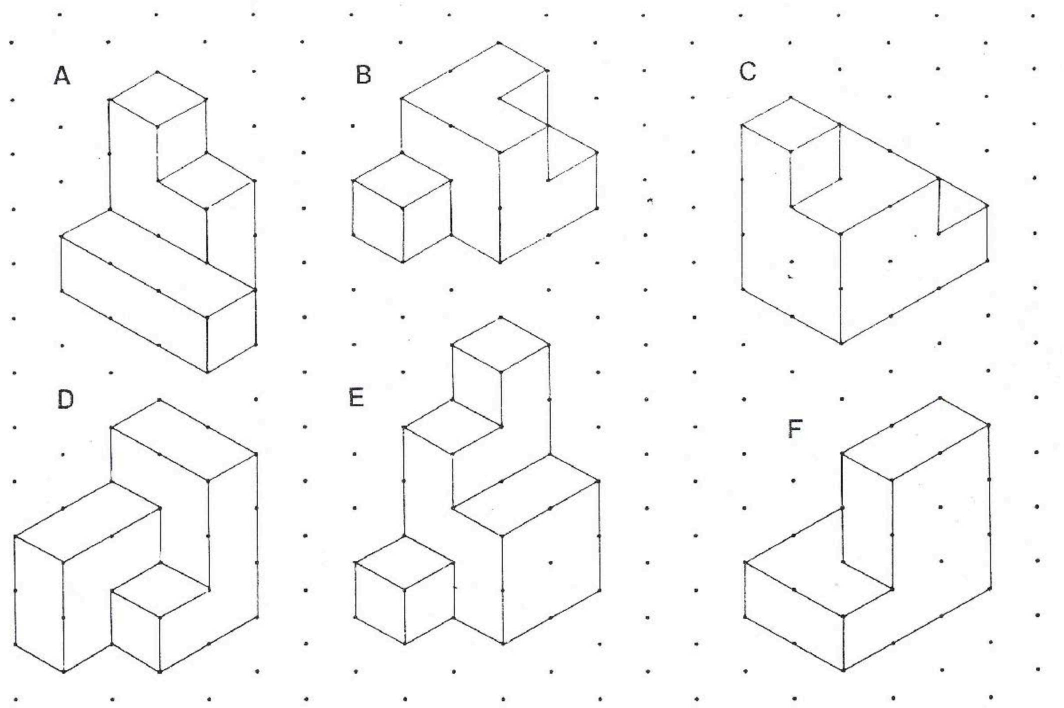


Vista de frente Vista de cima

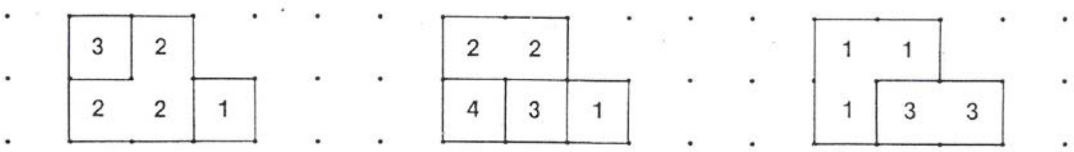
O Afonso não conseguiu com estas duas vistas saber qual é a peça C.

Desenha, na grelha isométrica seguinte, duas peças possíveis de acordo com as vistas dadas e compara-as com as dos teus colegas. O que concluis?

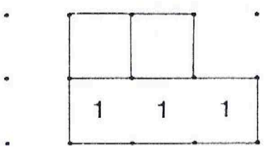
3. Considera os seguintes sólidos constituídos por vários cubos:

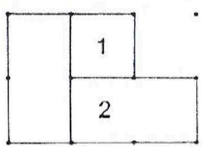


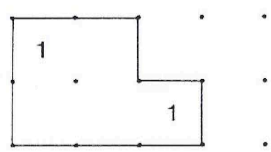
3.1. A vista de cima de um sólido deste tipo pode ser codificada colocando em cada coluna o número de cubos que a compõem.
Descobre quais dos sólidos correspondem às três vistas codificadas que se seguem:



3.2. Faz corresponder as seguintes "vistas codificadas" incompletas aos restantes sólidos e completa os respetivos códigos de cada uma das vistas.







3.3. Considerando para unidade o volume de um cubo, determina o volume de cada sólido e descobre uma forma rápida para determinar os seus volumes.

Tarefa 5

Matemática no dia a dia I

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Com esta tarefa pretende-se que os alunos resolvam problemas do quotidiano envolvendo áreas de superfícies, volumes e capacidades.

Conhecimentos prévios dos alunos: Áreas e volumes.

Materiais e recursos: Sólidos geométricos, calculadora e material de escrita.

