

# Itens de preparação da Avaliação Externa

Matemática A

Turmas piloto

2023/2026



# Ficha técnica

**Título:**

Itens de preparação da Avaliação Externa (Matemática A)

**Autoria e adaptação:**

Professores das turmas piloto de Matemática A

**Revisão:**

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do Ensino Secundário

**Imagem da capa:**

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em <https://www.pexels.com/photo/a-group-of-people-planning-while-looking-at-the-laptop-7550298/>

**Data:**

Lisboa, abril de 2026



# Nota de apresentação

O Instituto de Educação, Qualidade e Avaliação I.P. (EduQA), enquanto organismo que sucede à Direção-Geral da Educação (DGE), dá continuidade ao trabalho anteriormente desenvolvido por esta entidade, prosseguindo a conceção e implementação de diversas iniciativas destinadas a apoiar a generalização das Aprendizagens Essenciais de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, incluindo as disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e os módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

As Aprendizagens Essenciais de Matemática A do 12.º ano, homologadas em janeiro de 2023, referem-se brevemente ao tema de avaliação nos seguintes termos:

## **Avaliação para a aprendizagem - Privilegiar a avaliação formativa na regulação do processo de aprendizagem**

A abordagem exploratória que se privilegia implica a integração da avaliação no processo de aprendizagem. É necessário que a avaliação seja um processo, e não um fim, e que esteja ao serviço da aprendizagem dos alunos, de modo a favorecê-la. A diversificação de formas e instrumentos de avaliação é uma das práticas de avaliação recomendadas. Constituem boas tarefas de avaliação formativa as resoluções detalhadas de tarefas, os relatórios e os cartazes. A produção de documentos de natureza audiovisual é igualmente válida e apelativa, designadamente sob a forma de pequenos vídeos, criação de páginas e blogs, tirando partido de ferramentas digitais. As partilhas de ideias e conclusões em sala de aula, bem como as apresentações orais, constituem boas oportunidades para monitorizar e acompanhar o desenvolvimento das aprendizagens e identificar dificuldades e obstáculos.

O documento não faz referência aos Exames Nacionais ou outros aspetos da avaliação, uma vez que estes são regulados por legislação específica. Contudo, pode-se questionar o que seria adequado ser contemplado em termos de um Exame Nacional, pois, instrumentos de avaliação como “trabalhos de projeto”, “relatórios”, “cartazes” ou “apresentações orais” não podem ser considerados diretamente num Exame Nacional, apesar de serem instrumentos importantes para a aprendizagem dos alunos e por isso, acabem por ter também influência no desempenho dos alunos, incluindo em Exames Nacionais.

**O Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** analisou esta questão, em articulação com os professores das Turmas Piloto, e procedeu à seleção de um conjunto de itens usados na avaliação dessas turmas, os quais se enquadram na tipologia definida pelo IAVE para os Exames Nacionais. Segundo a INFORMAÇÃO-PROVA MATEMÁTICA A 2026 (Prova 635), do IAVE/EduQA, o Exame Nacional “permite avaliar a aprendizagem passível de avaliação numa prova escrita de duração limitada, considerando-se conhecimentos e capacidades comuns às AE homologadas em 2018 e às AE homologadas em 2023”. No mesmo documento pode ler-se que a prova de exame “tem por referência o Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) e as respetivas áreas de competências, designadamente *Linguagens e textos, Raciocínio e resolução de problemas e Saber*

*científico, técnico e tecnológico*, bem como as Aprendizagens Essenciais (AE) de Matemática A.”

Esta INFORMAÇÃO-PROVA identifica ainda os conteúdos matemáticos concretos que serão objeto de avaliação no Exame Nacional e são distintos nas AE de 2018 e de 2023.

AE homologadas em 2018	AE homologadas em 2023
Paridade de uma função	Modelos matemáticos nas eleições
Leis de De Morgan para conjuntos	Modelos matemáticos na partilha
Monotonia e limites de sucessões	Modelos matemáticos nas finanças
Limite de uma sucessão de termo geral $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ , com $x \in \mathbb{R}$	Geometria sintética
Equações trigonométricas	Soma de todos os termos de uma progressão geométrica de razão $r$ , tal que $ r  < 1$
Triângulo de Pascal	Distribuições de probabilidades
Binómio de Newton	Modelo normal
Fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação	Resolução numérica de equações

O **GT** do **DCPMES** refletiu sobre os possíveis itens de Exame específicos das AE de 2023, relativos aos temas novos, reflexão essa que orientou a elaboração da presente publicação. Para melhor classificar os itens, articulando “conhecimentos e capacidades”, o **GT** do **DCPMES** adotou uma organização semelhante à utilizada nos estudos internacionais de avaliação, mais concretamente o PISA e o TIMSS *Advanced*.

O estudo internacional PISA avalia “até que ponto os alunos de 15 anos conseguem raciocinar matematicamente e lidar com a matemática de forma adequada quando confrontados com situações e problemas – a maioria dos quais apresentados em contextos do mundo real”<sup>1</sup>.

O estudo internacional TIMSS *Advanced* avalia “o conhecimentos e as competências dos alunos que estão a pensar seguir estudos universitários ou trabalhar numa das áreas CTEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática)”, que “enquadram saberes e competências fundamentais para as sociedades globalizadas da era da informação e do digital e para a participação ativa e informada dos seus cidadãos”<sup>2</sup>.

Os estudos PISA e TIMSS usam esquemas classificativos bastante semelhantes.

<sup>1</sup> Conforme se pode ler na página 27 do documento OECD (2023), PISA 2022 Assessment and Analytical Framework, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>.

<sup>2</sup> Conforme se pode ler na página 8 do documento TIMSS *Advanced* 2015 – Portugal. Volume 1: Desempenhos em Matemática e em Física. IAVE, 2016.

Apresenta-se, de seguida, um exemplo concreto de um item já divulgado publicamente, relativo ao estudo PISA de 2022, acompanhado da respetiva classificação quanto aos conteúdos, competências, tipologia de item e nível de dificuldade (proficiência).

**Figura 2.2.** Exemplo de item de matemática – Padrão triangular (segundo item # CMA150Q02)

PISA 2022
📊 🕒
🧮 ? ⏪ ⏩

**Padrão triangular**  
Questão 2 / 3

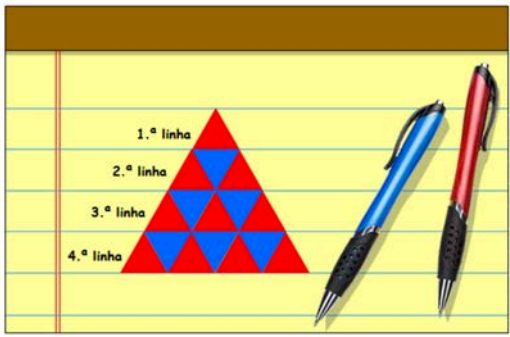
Considera a informação em «Padrão triangular», apresentada à direita. Para responderes à questão, seleciona uma opção.

Se o Alexandre estender o padrão até à quinta linha, qual vai ser a percentagem de triângulos azuis no conjunto das cinco linhas do padrão?

40,0%  
 50,0%  
 60,0%  
 66,7%

**PADRÃO TRIANGULAR**

O Alexandre desenhou o padrão seguinte, utilizando triângulos azuis e vermelhos. As primeiras quatro linhas do padrão são apresentadas abaixo.



<b>Área de conteúdo</b>	Variações e relações
<b>Processo</b>	Formular
<b>Contexto</b>	Científico
<b>Tipologia do de item</b>	Seleção simples (codificação automática)
<b>Nível de proficiência</b>	2
<b>Resposta</b>	40,0%

**Figura 2.3.** Exemplo de item de matemática – Padrão triangular (terceiro item - # CMA150Q03)

PISA 2022
📊 🕒
🧮 ? ⏪ ⏩

**Padrão triangular**  
Questão 3 / 3

Considera a informação em «Padrão triangular», apresentada à direita. Para responderes à questão, seleciona uma opção e depois escreve uma justificação.

O Alexandre vai acrescentar mais linhas ao seu padrão.

Ele afirma que a percentagem de triângulos azuis no padrão será sempre inferior a 50%.

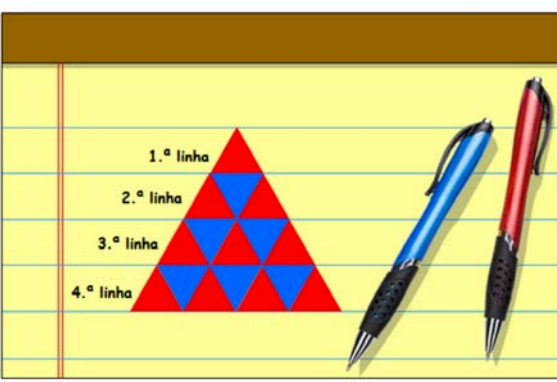
O Alexandre terá razão?

Sim  
 Não

Justifica a tua resposta.

**PADRÃO TRIANGULAR**

O Alexandre desenhou o padrão seguinte, utilizando triângulos azuis e vermelhos. As primeiras quatro linhas do padrão são apresentadas abaixo.



<b>Área de conteúdo</b>	Variações e relações
<b>Processo</b>	Raciocinar
<b>Contexto</b>	Científico
<b>Tipologia do de item</b>	Construção (codificação humana)
<b>Nível de proficiência</b>	5 (crédito total) 4 (crédito parcial)
<b>Resposta</b>	<b>Crédito total:</b> Seleciona «Sim» e apresenta uma explicação para a razão de haver sempre mais triângulos vermelhos (ou menos azuis). <b>Crédito parcial:</b> Seleciona «Sim», mas apresenta uma explicação incompleta.

O nível de proficiência no PISA é classificado de 1 a 6, do mais simples ao mais complexo, sendo que o nível 1 é subdividido em três outros níveis. O que foi adotado para a avaliação das Aprendizagens Essenciais de Matemática A foi um conjunto de apenas dois níveis de proficiência, **Proficiente** e **Avançado**. Estes dois níveis correspondem, em termos gerais, aos níveis 3 e 5 da escala do PISA. Para entendermos melhor a classificação do PISA, vamos transcrever esses dois níveis (ver quadro seguinte), considerando que os níveis 1, 2, 4 e 6 estarão abaixo ou acima dos dois níveis definidos<sup>3</sup>.