Notas e sugestões:
No início da atividade poderá ser necessário uma breve revisão dos sólidos geométricos de forma que os alunos possam manuseá-los e rever as suas características.
Os alunos deverão ser organizados em pequenos grupos para resolverem a tarefa de forma autónoma.
No item 3. para mais informações sobre a torre do campanário da Basílica de São Marcos poderá ser consultada a página:
https://pt.wikipedia.org/wiki/Campan%C3%A1rio_de_S%C3%A3o_Marcos
Poderão surgir dificuldades na interpretação do enunciado, na explicação de raciocínios e na sistematização das principais ideias.
O item 5. é opcional, como aprofundamento, e poderá proporcionar um bom tema para um trabalho de projeto.

Tarefa 5

Matemática no dia a dia I

Nas questões seguintes apresenta os arredondamentos às centésimas nos cálculos intermédios e apresenta o resultado final arredondado às décimas.

1. Uma fábrica pretende produzir taças semi esféricas em aço inoxidável, mas para isso tem que saber a quantidade de material necessário para cada peça e a sua capacidade. Sabe-se que cada taça tem 12 cm de diâmetro. Nas questões seguintes considera irrelevante a espessura da taça.

1.1. Determina a capacidade de cada taça, em litros.

Nota: $1L = 1dm^3$ e $V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3$

1.2. Um funcionário da fábrica propôs que fossem fabricadas mais peças decorativas para dar continuidade à coleção. Sugeriu que fossem produzidas jarras em forma de prismas quadrangulares com o mesmo volume das taças e cuja altura tenha o dobro do diâmetro da semiesfera.

1.2.1. Determina a medida de comprimento do lado da base do prisma.

1.2.2. Determina a área da superfície lateral da nova peça.

2. Uma empresa de perfumes fabrica frascos com formato esférico, todos do mesmo tamanho, para uma nova linha de fragrâncias, conforme os da figura ao lado. Cada frasco tem um diâmetro de $6\ cm$ e será preenchido com perfume até a sua capacidade total. Cada frasco tem uma tampa com a altura de $2\ cm$.

2.1. A empresa deseja calcular o volume de perfume necessário para encher 1500 frascos esféricos. Mostra como chegaste à tua resposta. Apresenta todos os cálculos e justificações que entenderes necessárias.

2.2. A empresa vai comercializar cada frasco do perfume, acondicionado em caixas de cartão reciclado, cujas bases são quadrados com o comprimento do lado igual ao diâmetro do frasco. Determina a área mínima de cartão para comercializar cada frasco de perfume.

2.3. Quantos quilogramas de cartão terá a empresa de comprar, para conseguir acondicionar toda a produção de perfumes (1500 perfumes). Considera que cada m^2 tem uma massa de aproximadamente $400\ g$.

3. A torre do campanário da Basílica de São Marcos, em Veneza, tem 98,6 metros de altura. Esta torre é constituída por uma parte em tijolos, de base quadrada, com 12 metros de lado e 50 metros de altura. Sobre esta assenta o campanário com 10,5 metros de altura constituído por arcos e que aloja cinco sinos. Em cima do campanário, assenta um cubo cuja aresta mede, aproximadamente, 10,5 metros. A torre termina com uma pirâmide assente sobre toda a face do cubo, e no cimo desta encontra-se um catavento dourado com a figura do Arcanjo Gabriel.

Nota: As dimensões da altura do campanário e do cubo que se encontra assente neste poderão não corresponder às dimensões reais.

3.1. Determina a altura da pirâmide quadrangular que se encontra no cimo da torre.

3.2. Determina a área da superfície da pirâmide que faz parte do cimo da torre do Campanário.

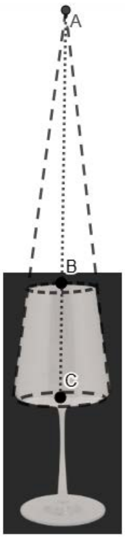
3.3. As lojas de souvenirs de Veneza costumam vender réplicas da torre do Campanário em vários materiais. Sabendo que usam uma escala de 1:1000, determina:

3.3.1. as dimensões da réplica;

3.3.2. o volume da réplica.

4. No curso de Restauração e Bar, para as suas provas de avaliação, os alunos têm de fazer um Smoothie de frutas. Para tal, necessitam de manga, morangos, framboesas, água e mel. A figura ao lado representa um dos copos utilizados.

Do esquema ao lado, que representa o modelo do copo, e que não está desenhado à escala, sabe-se que:



- o raio base copo é igual a $4\ cm$;
- o raio do topo do copo é igual a $2,5\ cm$;
- $\overline{AC} = 16,8\ cm$;
- $\overline{AB} = 10,5\ cm$.

Quantos copos cheios serão necessários para servir 1 litro de Smoothie?