<b>Nível do PISA</b>	<b>Características das tarefas</b>	<b>%</b>
6		2%
5	No Nível 5, os alunos podem desenvolver e trabalhar com modelos matemáticos para situações complexas, identificando ou impondo restrições, e especificando suposições. Podem aplicar estratégias sistemáticas e bem planeadas de resolução de problemas para lidar com tarefas mais desafiantes, como decidir como desenvolver uma experiência, conceber um procedimento ideal ou trabalhar com visualizações mais complexas que não são fornecidas na tarefa. Os alunos demonstram uma crescente capacidade de resolver problemas cujas soluções exigem, muitas vezes, a incorporação de conhecimento matemático que não é explicitamente enunciado na tarefa. Os alunos deste nível refletem sobre o seu trabalho e selecionam adequadamente resultados matemáticos com uma relação com o contexto do mundo real.	8,7%
4		23,8%
3	No Nível 3, os alunos podem elaborar estratégias de resolução, incluindo estratégias que exigem uma tomada de decisão sequencial ou flexibilidade na compreensão de conceitos familiares. Neste nível, os alunos começam a utilizar as competências de pensamento computacional para desenvolver a sua estratégia de solução. São capazes de resolver tarefas que exigem a realização de vários cálculos	45,6%

<sup>3</sup> Conforme se pode ler na página 92 do documento OECD (2023), PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.

	diferentes, mas rotineiros, que nem todos estão claramente definidos no enunciado do problema. Podem utilizar a visualização espacial como parte de uma estratégia de solução ou determinar como utilizar uma simulação para recolher dados apropriados para a tarefa. Os alunos deste nível podem interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação e raciocinar diretamente a partir delas, incluindo a tomada de decisão condicional utilizando uma tabela de dupla entrada. Normalmente demonstram alguma capacidade para lidar com percentagens, frações e números decimais, e para trabalhar com relações proporcionais.	
2		68,9%

A terceira coluna com as percentagens refere-se ao número médio de alunos da OCDE que consegue atingir o nível de proficiência indicado ou um nível superior. Assim, por exemplo, 68,9% de alunos da OCDE, em média, conseguem responder com sucesso a questões do nível 2 ou superior.

Claro que a classificação do PISA se reporta ao que é exigível a alunos de 15 anos, sendo que para o Ensino Secundário terá de haver adaptações.

No TIMSS Advanced há apenas três níveis na escala utilizada: Intermédio, Elevado e Avançado. Vamos considerar aqui (ver quadro seguinte) apenas os dois primeiros<sup>4</sup>.

Níveis de desempenho	
Elevado	<p><b>Os alunos são capazes de aplicar um conjunto amplo de conceitos e procedimentos nas áreas da álgebra, do cálculo, da geometria e da trigonometria para analisar e resolver problemas cuja resolução requer vários passos, em contextos rotineiros e não rotineiros.</b></p> <p>Os alunos são capazes de analisar e resolver problemas de álgebra, incluindo problemas apresentados num contexto de aplicação prática; conseguem resolver problemas que requerem a interpretação de informação respeitante a funções e à representação gráfica de funções. Os alunos são capazes de determinar a soma de <math>n</math> termos consecutivos de uma progressão aritmética e resolver inequações quadráticas e outro tipo de inequações; conseguem simplificar expressões logarítmicas e multiplicar números complexos.</p> <p>Na área do cálculo, os alunos demonstram uma compreensão elementar dos conceitos de continuidade e de diferenciabilidade. Conseguem analisar gráficos de funções e equações com funções; conseguem relacionar o gráfico de uma função com os gráficos e os sinais da primeira e da segunda derivada da função. Os alunos mostram alguma compreensão do conceito de integral definido. Os alunos são capazes de utilizar as propriedades da trigonometria para resolver problemas diversos envolvendo funções trigonométricas e figuras geométricas. Conseguem resolver problemas utilizando o referencial cartesiano do plano, são capazes de identificar vetores perpendiculares a um vetor dado e provar que um quadrilátero, dado num sistema de coordenadas, é um paralelogramo.</p>
Intermédio	<p><b>Os alunos demonstram conhecimentos e procedimentos elementares nas áreas da álgebra, do cálculo, da geometria e da trigonometria para resolver problemas rotineiros.</b></p> <p>Os alunos são capazes de aplicar e transformar uma fórmula para resolver um problema enunciado por palavras; conseguem determinar um termo de uma progressão geométrica e analisar a proposta de resolução de uma</p>

<sup>4</sup> Conforme se pode ler na página 38 do documento TIMSS Advanced 2015 – Portugal. Volume 1: Desempenhos em Matemática e em Física. IAVE, 2016.

equação logarítmica simples. Os alunos são capazes de reconhecer o gráfico do módulo de uma função, de identificar e de avaliar funções compostas. Na área do cálculo, os alunos são capazes de determinar a derivada das funções exponenciais, trigonométricas e racionais simples; conseguem determinar limites de funções racionais e exponenciais. Os alunos conseguem estabelecer ligações entre o sinal da derivada de uma função e o gráfico dessa função. Os alunos são capazes de utilizar propriedades elementares das figuras geométricas e o teorema de Pitágoras para resolver problemas. Conseguem somar e subtrair vetores apresentados pelas suas coordenadas.

Segue-se um exemplo de um item do TIMSS Advanced, do nível **Elevado**, acompanhado da respetiva classificação<sup>5</sup>, ao qual, em Portugal, 30% dos alunos responderam corretamente a esta questão.

País	Percentagem respostas corretas	
Federação Russa 6h+	52 (3,3)	🔴
† Líbano	45 (3,2)	🔴
† Estados Unidos da América	36 (2,6)	🔴
Federação Russa	32 (1,9)	🔴
† Portugal	30 (1,8)	🔴
Noruega	28 (2,4)	🔴
Média Internacional	27 (0,7)	🔴
Eslovénia	20 (1,7)	🔵
Suécia	18 (1,0)	🔵
Itália	17 (1,6)	🔵
França	13 (1,0)	🔵

**32** Área de conteúdo: Geometria  
Dimensão cognitiva: Raciocinar  
Descrição: Determinar o valor máximo de uma função trigonométrica e um maximizante

O número de animais de uma certa população  $P(t)$  varia periodicamente com o tempo  $t$ . Esta situação pode ser modelada por

$$P(t) = 900 + 600 \operatorname{sen}\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Qual é o número máximo de animais?  
Indica um dos tempos em que o máximo ocorre.  
Número máximo de animais:

$P(t) =$  1500

Um tempo em que o máximo ocorre:

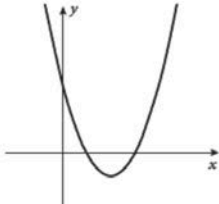
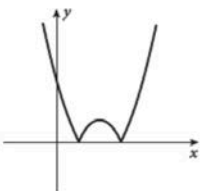
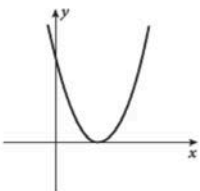
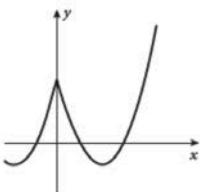
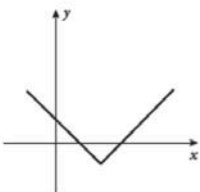
$t =$   $\frac{\pi}{6}$

Exemplo de resposta a que seria atribuído o crédito máximo.

Segue, agora, um exemplo do TIMSS Advanced do nível **Intermédio**<sup>6</sup>. Em Portugal 86% dos alunos responderam corretamente a esta questão.

<sup>5</sup> Conforme se pode ler na página 77 do documento TIMSS Advanced 2015 – Portugal. Volume 1: Desempenhos em Matemática e em Física. IAVE, 2016. A resposta foi corrigida, devido a lapso no original.

<sup>6</sup> Conforme se pode ler na página 78 do documento TIMSS Advanced 2015 – Portugal. Volume 1: Desempenhos em Matemática e em Física. IAVE, 2016.

País	Percentagem respostas corretas	Área de conteúdo: Álgebra Dimensão cognitiva: Conhecer Descrição: Reconhece o gráfico do módulo de uma função, dado o gráfico dessa função
Eslovénia	88 (1,6) ⬆	<p><b>1</b> O gráfico de <math>y = f(x)</math> está representado abaixo.</p>  <p>Qual dos seguintes gráficos representa <math>y =  f(x) </math> ?</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%;"> <p><input checked="" type="radio"/> A</p>  </div> <div style="width: 50%;"> <p><input type="radio"/> B</p>  </div> <div style="width: 50%;"> <p><input type="radio"/> C</p>  </div> <div style="width: 50%;"> <p><input type="radio"/> D</p>  </div> </div>

Tendo em consideração tudo o que foi exposto, foi elaborado, na presente publicação, um esquema classificativo, baseado nos seguintes **Domínios de Avaliação** integrados nas Ideias Chave das Aprendizagens Essenciais de Matemática A, homologadas em 2023:

- (i) Resolução de problemas, modelação e conexões
- (ii) Raciocínio e lógica matemática
- (iii) Comunicação matemática
- (iv) Recurso sistemático à tecnologia
- (v) Práticas enriquecedoras e criatividade

O esquema classificativo inclui apenas dois níveis, **Proficiente** e **Avançado**. No nível de desempenho **Proficiente**, observa-se uma utilização adequada, consistente e segura dos conhecimentos e das competências em diferentes situações de trabalho escolar. No nível de desempenho **Avançado**, os alunos demonstram uma mobilização mais autónoma, rigorosa e integrada desses conhecimentos e dessas competências. Analisam, interpretam e relacionam informação de forma crítica, utilizam conceitos com rigor e articulam diferentes saberes para explicar fenómenos ou processos de forma fundamentada.

O quadro seguinte apresenta os descritores de desempenho do nível **Avançado**:

Domínios de avaliação	Descritores de desempenho
	Avançado
Resolução de problemas, modelação e conexões	O aluno é capaz de: i) criticar soluções de modelos matemáticos; ii) validar modelos matemáticos a partir do confronto com a realidade; iii) aperfeiçoar modelos matemáticos para resolver problemas do mundo real, em situações do dia-a-dia ou de outras disciplinas.
Raciocínio e lógica matemática	O aluno consegue raciocinar dedutivamente, e de encadear raciocínios de forma autónoma, usando os princípios e a simbologia inerentes à lógica matemática.
Comunicação matemática	O aluno formaliza conceitos e resultados matemáticos de forma eficaz recorrendo à simbologia adequada. O aluno escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.
Recurso sistemático à tecnologia	O aluno resolve problema que integram atividades de programação, folhas de cálculo e ambientes de geometria dinâmica no seu trabalho com uma complexidade progressiva, desenvolvendo processos algorítmicos com um pensamento estruturado e raciocínio lógico, envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.
Práticas enriquecedoras e criatividade	O aluno envolve-se na resolução de questões e problemas autênticos em contextos de interdisciplinaridade (nomeadamente, numa perspetiva integradora de STEAM – ciências, tecnologia, engenharia, artes e matemática). O aluno consegue desenvolver atividades em contextos diversificados como recurso a tecnologia, contextos de modelação ou trabalho de projeto.

O quadro seguinte apresenta os descritores de desempenho do nível **Proficiente**:

Domínios de avaliação	Descritores de desempenho
	Proficiente
Resolução de problemas, modelação e conexões	O aluno mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real, em situações do dia-a-dia ou de outras disciplinas. O aluno é capaz de: i) interpretar informação; ii) gerir informação e tomar decisões; iii) usar recursos diversificados.
Raciocínio e lógica matemática	O aluno é capaz de explorar situações problemáticas, de usar abordagens heurísticas, de formular e validar conjeturas, de justificar processos de resolução e procedimentos.

Comunicação matemática	O aluno é capaz de interpretar gráficos, esquemas, diagramas ou dados, justificar afirmações, utilizar diferentes representações. O aluno faz apresentações orais e/ou escritas, elabora relatórios e composições, publicações e exposições
Recurso sistemático à tecnologia	O aluno usa a tecnologia na experimentação, na visualização, na representação, na simulação, e na interação para a exploração de ideias e conceitos matemáticos. O aluno desenvolve o pensamento computacional através da análise de algoritmos e de pequenos programas propostos.
Práticas enriquecedoras e criatividade	O aluno trabalha com tarefas matemáticas enriquecedoras sob a forma de um problema, uma questão exploratória, um exercício de aplicação, um pequeno projeto ou uma pesquisa de aprofundamento. O aluno envolve-se em matemática relevante na resolução das tarefas, aproveitando oportunidades para aplicar e ampliar conhecimentos, utilizando diferentes estratégias. O aluno revela atitudes positivas em relação à disciplina.

Os itens compilados nos diferentes capítulos desta publicação, e que foram usados nas Turmas Piloto, foram classificados de acordo com estes níveis.

Esta publicação não substitui outros elementos de estudo ou consulta; contudo, constitui uma referência que certamente apoiará os professores de Matemática no aprofundamento dos seus conhecimentos sobre a natureza e finalidades dos programas, bem como sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas. A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais, implica disponibilizar aos alunos um conjunto diversificado de ferramentas matemáticas. Neste sentido, aposta-se na diversificação de temas matemáticos e abordagens, valorizando competências algébricas em paralelo com os métodos numéricos, promovendo o raciocínio dedutivo aliado ao uso da tecnologia.

A DGE desenvolveu um processo sistemático e consistente de apoio aos professores de Matemática que iniciaram em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário. Este processo inclui, entre outras iniciativas: Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; edição de várias coletâneas de tarefas e outras brochuras; formação de professores formadores, criando uma rede nacional, que, localmente, apoia os colegas e dinamiza ações de formação em todas as escolas; e organização de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo da escolaridade obrigatória responda às necessidades de todos os alunos, assegurando a sua formação matemática enquanto cidadãos. Essa formação deve proporcionar uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e acessível a todos, garantido que os formalismos e os níveis de abstração sejam ajustados ao trabalho desenvolvido em cada tema. A matemática deve assumir-se como um contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias.

Esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino secundário reconheçam a utilidade dos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino, quer como referências e instrumentos de reflexão, de auto-formação e de desenvolvimento profissional. O EduQA e o GT DCPMES, continuarão a envidar esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, contamos com o profissionalismo empenhado, informado e consciente dos professores, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

O **GT DCPMES** é constituído pelos docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

Os **professores das turmas piloto de Matemática A** e respetivas escolas/agrupamentos de escolas foram: Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo).

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva  
*Coordenador*

## Índice

<a href="#"><u>Itens Eleições e Partilha (10.º ano)</u></a>	13
<a href="#"><u>Itens Modelos matemáticos em Finanças (10.º ano)</u></a>	30
<a href="#"><u>Itens Geometria Sintética (10.º ano)</u></a>	42
<a href="#"><u>Itens Soma de todos os termos de uma progressão geométrica (11.º ano)</u></a>	54
<a href="#"><u>Itens Função massa de probabilidade (12.º ano)</u></a>	61
<a href="#"><u>Itens Modelo normal (12.º ano)</u></a>	74
<a href="#"><u>Itens Resolução aproximada de equações (12.º ano)</u></a>	88



## Itens Eleições e Partilha (10.º ano)

		Nível	Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação				
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.			9
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real			2
Comunicação Matemática	Justifica afirmações			5
Comunicação Matemática	Interpreta gráficos, esquemas, diagramas ou dados. Utiliza diferentes representações.			1
Comunicação Matemática	Justifica afirmações. Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.			2



1. Na escola do Duarte apresentaram candidatura à associação de estudantes quatro listas: Criativos (C), Descontraídos (D), Empolgados (E) e Pacatos (P). Todos os 1746 alunos da escola podiam exercer o seu direito de voto, embora nem todos o tenham feito.

A tabela seguinte apresenta os resultados obtidos:

Listas	N.º de votos
C	336
D	162
E	430
P	528
Em branco	58
Nulos	36

Sabendo que para vencer esta eleição é necessária uma maioria absoluta, um representante da lista E afirmou que caso as listas C e E tivessem feito uma coligação teriam vencido as eleições. Será que o representante da lista E tem razão? Justifica a tua resposta.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Comunicação Matemática: Justifica afirmações.
Nível de desempenho	Proficiente



2. Nas eleições para a Associação de Estudantes da Escola Secundária da Tapada Grande, a eleição depende de uma maioria absoluta dos votos validamente expressos, podendo ser necessária a realização de uma segunda volta. Concorreram três listas e o resultado da votação, na primeira volta, está apresentado na tabela seguinte:

Lista	H	Q	T
Votação	358	201	166

Assim, a segunda volta será disputada entre as listas H e Q.

Considere que na segunda volta:

- os votos validamente expressos são em número exatamente igual aos da primeira volta;
- os eleitores das listas H e Q mantêm a sua votação relativamente à primeira volta.

Qual é o número mínimo de eleitores da lista T que deve votar na lista Q, para que esta consiga vencer na segunda volta?

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



3. Numa escola, com 1325 alunos, foi organizada a eleição para a representação dos alunos no Conselho Geral da Escola.

Foram formadas e homologadas as seguintes listas: A, B, C e D.

Para uma lista ser declarada vencedora terá que obter maioria absoluta.

Registaram-se 1210 votos, dos quais 70% foram considerados válidos tendo-se obtido os seguintes resultados:

Listas	A	B	C	D
N.º de votos	256	42	124	425

Justifica se foi necessário recorrer a uma segunda volta para determinar a lista vencedora.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Comunicação Matemática: Justifica afirmações.
Nível de desempenho	Proficiente



4. Nas eleições para a presidência do clube de BTT Rodas Rápidas, concorreram três candidatos. Sabe-se que:

- O candidato A ganhou com maioria absoluta.
- O candidato B teve 233 votos.
- O candidato C teve 34 votos.

Calcula o número mínimo de membros do clube que terão votado no candidato A.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



5. Para a eleição do atual presidente da direção dos bombeiros voluntários da Amieira de Cima, apresentaram-se três candidatos: o António, o Bernardo e a Carla. Nesse ato eleitoral foram apurados 194 votos validamente expressos. No boletim de voto, cada votante escreveu, por ordem de preferência, o nome dos três candidatos. A tabela seguinte apresenta as listas ordenadas de preferências estabelecidas pelos eleitores e o número de votos obtido por cada uma das listas.

	Número de votos			
	25	81	66	22
1.ª preferência	António	António	Bernardo	Carla
2.ª preferência	Bernardo	Carla	Carla	António
3.ª preferência	Carla	Bernardo	António	Bernardo

Concluída a votação, foi aplicado o método a seguir descrito para apuramento do resultado da eleição:

- São atribuídos pontos a cada um dos candidatos em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada candidato recebe:
  - ✓ 3 pontos por cada voto na primeira preferência;
  - ✓ 2 pontos por cada voto na segunda preferência;
  - ✓ 1 ponto por cada voto na terceira preferência.
- Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos candidatos. O mais pontuado é presidente da direção.

Identifica o vencedor de acordo com o método descrito. Apresenta todos os cálculos efetuados.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



6. Na escola Secundária Frei Rosa Viterbo vai ser organizada uma viagem a um país estrangeiro para os alunos do décimo ano. Foram apresentados aos alunos três destinos, em alternativa.

No boletim de voto, cada aluno colocou os três países por ordem decrescente de preferência.

A tabela seguinte apresenta as quatro listas ordenadas de preferências estabelecidas pelos alunos e o respetivo número de votos.

<b>Nº de votos</b> <b>Preferência</b>	<b>8</b>	<b>14</b>	<b>12</b>	<b>6</b>
<b>1ª</b>	Bélgica	Croácia	Dinamarca	Bélgica
<b>2ª</b>	Dinamarca	Dinamarca	Bélgica	Croácia
<b>3ª</b>	Croácia	Bélgica	Croácia	Dinamarca

Comenta a afirmação: “O vencedor pelo método de Borda, não passaria à segunda volta numa eleição por maioria absoluta”.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Comunicação Matemática: Justifica afirmações.
Nível de desempenho	Proficiente



7. A associação de estudantes de uma Universidade vai eleger uma comissão composta hierarquicamente por um presidente, um vice-presidente e um tesoureiro. Apresentaram-se três candidatos: a Ana, de 21 anos de idade, a Dina, de 23 anos de idade e o Luís, de 22 anos de idade.

Nesse ato eleitoral, foram apurados 375 votos validamente expressos. No boletim de voto, cada votante escreveu, por ordem decrescente de preferência, o nome dos três candidatos. A tabela seguinte apresenta as três listas ordenadas de preferências estabelecidas pelos eleitores e o número de votos obtido por cada uma das listas.

<b>N.º de votos</b>	<b>125</b>	<b>160</b>	<b>90</b>
<b>Preferências</b>			
<b>1.º</b>	<b>Ana</b>	<b>Dina</b>	<b>Luís</b>
<b>2.º</b>	<b>Dina</b>	<b>Luís</b>	<b>Ana</b>
<b>3.º</b>	<b>Luís</b>	<b>Ana</b>	<b>Dina</b>

Concluída a votação, foi aplicado o método a seguir descrito para obter a composição da atual associação.

- ✓ São atribuídos pontos a cada um dos candidatos em função do seu lugar na ordem da lista de preferências. Cada candidato recebe:
  - ✓ cinco pontos por cada voto na primeira preferência;
  - ✓ três pontos por cada voto na segunda preferência;
  - ✓ um ponto por cada voto na terceira preferência.
- ✓ Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos candidatos. O mais pontuado é eleito para presidente, o segundo mais pontuado é eleito para vice-presidente, e o terceiro mais pontuado é eleito para tesoureiro.

No caso de existirem candidatos empatados, os seus lugares na associação são decididos utilizando a idade como critério de desempate. Dos candidatos empatados, o mais velho assume o cargo de maior importância.

Indique os nomes dos atuais presidente, vice-presidente e tesoureiro, aplicando o método acima descrito.



Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos nas eleições
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



8. No artigo 13.º da Lei dos Órgãos das Autarquias é referido o modo como são convertidos os votos em mandatos, o que pode observar no quadro seguinte:

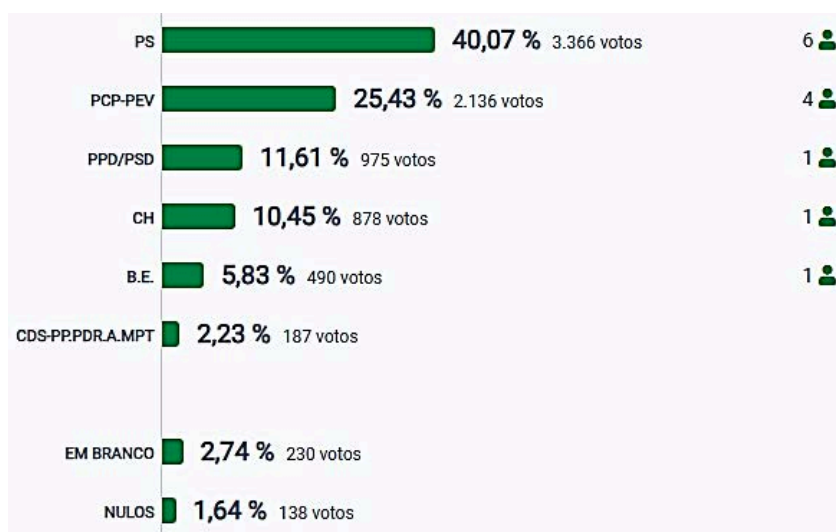
**Artigo 13.º**  
**(critério da eleição)**

A conversão de votos em mandatos faz-se de acordo com o método de representação proporcional correspondente à média mais alta de Hondt, obedecendo às seguintes regras:

- Apura-se, em separado, o número de votos recebidos por cada lista no círculo eleitoral respetivo;
- O número de voto apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados por ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos que estiverem em causa;
- Os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos da série;
- No caso de restar um só mandato para distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido menor número de votos.