5. Tendo em conta a área do teu curso/interesse, procura objetos relacionados com a tua área profissional ou monumentos/jardins, semelhantes aos exemplos seguintes e faz um estudo que contemple os seguintes aspetos:
   - registo fotográfico devidamente legendado;
   - identificação de figuras ou sólidos geométricos;
   - cálculo de áreas de superfície e volumes do objeto/monumento original (caso seja possível);
   - construção de réplicas reduzidas ou ampliadas e cálculo de áreas e volumes das mesmas.

Capela de Santo António - Vagos

Festival Internacional de Jardins de Ponte de Lima

Tonel de vinho

Tarefa 6

Matemática no dia a dia II

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Com esta tarefa pretende-se estudar a razão entre os volumes de sólidos semelhantes.

Conhecimentos prévios dos alunos: Cálculo de áreas e volumes.

Materiais e recursos: Material de escrita e calculadora gráfica.

Notas e sugestões:
A primeira parte da tarefa permite uma abordagem exploratória, promovendo a experimentação com uma apliqueta 3D do GeoGebra. Os alunos irão construir diferentes cubos, e preencher uma tabela que os leva a descobrir relações fundamentais entre o comprimento das arestas, as áreas das faces dos cubos e os seus volumes.
O professor pode promover a discussão sobre as relações entre os valores registados na tabela e levar os alunos a generalizar fórmulas com base nas observações feitas.
Os alunos devem resolver a restante tarefa, a pares ou em grupo, enquanto o professor acompanha os trabalhos.
Sugere-se que o professor solicite a participação dos alunos, apelando à discussão e sistematização das principais ideias.
Poderão surgir dificuldades na interpretação do enunciado, na explicação de raciocínios e na sistematização das principais ideias, em especial no preenchimento da tabela no item 2.3..

Tarefa 6

Matemática no dia a dia II

1. Acede à apliqueta do GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/gfk6xhbp.
Considera para unidade de comprimento a aresta do cubo inicial.
   1.1. Faz variar o seletor de modo a construíres um cubo de aresta 2, um cubo de aresta 3 e um cubo de aresta 4.
   1.2. Completa a tabela seguinte, em que r é a razão de semelhança que transforma o cubo de aresta 1 nos restantes cubos de aresta 2, 3, 4, 10 e n :

Cubos	r	Área da face	Volume
aresta 1	1	1	1
aresta 2			
aresta 3			
aresta 4			
aresta 10			
aresta n			

   1.3. Se fizermos uma ampliação, de razão 6, do cubo de aresta 1, qual é a área de uma das faces do cubo ampliado? E o volume do cubo?
   1.4. Supõe que o volume do cubo é 1331. Determina o valor:
      1.4.1. da aresta do cubo;
      1.4.2. da área de cada face;
      1.4.3. da área total.

2. Os sólidos geométricos têm servido de inspiração a pintores e escultores para criação de obras de arte que podes ver em museus, galerias de arte e nas ruas, praças e rotundas de algumas cidades.

A obra representada na imagem ao lado é uma escultura da autoria do escultor Norte-Americano Vadim Kharchenko. O nome da obra é Trinity Cor-ten Sculpture.

A aresta de cada cubo mede 58,4cm.

Nota: Na resolução das questões seguintes, despreza a parte truncada dos cubos.

2.1. **Determina** a área da superfície e o volume da escultura.

2.2. Os alunos de escultura de uma escola profissional de Artes pretendem reproduzir a obra em materiais recicláveis.

Determina a área de superfície e o volume das esculturas obtidas:

2.2.1. com uma redução de razão 18 ;

2.2.2. com uma ampliação de razão 2.

2.3. Preenche a tabela seguinte com os dados/valores obtidos nas questões anteriores:

	Razão de semelhança		
	$r = 1$	$r = \frac{1}{8}$	$r = 2$
$\frac{comprimento\ do\ lado\ da\ escultura}{comprimento\ do\ lado\ da\ escultura\ \ inicial}$			
$\frac{área\ de\ superfície\ \ da\ escultura}{área\ de\ superfície\ da\ escultura\ inicial}$			
$\frac{volume\ \ da\ escultura}{volume\ da\ escultura\ inicial}$			

2.4. **De acordo** com os valores da tabela anterior, que relação existe entre:

2.4.1. a razão de semelhança dos comprimentos dos lados da escultura e a razão de semelhança das áreas de superfície;

2.4.2. a razão de semelhança dos comprimentos dos lados da escultura e a razão de semelhança dos volumes.

3. Os Pele-Fole Quinhentista Eborense é um grupo de músicos inspirados no repertório da tradição, apresentando também outros temas musicais de caráter festivo e ritual, como as seculares sonoridades da música antiga, nomeadamente a medieval e a renascentista. Usam vários instrumentos, entre eles, a caixa e o bombo, de alturas $30\ cm$ e $90\ cm$, respetivamente.

caixa

bombo

Fonte: [Música - Do Imaginário]

Supõe que os dois instrumentos são semelhantes.