Note que, se o método fosse o de Saint Laguë, como noutros países, os divisores referidos em b) seriam, 1, 3, 5, 7, etc...

No portal do eleitor encontra-se um gráfico relativo às últimas eleições autárquicas para a Assembleia de Freguesia de Fernão Ferro.



Verifique se haveria alteração na distribuição do número de representantes se fosse aplicado o método de St. Laguë.



Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos na partilha
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Comunicação Matemática: Interpreta gráficos, esquemas, diagramas ou dados. Utiliza diferentes representações.
Nível de desempenho	Proficiente



9. Considere os resultados obtidos nas eleições para a Direção da Associação Nacional dos Clubes de Pesca Desportiva (ANCPD). Vão ser distribuídos treze (13) mandatos por 4 associações regionais: Robalos, Marmotas, Trutas e Sardinhas.

O número de mandatos que cabe a cada uma das associações regionais depende do número de votos obtido.

<b>Associação</b>	Robalos	Marmotas	Trutas	Sardinhas	<b>Total</b>
<b>N.º de votos</b>	245	852	207	624	<b>1928</b>

Aplicou-se o método de Hondt para a distribuição de mandatos pelas associações, para o qual se construiu a tabela seguinte:.

<b>Associações</b>	Robalos	Marmotas	Trutas	Sardinhas
<b>N.º de votos</b>	245	852	207	624
1	245	852	207	624
2	123	426	104	312
3	82	284	69	208
4	61	213	52	156
5	49	170	41	125
6	41	142	35	104
7	35	122	30	89
8	31	107	26	78
9	27	95	23	69
10	25	85	21	62
11	22	77	19	57
12	20	71	17	52
13	19	66	16	48

Qual das afirmações seguintes é verdadeira, se tivesse sido aplicado o método de St. Laguë ?

- (A) As Marmotas teriam obtido 5 mandatos;
- (B) Os Robalos teriam obtido 2 mandatos;
- (C) As Trutas não teriam obtido quaisquer mandatos;
- (D) As Sardinhas teriam sido a associação com mais mandatos.



Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos na partilha
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



10. Numa autarquia são atribuídos 5 mandatos para a Câmara Municipal, através do método de Hondt. Nas últimas eleições concorreram 3 partidos a esta autarquia.

Na tabela seguinte estão representados os quocientes, arredondados às décimas, calculados para a atribuição dos mandatos pelo método de Hondt, para os partidos A e C.

Partidos	A	B	C
Votação	6353	—	635
Divisão por 1	6353	—	635
Divisão por 2	3176,5	—	317,5
Divisão por 3	2117,7	—	211,7
Divisão por 4	1588,3	—	158,8

Sabendo que o partido A obteve 3 mandatos, que o partido B obteve 2 mandatos e o partido C não obteve qualquer mandato, qual é o número mínimo de votos no partido B que permite esta distribuição?

(A) 4236

(B) 4235

(C) 3177

(D) 3176

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos na partilha
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



11. Uma empresa multinacional adota um sistema semelhante ao da Assembleia da República Portuguesa para discutir os problemas mais importantes relacionados com o seu funcionamento. Para isso são realizadas, de quatro em quatro anos, eleições para distribuir os 16 lugares na sua assembleia.

Em 2023 concorreram cinco listas: A, B, C, D e E.

O quadro seguinte apresenta os resultados obtidos:.

	A	B	C	D	E
Nº de votos	354	22	400	162	30
Nº de mandatos	6	0	7	3	0

Um trabalhador da empresa referiu que caso as listas B e E tivessem concorrido coligadas teriam obtido um mandato, caso todos votantes mantivessem o sentido de voto expresso nesta tabela.

Justifica se o trabalhador tem razão.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos na partilha
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Comunicação Matemática: Justifica afirmações. Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.
Nível de desempenho	Proficiente



12. Em 2009, os habitantes de Cabeço-dos-Moinhos votaram em dois momentos distintos. Na tabela seguinte, estão indicados os números de votos, validamente expressos, obtidos pelas listas dos cinco partidos mais votados, na eleição para a assembleia de freguesia.

Os votos em branco ou nulos não foram considerados como votos validamente expressos.

Partidos	A	B	C	D	E
Nº de votos	5243	3475	1211	1153	657

Nessa eleição, os 8 mandatos correspondentes ao círculo eleitoral da freguesia foram distribuídos pelo método de Hondt usando a tabela seguinte:

Partidos	A	B	C	D	E
Nº de votos	5243	3475	1211	1153	657
1	5243	3475	1211	1153	657
2	2621,5	1737,5	605,5	576,5	328,5
3	1747,7	1158,3	403,7	384,3	219
4	1310,8	868,8	302,8	288,3	164,3
5	1048,6	695	242,2	230,6	131,4
6	873,8	579,2	201,8	192,2	109,5
7	749	496,4	173	164,7	93,9
8	655,4	434,4	151,4	144,1	82,1

Em eleições semelhantes, alguns países aplicam o método de Saint-Laguë, em vez do método de Hondt. Um candidato não eleito, que concorreu à referida eleição na lista de um dos partidos, afirmou:

*“Se a distribuição de mandatos tivesse sido feita pelo método de Saint-Laguë, eu teria obtido um mandato”.*

Determine a lista a que pertence o candidato que fez a afirmação, justificando a sua resposta.



Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos na partilha
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Comunicação Matemática: Justifica afirmações. Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.
Nível de desempenho	Proficiente



## Itens Modelos matemáticos em Finanças (10.º ano)

		Nível	Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação				
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real			8
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.			3
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Valida Modelos Matemáticos a partir do confronto com a realidade.		1	



1. A Maria vive com o Manuel e não têm filhos. A imagem seguinte apresenta o recibo de vencimento da Maria, relativo ao mês de agosto de 2023. Algumas das parcelas do recibo de vencimento encontram-se omitidas.

EMPRESA		FUNCIONÁRIO			
Nome:	Faz tudo	Nome:	Maria		
Morada:	Rua do Fim	NIF:	2222222		
		NISS:	3333333		
NIPC:	999999999	Categoria:	Supervisor		
NISS:	111111111				
Período de liquidação:	01/08/23	31/08/2023	Total de dias:	22	
Descrição	Abonos		Descontos		
Salário base	2 189,00 €				
Subsídio de alimentação	105,60 €				
	Taxas				
Sindicato	2%		43,78 €		
Segurança Social			240,79 €		
I.R.S.					
Acuml.Desc. IRS	Base Seg.Soc.	Base IRS	Total Abonos	Total a deduzir	
	2 189,00 €	2 189,00 €	2 294,60 €		
			Total a Receber		

Consulta a taxa de retenção na fonte (IRS) a que a Maria está sujeita (ver tabela seguinte) e calcula o total a receber.

### Tabela de retenção na fonte (IRS)

Trabalho dependente

Casado, dois titulares

Remuneração mensal (euros)	Número de dependentes					
	0	1	2	3	4	5 ou mais
Até 762,00	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Até 790,00	2,0%	1,8%	0,4%	0,0%	0,0%	0,0%
Até 812,00	4,0%	3,6%	0,9%	0,0%	0,0%	0,0%
Até 863,00	7,0%	5,0%	3,3%	2,4%	0,5%	0,0%
Até 964,00	9,3%	7,2%	6,4%	3,7%	3,0%	1,1%
Até 1 051,00	11,2%	8,5%	7,7%	5,0%	4,3%	3,0%
Até 1 113,00	12,0%	9,4%	8,5%	5,9%	4,7%	3,8%
Até 1 194,00	13,0%	11,3%	10,5%	7,8%	7,0%	5,2%
Até 1 280,00	14,0%	12,3%	11,4%	8,8%	7,9%	6,2%
Até 1 380,00	15,0%	14,3%	12,5%	10,6%	8,9%	8,0%
Até 1 466,00	16,1%	15,3%	13,6%	11,9%	10,0%	9,2%
Até 1 609,00	17,1%	16,4%	14,6%	12,8%	11,1%	10,2%
Até 1 762,00	18,5%	17,7%	16,1%	14,3%	13,4%	11,7%
Até 1 925,00	19,9%	19,3%	17,6%	16,0%	15,2%	13,5%
Até 2 035,00	20,9%	20,4%	18,5%	16,9%	16,1%	14,5%
Até 2 151,00	21,9%	21,4%	19,6%	17,7%	17,0%	16,3%
Até 2 283,00	22,8%	22,3%	20,7%	18,9%	17,9%	17,3%

Retirado de [Despacho n.º 1296-B/2023](#)



Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



2. O Manuel, em 2010, vivia em Faro, era solteiro e não tinha filhos. Auferia um rendimento mensal bruto de 1200 euros.

A tabela seguinte apresenta os valores das taxas normais de IRS e a parcela a abater em função do rendimento coletável, ou seja, o rendimento bruto anual, para 2010.

CONTINENTE					
RENDIMENTO COLECTÁVEL (EUROS)				TAXA NORMAL	PARCELA A ABATER (€)
Até			4.793,00	11,08%	
De mais de	4.793,00	até	7.250,00	13,58%	119,83
De mais de	7.250,00	até	17.979,00	24,08%	881,09
De mais de	17.979,00	até	41.349,00	34,88%	2.822,89
De mais de	41.349,00	até	59.926,00	37,38%	3.856,63
De mais de	59.926,00	até	64.623,00	40,88%	5.954,25
De mais de	64.623,00	até	150.000,00	42,88%	7.246,17
Superior	150.000,00			45,88%	11.746,50

Determina o valor que o Manuel recebeu ou pagou de IRS em 2010, sabendo que não apresentou deduções e reteve mensalmente 168 euros.

**Nota:** A fórmula simplificada para o cálculo do montante do IRS segue os passos seguintes:

- 1.º passo: Rendimento anual bruto - deduções específicas = Rendimento coletável**
- 2.º passo: Rendimento coletável × taxa de IRS - parcela a abater = coleta**
- 3.º passo: coleta - deduções da coleta - retenção = montante IRS**

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



3. O recibo de vencimento do Alfredo, relativo ao mês de dezembro do ano de 2022, está apresentado na imagem seguinte:

RECIBO DE PAGAMENTO - SALÁRIO					
Empresa: Avenida		Nome: <b>Alfredo da Silva</b>			
Morada: Avenida das avenidas		Número de contribuinte: 118202811			
NIPC: 9999999999		Número de segurança social: 22189822			
NISS: 11122344567		Número de horas semanais: <b>40</b>			
		Número de dependentes: <b>2</b>			
		Período de liquidação: <b>01/11/2022 a 31/12/2022</b>			
Quantidade	Valor	Descrição	Taxas	Abonos	Descontos
30	57,60 €	Salário Base		1 248,00 €	
		Subsídio de alimentação		160,65 €	
		Seguro saúde	5,00%		62,40 €
		Segurança social	11,00%		
		I.R.S.	10,50%		
				Total de Abonos	Total de Descontos
Acumulado Descontos para I.R.S		Salário Base	Base IRS	Total a receber:	
1 834,56 €		1 248,00 €	1 248,00 €		
Recebi a importância líquida discriminada acima. Data: / / Assinatura: _____					

- 3.1. Recorrendo à tabela seguinte, determina quanto recebe o Alfredo por cada hora de trabalho.

#### Cálculo do valor hora

$$\text{Valor da retribuição horária} = \frac{(Rm \times 12 \text{ meses})}{(52 \text{ semanas} \times n)}$$

$Rm$  é o valor da retribuição mensal e  $n$  o período normal de trabalho semanal (horas).

- 3.2. Determina o total de descontos relativos ao vencimento do Alfredo em dezembro.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



4. Considera o artigo 268.º, do Código do Trabalho, que refere as normas para o cálculo do valor do trabalho extraordinário.

**Código do Trabalho - CT - Artigo 268.º**  

**Lei n.º 7/2009** Em vigor

---

Diário da República n.º 30/2009, Série I de 2009-02-12

*Anexo > Livro I > Título II > Capítulo III > Secção I*  
*Artigo 268.º*

**Pagamento de trabalho suplementar**

- 1 - O trabalho suplementar até 100 horas anuais é pago pelo valor da retribuição horária com os seguintes acréscimos:
- a) 25 % pela primeira hora ou fração desta e 37,5 % por hora ou fração subsequente, em dia útil;
  - b) 50 % por cada hora ou fração, em dia de descanso semanal, obrigatório ou complementar, ou em feriado.
- 2 - O trabalho suplementar superior a 100 horas anuais é pago pelo valor da retribuição horária com os seguintes acréscimos:
- a) 50 % pela primeira hora ou fração desta e 75 % por hora ou fração subsequente, em dia útil;
  - b) 100 % por cada hora ou fração, em dia de descanso semanal, obrigatório ou complementar, ou em feriado.

A Joaquina tem um ordenado base cuja retribuição horária é de 30 €.

No mês de janeiro realizou as 35 horas semanais regulares e ainda trabalho extraordinário correspondente a:

- 5 horas em dias úteis;
- 6 horas em período de fim de semana, correspondente aos seus dias de descanso semanal.

Determina o valor total que a Joaquina terá direito a receber pelo trabalho extraordinário.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



5. O Pedro depositou 15 000 euros numa conta a prazo, em regime de juros simples a uma taxa de juro anual de 2,5% .

Qual foi o capital acumulado pelo Pedro, ao fim de 3 anos?

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente

6. O Manuel investiu 2000 euros, numa conta a prazo, em regime de juros compostos anuais a uma taxa anual de 1,6%.

Passados 4 anos após o investimento inicial, quanto tinha na sua conta, com aproximação às unidades?

(A) 2065€

(B) 2098€

(C) 2131€

(D) 2032€

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



7. A Maria acumulou uma poupança de **3500 euros** e pretende rentabilizá-la num depósito bancário com a **duração de um ano**.

Nas suas pesquisas na Internet, encontrou um banco que lhe suscitou interesse. Na figura ao lado está um recorte do slogan que viu.



Depósito Open Novos Clientes 12 Meses  
**3,75% TANB SEM LIMITE PARA AS SUAS POUPANÇAS**

Observa que a taxa publicitada é anual e bruta.

Considera que à Maria é aplicada uma taxa de imposto de 28% sobre a TANB.

Se o pagamento de juros é feito no final de cada ano, qual é o valor, em euros, que poderá ser depositado na conta da Maria, ao fim de um ano, caso opte pelo banco que lhe despertou interesse?

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



8. A Mariana quer comprar um carro novo, mas não tem dinheiro suficiente para o pagar.



Pode pagar as despesas de documentação e ainda uma boa entrada, pelo que procurou uma instituição de crédito que lhe pudesse emprestar os

8 000 € em falta. Optou por um banco que tem uma TAN de 6,75% para financiamento de carro novo, por um período de 24 a 120 meses, com pagamento de prestações mensais constantes.

A Mariana começa com uma dívida de 8 000 €, a qual vai diminuindo, **mês a mês**, depois do efeito da TAN e do pagamento da prestação mensal de 357,27€. Na tabela ao lado podes encontrar uma evolução da dívida da Mariana ao longo do tempo, mês a mês.

Qual passa a ser o valor da dívida da Mariana ao banco ao fim de doze meses de pagamentos?

Mês	Dívida
0	8000,00
1	7687,73
2	7373,70
3	7057,91
4	6740,34
5	6420,99
6	6099,83
7	5776,88
8	5452,10
9	5125,50
10	4797,06
11	4466,77
12	
13	3800,62
14	3464,72

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.
Nível de desempenho	Proficiente



9. O Manuel investiu um determinado capital, numa conta a prazo, em regime de juros compostos anuais a uma taxa anual de 1,06%.

No dia 1 de janeiro de 2023, passados 10 anos após o investimento inicial, tinha na sua conta no banco 28 891,25 euros. Qual foi o capital inicial investido, aproximadamente?

- (A) 25 000€                      (B) 25 500€                      (C) 26 000€                      (D) 26 500€

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente

10. A Mariana depositou 9000 euros numa conta a prazo na modalidade de juros compostos.

Calcula o valor do capital acumulado ao fim de 5 anos, sabendo que a taxa anual é de 1,5% com capitalizações trimestrais.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



11. Uma peça de teatro estreou num espaço alugado para o efeito.

O diretor da companhia de teatro obteve duas propostas A e B.

Na tabela seguinte encontram-se as duas propostas apresentadas pelo proprietário do espaço.

PROPOSTA A	PROPOSTA B
<ul style="list-style-type: none"><li>• Paga 420€ por cada dia de aluguer, acrescidos de um valor fixo de 4800€</li><li>• As despesas de água e eletricidade estão incluídas.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• O valor total a pagar pelo período de aluguer, em euros, arredondado às unidades, é dado pela expressão: <math display="block">V = 3000 \times 1,14^n - 3000</math>em que <math>n</math> é o número de dias do aluguer</li><li>• As despesas de água e eletricidade não estão incluídas.</li></ul>

O espaço foi alugado por 10 dias.

Admita que as despesas de água e eletricidade perfazem 71€ por dia.

O diretor da companhia de teatro optou pela proposta B.

Terá sido a decisão mais económica?

Apresente todos os cálculos que efetuar.

Caso proceda a arredondamentos intermédios, conserve exatamente 4 casas decimais.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Valida Modelos Matemáticos a partir do confronto com a realidade.
Nível de desempenho	Avançado



12. O Joaquim precisa de 2500€ para comprar equipamento informático. De entre as várias propostas analisadas e com as condições disponíveis, decidiu optar pelo crédito cuja simulação se apresenta na figura seguinte.

Crédito | Cartão de Crédito | Crédito Consolidado

**Simular Crédito Pessoal ou Crédito Automóvel**

O meu projeto: Informática/Electro

O montante que preciso: 2.500 € (De 2.500€ até 75.000 €)

A minha mensalidade desde: 81,16 € (Mensalidade mínima aplicada a esta simulação)

Em quantos meses: 36 MESES (De 12 a 84 Meses, 3 anos)

Taxas desde:  
 TAN: 10,02%  
 TAEG: 12,3%  
 MTIC: 2.965,76 €

Detalhes da simulação

Calcula o valor **total dos custos associados ao empréstimo** que o Joaquim vai pagar à instituição de crédito.

Classificação do Item	
Tema das AE	Modelos Matemáticos para a Cidadania
Tópico das AE	Modelos matemáticos em finanças
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



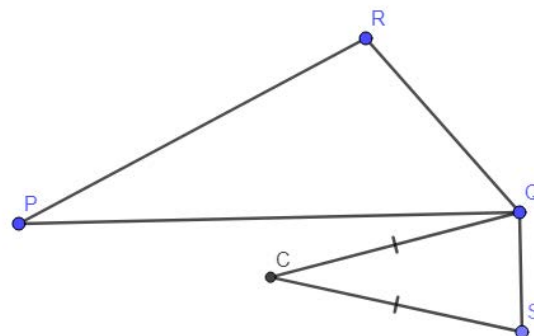
## Itens Geometria Sintética (10.º ano)

		Nível	Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação				
Raciocínio e Lógica Matemática	Explora situações problemáticas			2
Raciocínio e Lógica Matemática	Formula e valida conjeturas			2
Raciocínio e Lógica Matemática	Consegue raciocinar dedutivamente e encadeia raciocínios de forma autônoma		4	
Raciocínio e Lógica Matemática	Justifica processos de resolução e procedimentos.			2
Comunicação Matemática	Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.			1



1. Na figura ao lado estão representados:

- o triângulo  $[PQR]$  ;
- o ponto  $C$ , centro da circunferência circunscrita ao triângulo,
- o triângulo isósceles  $[CSQ]$ , com  $\overline{CS} = \overline{CQ}$ .



**Qual é a razão pela qual o quadrilátero  $[PSQR]$  admite uma circunferência circunscrita que passa por todos os seus vértices?**

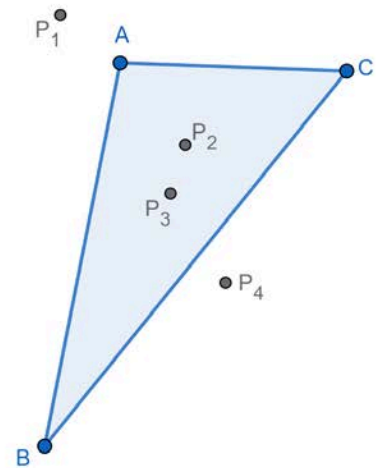
Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Explora situações problemáticas
Nível de desempenho	Proficiente



2. Considera a figura ao lado, onde os pontos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$  são os pontos notáveis do triângulo  $[ABC]$ .

Completa o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço, escrevendo na folha de respostas cada um dos números I, II, III e IV, seguido da opção a), b), c) ou d) que lhe corresponde.

A cada espaço corresponde uma só opção.



O ponto  $P_3$  é o I e é a interseção das II do triângulo. O ortocentro do triângulo é o ponto III pois é o ponto de interseção das IV.