Determina o volume do bombo, sabendo que o volume da caixa é $201\ 069\ cm^3$.

4. Numa fábrica de vidros existe um copo com o formato de um prisma quadrangular regular com o volume de $432\ cm^3$, conforme imagem ao lado. Pretende-se fabricar, para uma exposição, um copo gigante, semelhante a esse, com o quádruplo das dimensões.

4.1. Qual será o volume desse copo gigante?

4.2. Sabendo que a altura do copo inicial é de $12\ cm$, quais serão as dimensões do copo gigante (altura e aresta de base)?

Tarefa 7

Empacotamentos

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:
Esta tarefa tem por objetivo analisar as várias formas de empacotamento e verificar as que apresentam maior eficiência.

Conhecimentos prévios dos alunos: Cálculo de volumes.

Materiais e recursos: Vídeo, calculadora e material de escrita.

Notas para professor:
Sugere-se que no início da aula, o professor apresente o vídeo "Isto é Matemática - Empacotamentos" de forma a motivar os alunos para a tarefa.
Esta tarefa também poderá ser aplicada como um instrumento de avaliação, em trabalho de grupo.
O item 2.3 sugere-se como uma questão de aprofundamento.
Na discussão a dinamizar após o trabalho dos alunos, o professor deverá salientar a importância da noção de eficácia de empacotamento na vida real e dar exemplos de como poderá ser importante para as suas profissões futuras: como fazer o transporte de peças de dimensões variadas e/ou a escolha do meio de transporte a utilizar.

Tarefa 7

Empacotamentos

Empacotamento é um termo usado em diferentes contextos, mas geralmente refere-se à disposição ou organização de objetos dentro de um espaço. Por exemplo, na indústria e comércio, empacotamento refere-se ao **processo de embalar produtos** para transporte e armazenamento, otimizando espaço e protegendo os produtos. Normalmente o processo de empacotamento pretende:

- minimizar a quantidade de espaço necessário para guardar os objetos;
- maximizar a quantidade de artigos embalados;
- minimizar a quantidade de material gasto na embalagem;
- obedecer a critérios de redução de despesas.

1. Para verificares as condições de empacotamento referidos anteriormente visualiza o seguinte vídeo [”Isto é Matemática - Empacotamentos”].

2. Os alunos do Curso de Cozinha e Pastelaria, da Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos, participaram no concurso “A maratona do chocolate” com um bombom esférico, de chocolate negro e urtiga, com diâmetro $3\ cm$, , semelhante ao da figura ao lado.
Os bombons serão comercializados em caixas de vários formatos com 3 unidades cada.

   2.1. Escolhe dois formatos possíveis de caixas, identificando as seguintes propriedades para cada uma das alternativas:
      (A) dimensões das caixas;
      (B) volumes das caixas;
      (C) volume ocupado pelos bombons;
      (D) volume sobrante das caixas.

2.2. Do ponto de vista geométrico, uma boa medida para avaliar a eficácia de um empacotamento é a razão r entre o espaço ocupado e o espaço disponível inicialmente, isto é, $r = \frac{espaço\ ocupado}{espaço\ disponível\ inicialmente}$.

Esta razão será tanto mais satisfatória quanto mais próxima estiver de 1 ou, em percentagem, quanto mais próxima estiver de 100%.

Determina esta razão, eficácia do empacotamento, para os dois formatos que escolheste no item anterior.

2.3. (Aprofundamento) Considera agora que se quer aumentar a comercialização criando embalagens de 10 bombons. Estuda formas possíveis de fazer o empacotamento dos 10 bombons. Escolhe a que te parece mais indicada.

3. O mesmo grupo de alunos pensou em comercializar bolachas de chocolate, em pacotes cilíndricos. Para comercializar os pacotes de bolachas, construíram-se três tipos de embalagens de cartão sem tampa. Observa o pacote de bolachas e as três caixas diferentes (todas com seis pacotes).

(A)

(B)

(C)

Sabe-se que:

- cada pacote de bolachas tem a forma de um cilindro com $22\ cm$ de altura e $6\ cm$ de diâmetro de base;
- a embalagem C tem a forma de um prisma triangular cujas bases são triângulos equiláteros com $22,4\ cm$ de lado, aproximadamente.

3.1. Qual das embalagens, A, B ou C, é a mais eficaz para o empacotamento? Justifica a tua resposta com os cálculos que entenderes necessários.

Sugestão: Calcula o volume do pacote de bolachas e de cada uma das embalagens.

3.2. Os custos da embalagem são outro aspeto que deve ser considerado. Qual das três embalagens te parece ter um custo de produção mais reduzido? Justifica a tua resposta.

3.3. A partir das respostas anteriores, indica qual das embalagens, A, B, ou C te parece ser a melhor escolha para empacotar as bolachas. Justifica a tua resposta.