I	II	III	IV
a) Ortocentro	a) Alturas	a) $P_1$	a) Alturas
b) Incentro	b) Bissetrizes	b) $P_2$	b) Bissetrizes
c) Circuncentro	c) Medianas	c) $P_3$	c) Medianas
d) Baricentro	d) Mediatrizes	d) $P_4$	d) Mediatrizes

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Formula e valida conjeturas
Nível de desempenho	Proficiente



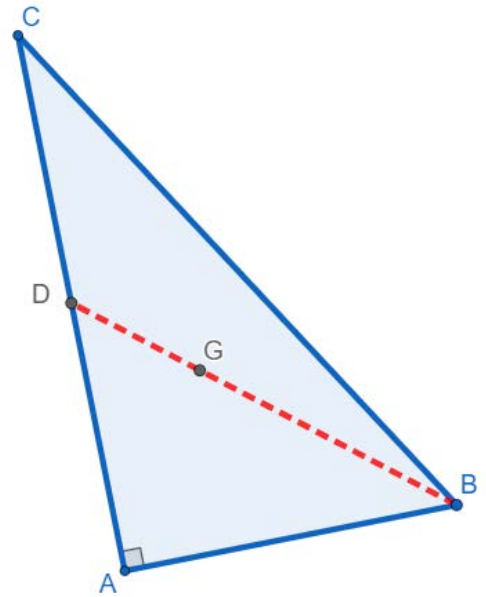
3. Na figura ao lado encontra-se representado o triângulo  $[ABC]$ , retângulo em  $A$ .

A figura não está representada à escala.

Sabe-se que:

- o ponto  $G$  é o baricentro do triângulo;
- $\overline{BG} = 10 \text{ cm}$ ;
- $\overline{AC} = 24 \text{ cm}$ .

Determina o valor de  $\overline{AB}$ , justificando.



Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Comunicação Matemática: Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.
Nível de desempenho	Proficiente

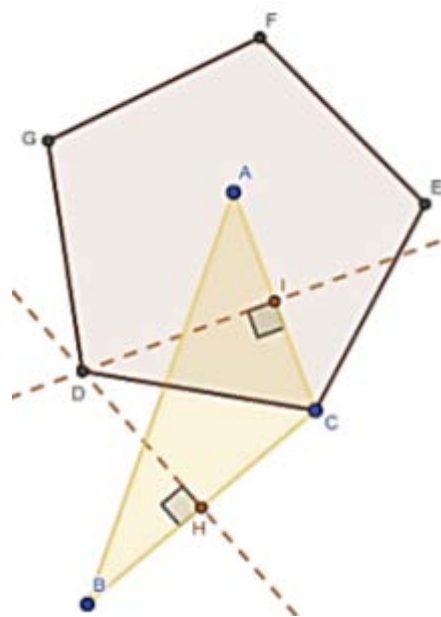


4. Na figura ao lado está representado o pentágono regular  $[CDGFE]$ .

Sabe-se que:

- a reta  $DI$  é a mediatriz de  $[AC]$  ;
- a reta  $DH$  é a mediatriz de  $[BC]$  .

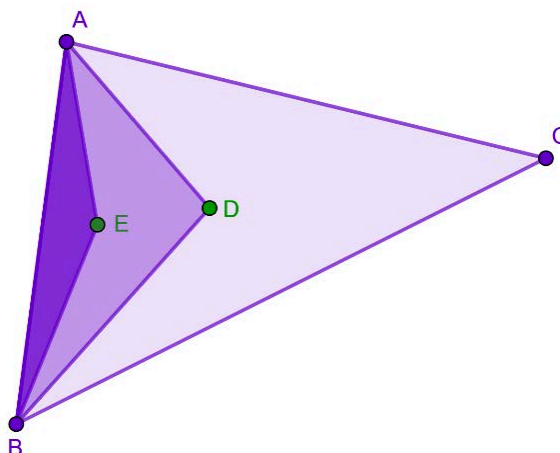
Indica, justificando, quais os vértices do pentágono  $[CDGFE]$  que pertencem à circunferência circunscrita ao triângulo  $[ABC]$ .



Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Formula e valida conjeturas
Nível de desempenho	Proficiente



5. Considera a figura seguinte em que estão representados os triângulos  $[ABC]$ ,  $[ADB]$  e  $[AEB]$ .



Sabendo que  $D$  é o baricentro do triângulo  $[ABC]$ , e que  $E$  é o baricentro do triângulo  $[ADB]$ , qual das seguintes relações se verifica necessariamente?

(A)  $A_{[ABC]} = 12A_{[AEB]}$

(B)  $A_{[ABD]} = 6A_{[AEB]}$

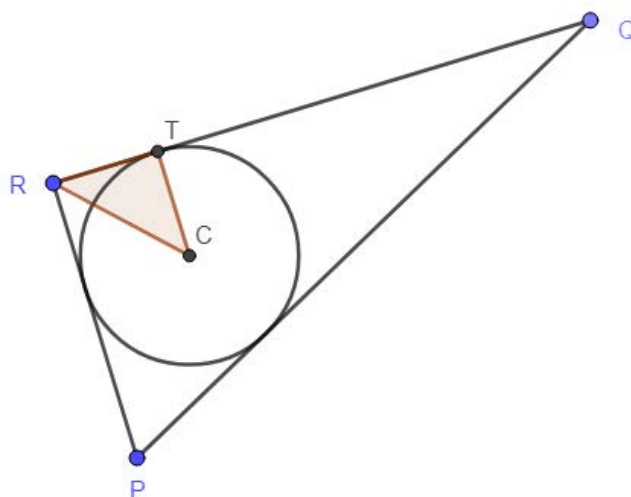
(C)  $A_{[ABC]} = 9A_{[AEB]}$

(D)  $A_{[ABD]} = 2A_{[AEB]}$

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Consegue raciocinar dedutivamente e encadeia raciocínios de forma autónoma
Nível de desempenho	Avançado



6. Na figura ao lado está representado o triângulo  $[PQR]$ , retângulo em  $R$ , bem como a circunferência nele inscrita, de centro  $C$ , e ainda o triângulo  $[CTR]$ , em que  $T$  pertence à circunferência e ao lado  $[RQ]$ .



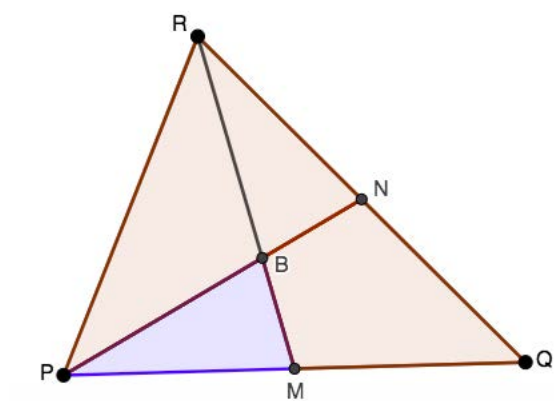
O triângulo  $[CTR]$  é retângulo e isósceles? Justifica a tua resposta.

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Justifica processos de resolução e procedimentos.
Nível de desempenho	Proficiente



7. Na figura está representado um triângulo  $[PQR]$ , sendo  $[PN]$  e  $[RM]$  duas medianas que se intersectam no ponto  $B$ .

Justifique que a área do quadrilátero  $[MBNQ]$  é  $\frac{1}{3}$  da área do triângulo  $[PQR]$ .

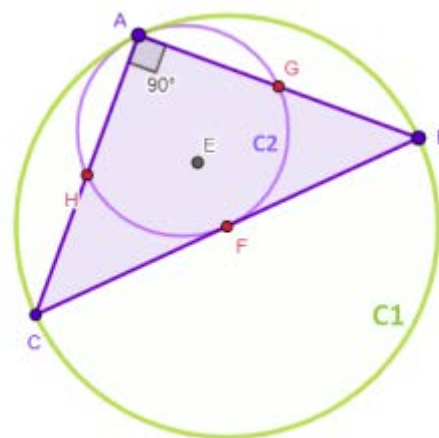


Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Pontos notáveis do triângulo
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Conseguir raciocinar dedutivamente e encadear raciocínios de forma autónoma
Nível de desempenho	Avançado



8. Sobre a figura ao lado sabemos que:

- o triângulo  $[ABC]$  é isósceles, retângulo em  $A$  e está inscrito na circunferência, **C1**;
- a circunferência **C2** é a circunferência de 9 pontos em relação ao triângulo  $[ABC]$ .



Identifica, usando as letras da figura, os 9 pontos de **C2**:

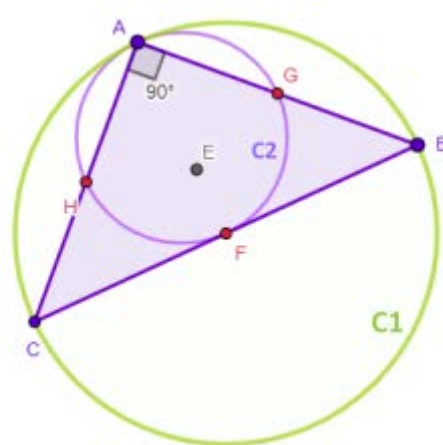
- os pontos de Euler;
- os pés das alturas;
- os pontos médios dos lados do triângulo.

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Circunferência dos nove pontos
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Justifica processos de resolução e procedimentos.
Nível de desempenho	Proficiente



9. Sobre a figura ao lado sabemos que:

- o triângulo  $[ABC]$  é isósceles, retângulo em  $A$  e está inscrito na circunferência, **C1**;
- a circunferência **C2** é a circunferência de 9 pontos em relação ao triângulo  $[ABC]$ .



Indica, justificando, o valor lógico da afirmação:

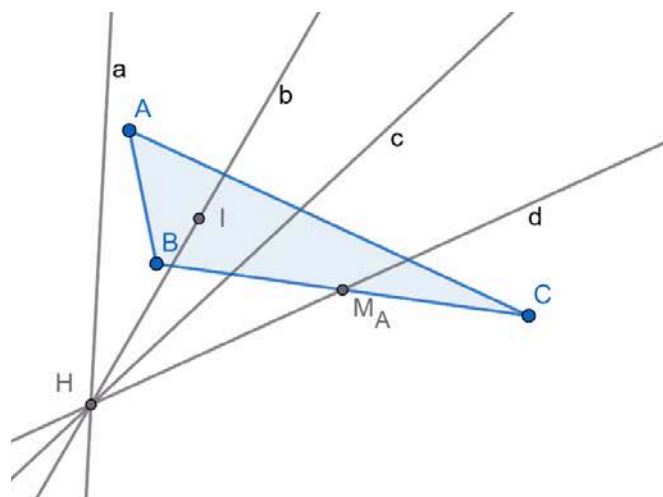
*“O perímetro da circunferência **C2** é metade do perímetro da circunferência **C1**.”*

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Circunferência dos nove pontos
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Explora situações problemáticas
Nível de desempenho	Proficiente



10. Considera a figura ao lado onde estão representados:

- o triângulo escaleno  $[ABC]$ ;
- o ponto  $H$ , ortocentro do triângulo  $[ABC]$ ;
- as retas,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  que contêm o ponto  $H$ ;
- o ponto  $I$ , incentro do triângulo  $[ABC]$ , que pertence à reta  $b$ ;
- o ponto  $M_A$ , ponto médio do lado  $[BC]$ , que pertence à reta  $d$ .



Qual das retas pode representar a reta de Euler relativamente ao triângulo  $[ABC]$ ?

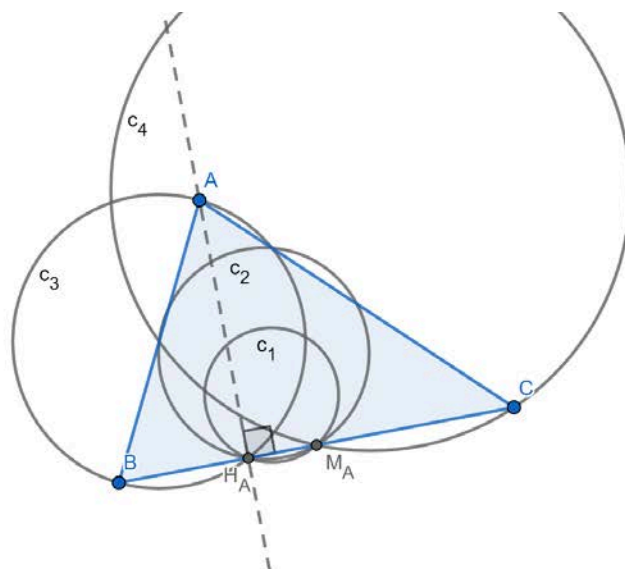
- (A)  $a$       (B)  $b$       (C)  $c$       (D)  $d$

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Reta de Euler
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Consegue raciocinar dedutivamente e encadeia raciocínios de forma autónoma
Nível de desempenho	Avançado



11. Considera a figura ao lado onde estão representados:

- o triângulo  $[ABC]$  ;
- a altura relativa ao vértice  $A$  e o respetivo pé da altura,  $H_A$  ;
- o ponto  $M_A$  - ponto médio do lado  $[BC]$  ;
- quatro circunferências  $c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$  .



Qual das circunferências,  $c_1, c_2, c_3$  e  $c_4$ , pode representar a circunferência dos 9 pontos do triângulo  $[ABC]$ ?

- (A)  $c_1$       (B)  $c_2$       (C)  $c_3$       (D)  $c_4$

Classificação do Item	
Tema das AE	Geometria sintética no plano
Tópico das AE	Circunferência dos nove pontos
Ano de escolaridade	10.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Raciocínio e Lógica Matemática: Consegue raciocinar dedutivamente e encadeia raciocínios de forma autónoma
Nível de desempenho	Avançado

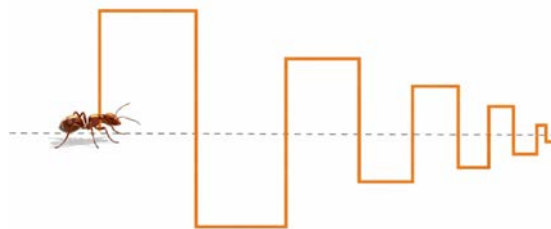


## Itens Soma de todos os termos de uma progressão geométrica (11.º ano)

		Nível	
		Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação			
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas		7



1. Uma formiga percorre o caminho desenhado a laranja na figura seguinte.



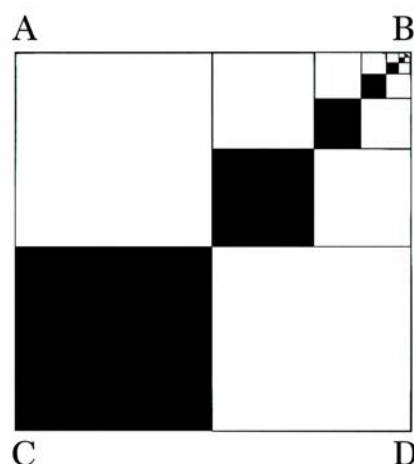
O lado de cada quadrado, representado na figura, mede  $\frac{3}{4}$  do lado do quadrado anterior (à esquerda deste).

Se o lado do primeiro quadrado medir  $16\text{ cm}$ , determina a distância percorrida pela formiga, arredondada ao centímetro.

Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



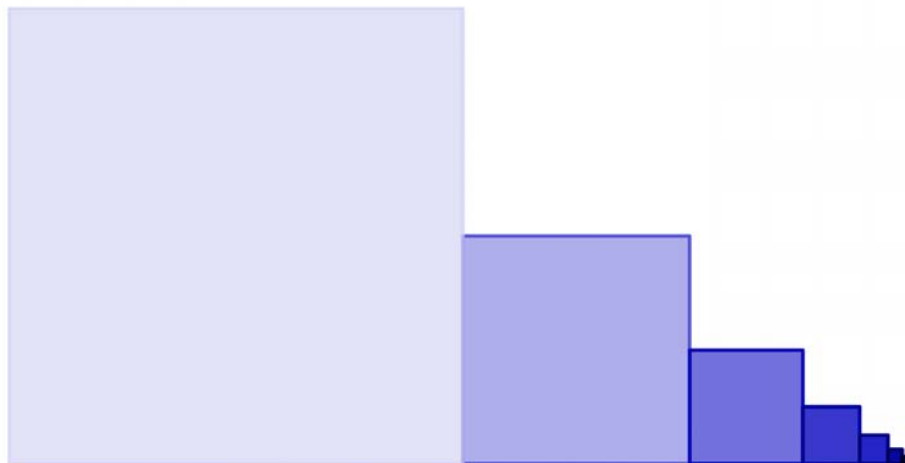
2. Considera um quadrado  $[ABCD]$  de lado 6. Considera a sucessão de quadrados sombreados em que a medida do lado de cada quadrado seguinte é  $\frac{1}{2}$  da medida do lado do quadrado anterior, como se ilustra na figura ao lado. Supondo que este processo se repete indefinidamente, determina a área total dos quadrados sombreados.



Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



3. Na figura seguinte, o lado do quadrado seguinte é metade do lado do quadrado anterior. Sabe-se que  $u_n$  designa a área do quadrado da fase  $n$  e que  $u_1 = 4 \text{ cm}^2$ .

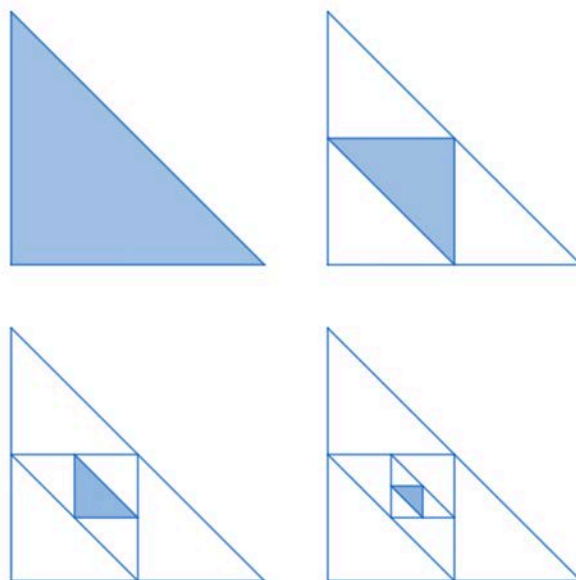


Supondo que o processo de construção dos quadrados se repete indefinidamente, determina a soma das áreas de todos os quadrados assim construídos.

Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



4. Na figura seguinte encontram-se representados triângulos retângulos isósceles. Sabe-se que  $a_n$  designa a área do triângulo sombreado na fase  $n$ , que  $u_1 = 2 \text{ cm}^2$  e que os lados do triângulo sombreado seguinte se obtêm unindo os pontos médios dos lados do triângulo sombreado anterior.

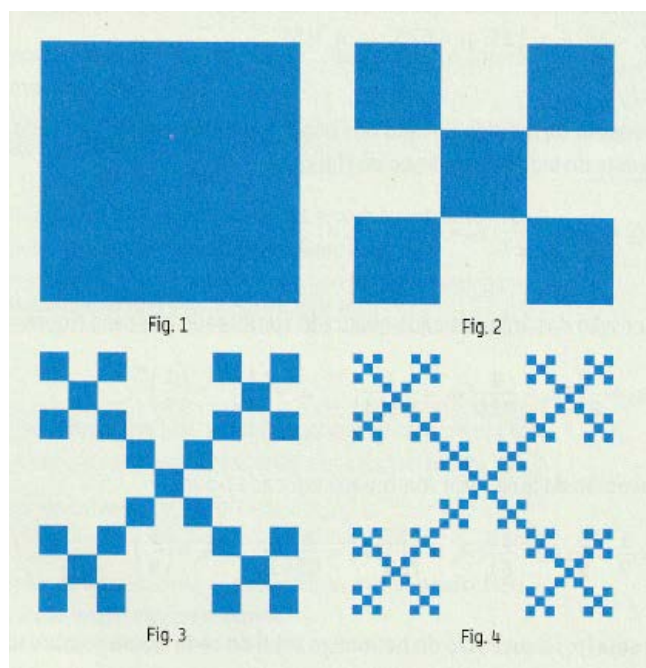


Supondo que o processo se repete indefinidamente, calcula a soma das áreas de todos os triângulos sombreados.

Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



5. Considera a seguinte sequência de figuras.



A medida do lado do quadrado inicial (Fig.1) é uma unidade. Em cada uma das figuras seguintes, a medida do lado de cada quadrado é igual a um terço da medida do lado de qualquer quadrado da figura anterior.

Supondo que este processo se repete indefinidamente, calcula a soma das áreas de todos os quadrados sombreados.

Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



6. Considera a sucessão definida por recorrência.

$$\begin{cases} w_1 = 1024 \\ w_n = \frac{1}{4}w_{n-1}, \forall n > 1 \end{cases}$$

Determina a soma de todos os termos da sucessão  $(w_n)$ .

Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente

7. Seja  $(u_n)$  a sucessão definida por:

$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{3}, n \in \mathbb{N} \setminus \{1\} \end{cases}$$

Qual é a soma de todos os termos de  $(u_n)$ ?

- (A) 7,5      (B) 9      (C) 10,5      (D) 12

Classificação do Item	
Tema das AE	Matemática Discreta
Tópico das AE	Sucessões
Ano de escolaridade	11.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



## Itens Função massa de probabilidade (12.º ano)

		Nível	Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação				
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas			1
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real	1		12
Raciocínio e Lógica Matemática	Justifica processos de resolução e procedimentos.	1		
Raciocínio e Lógica Matemática	Explora situações problemáticas			2



1. A função massa de probabilidade (distribuição de probabilidades) de uma variável aleatória é dada pela tabela abaixo, em que  $a$  representa um número real.

$x_i$	$a$	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{a^2}{6}$	$\frac{2}{3}$

Sabendo que o valor médio da variável aleatória  $X$  é  $\frac{13}{6}$ , qual poderá ser o valor de  $a$ ?

- (A) 0      (B)  $-\frac{3}{2}$       (C)  $-1$       (D) 1

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas. Raciocínio e Lógica Matemática: Explora situações problemáticas
Nível de desempenho	Proficiente



2. Numa caixa encontram-se seis bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 0 a 2, com a seguinte composição:

- 1 bolas com o número 0 ;
- 2 bolas com o número 1 ;
- 3 bolas com o número 2 ,

Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa e observam-se os números inscritos.

Considere a variável aleatória  $X$  «soma dos números das duas bolas retiradas».

Constrói a tabela da função massa de probabilidade da variável aleatória  $X$ .

As probabilidades devem ser apresentadas na forma de fração irredutível.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



3. Considere três discos circulares que apenas diferem na cor: um vermelho, um amarelo e um azul.

Os discos são empilhados ao acaso.

Seja  $X$  a variável aleatória: “Número de discos que ficam por baixo do disco azul”.

Qual é o valor médio da variável aleatória  $X$ ?

(A)  $\frac{2}{3}$

(B) 1

(C)  $\frac{4}{3}$

(D)  $\frac{5}{3}$

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



4. Uma caixa tem cinco bolas distinguíveis apenas pela cor: duas pretas, duas brancas e uma amarela.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa uma bola de cada vez, ao acaso e sem reposição, até ser retirada pela primeira vez uma bola preta.

Seja  $X$  a variável aleatória “número de bolas retiradas dessa caixa”.

Constrói a tabela da função massa de probabilidade da variável  $X$ .

Apresenta as probabilidades na forma de fração irredutível.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



5. A Patrícia tem uma caixa com cinco bombons de igual aspeto exterior, mas só um é que tem licor. A Patrícia tira, ao acaso, um bombom da caixa, come-o e, se não for o que tem licor, experimenta outro. Vai procedendo desta forma até encontrar e comer o bombom com licor.

Seja  $X$  a variável aleatória “número de bombons sem licor que a Patrícia come”.

Qual é a função massa de probabilidade da variável  $X$  ?

(A)

$x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,4

(B)

$x_i$	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,4

(C)

$x_i$	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

(D)

$x_i$	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Exame 2003, 2.ª fase (adaptado)

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



6. Uma criança tem um jogo constituído por uma caixa cúbica e cinco peças  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  e  $P_5$ .
- Numa das faces da caixa existe um buraco de recorte igual ao da peça  $P_1$  que, nele introduzida, cai dentro da caixa. Nesse buraco não entra nenhuma das outras peças.
- Dada a sua pouca idade, a criança pega nas peças ao acaso e experimenta cada peça, mas já tem o cuidado de pôr de lado a peça experimentada.
- Constrói uma tabela da função massa de probabilidade da variável aleatória  $X$  que representa o número de peças experimentadas e que não entraram na caixa.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



7. Considera a experiência aleatória que consiste no lançamento de dois dados cúbicos perfeitos. Seja  $x$  e  $y$  os números das faces voltadas para cima, em cada um dos dados e considera a variável aleatória  $X$  que associa a cada par ordenado  $(x, y)$  o resultado  $x \times 3y$ .

Constrói a função massa de probabilidade da variável aleatória  $X$ .

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente

8. Um homem tem 8 chaves, das quais apenas uma abre um cofre. Sabe-se que após cada tentativa, o homem separa a chave utilizada. Constrói a função massa de probabilidade da variável aleatória  $Y$ : “número de tentativas efetuadas até abrir o cofre”.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



9. Numa caixa, estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5. Considera a experiência aleatória que consiste em retirar ao acaso e em simultâneo três bolas da caixa e observar os seus números. Seja  $X$  a variável aleatória “número de bolas retiradas com número ímpar”. Constrói a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória  $X$ . Apresenta as probabilidades na forma de fração irredutível.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente

10. Um dado cúbico equilibrado tem uma face numerada com o número  $-1$  e cinco faces numeradas com o número  $1$ . Lança-se este dado duas vezes. Seja  $X$  a variável aleatória «soma dos números saídos nos dois lançamentos». Qual é o valor de  $k$  para o qual  $P(X = k) = \frac{5}{18}$ ?

(A) 0

(B) 2

(C)  $-2$

(D)  $-1$

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



11. Um determinado supermercado tem 40 iogurtes, dos quais quatro estão fora de prazo. O empregado da reposição de stock vai escolher dois iogurtes ao acaso. Seja  $X$  a variável que representa o número de iogurtes estragados escolhidos.

Constrói a função massa de probabilidade da variável  $X$ .

Apresenta os valores da probabilidade sob a forma de fração irredutível.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



12. Uma variável aleatória discreta  $Z$  assume valores em  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

A tabela seguinte apresenta a função massa de probabilidade da variável aleatória  $Z$ .

$z_i$	1	2	3	4
$P(Z = z_i)$	0,1	0,25	0,4	0,25

Qual é o valor médio de  $Z$ ?

**(A)** 3,1

**(B)** 2,45

**(C)** 2,7

**(D)** 2,8

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real
Nível de desempenho	Proficiente



13. Uma caixa contém bolas brancas e bolas pretas, num total de doze bolas. Considera a experiência aleatória que consiste na extração sucessiva, com reposição, de duas bolas. A tabela seguinte apresenta a função massa de probabilidade da variável aleatória  $X$  que representa o número de bolas brancas extraídas.

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$

Quantas bolas pretas e quantas bolas brancas tem a caixa? Explica a tua resposta.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Raciocínio e Lógica Matemática: Justifica processos de resolução e procedimentos.
Nível de desempenho	Avançado



14. Um dado cúbico equilibrado tem todas as faces numeradas, algumas com o número 1 e as restantes com o número 2.

Lança-se o dado três vezes e, em cada lançamento, regista-se o número da face que fica voltada para cima.

Seja  $Y$  a variável aleatória “logaritmo na base 2 do produto dos números saídos nos três lançamentos”.

A função massa de probabilidade da variável  $Y$  é dada pela tabela seguinte:

$y_i$	0	1	2	3
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

Quantas faces do cubo estão numeradas com o número 2 ?

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelos de probabilidade em espaços finitos
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Raciocínio e Lógica Matemática: Explora situações problemáticas
Nível de desempenho	Proficiente



## Itens Modelo normal (12.º ano)

		Nível	Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação				
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.			2
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real			11
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas			3
Comunicação Matemática	Interpreta gráficos, esquemas, diagramas ou dados. Utiliza diferentes representações.			2
Comunicação Matemática	Justifica afirmações. Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.			1
Recurso Sistemático à Tecnologia	Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.			6



1. O Diogo recolheu, através do inquérito que realizou, informação sobre alguns indicadores socioeconómicos de turistas que visitaram Portugal. A partir da informação obtida, concluiu que, no grupo de turistas que responderam ao inquérito, o valor do vencimento mensal individual auferido, em euros, seguia, aproximadamente, a distribuição normal,  $N(2400, 300)$ , de média  $\mu = 2400$  e desvio padrão  $\sigma = 300$ .

Admite que se seleciona, ao acaso, um elemento do referido grupo de turistas. Será mais provável que o valor do seu vencimento mensal individual seja superior a 2900 euros ou que seja inferior a 2000 euros ?

Justifica numa breve composição.

Se recorreres à tua calculadora, apresenta cada um dos valores obtidos arredondado às centésimas.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Comunicação Matemática: Justifica afirmações. Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente



2. Num processo de fabrico de rolamentos, o diâmetro das peças produzidas pode ser modelado por uma variável aleatória  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , com  $\mu = 8 \text{ mm}$  e  $\sigma = 0,2 \text{ mm}$ .

A empresa considera comercializáveis todas as peças com diâmetro entre  $7,6 \text{ mm}$  e  $8,4 \text{ mm}$ .

Se a empresa produzir 4500 peças por dia, quantas peças podem ser comercializadas?

Em cálculos intermédios utiliza arredondamentos às milésimas.

(A) 4396

(B) 4293

(C) 3073

(D) 2250

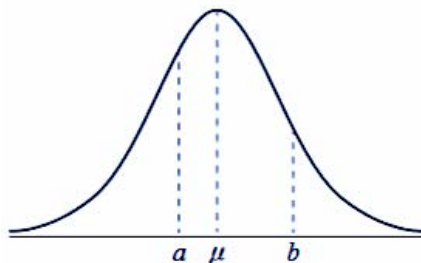
Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente



3. Sabe-se que a uma variável aleatória  $X$  tem distribuição normal de valor médio igual a  $\mu$ .

Sejam  $a$  e  $b$  dois números inteiros positivos, tais que  $a < \mu < b$ .

Na figura que se segue, estão representados a curva de Gauss e os números  $a$ ,  $\mu$  e  $b$ .



Sabe-se que:

- $P(X > b) = 0,15$ ;
- $P(a < X < \mu) = 0,28$ .

Determina  $P(a < X < b)$ .

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas. Comunicação Matemática: Interpreta gráficos, esquemas, diagramas ou dados. Utiliza diferentes representações.
Nível de desempenho	Proficiente



4. Admita que a variável peso, expressa em gramas, das maçãs de um pomar é bem modelada por uma distribuição normal em que 60 é o valor médio e 5 é o valor do desvio-padrão da distribuição.

Retira-se, ao acaso, uma dessas maçãs.

Considere os acontecimentos:

*A*: o peso da maçã retirada é superior a 66 gramas;

*B*: o peso da maçã retirada é inferior a 48 gramas.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

**(A)**  $P(A) = P(B)$

**(B)**  $P(A) < P(B)$

**(C)**  $P(B) < P(A)$

**(D)**  $P(B) + P(A) = 1$

Exame 2008, 1.ª Fase

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real.
Nível de desempenho	Proficiente



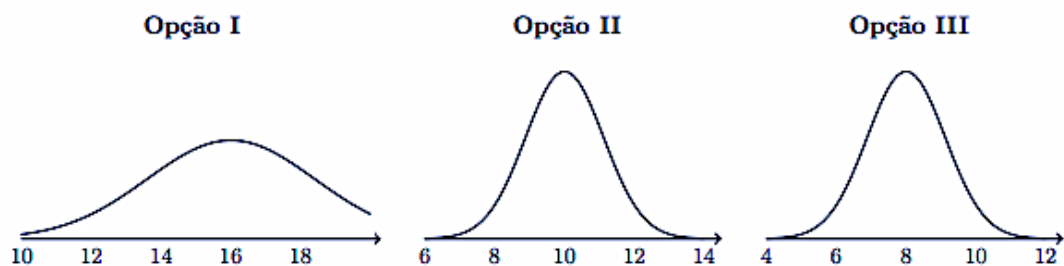
5. A Maria analisou algumas das características dos alunos de Francês de três escolas.

A Maria recolheu as classificações dos alunos na disciplina de Francês, de três amostras distintas, com o mesmo número de alunos, uma de cada escola,  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Sabe-se que:

- A classificação média dos alunos da escola  $B$  na disciplina de Francês é cerca de duas vezes superior à classificação média dos alunos da escola  $A$  na disciplina de Francês
- As classificações dos alunos da escola  $C$  na disciplina de Francês são dois valores superiores às classificações dos alunos da escola  $A$  na disciplina de Francês.

Qual é a mancha de histograma correspondente a cada uma das amostras de classificações dos alunos na disciplina de Francês em cada uma das escolas?



- |                              |                               |                                |                              |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| <b>(A)</b> $A \rightarrow I$ | <b>(B)</b> $A \rightarrow II$ | <b>(C)</b> $A \rightarrow III$ | <b>(D)</b> $A \rightarrow I$ |
| $B \rightarrow II$           | $B \rightarrow I$             | $B \rightarrow I$              | $B \rightarrow III$          |
| $C \rightarrow III$          | $C \rightarrow III$           | $C \rightarrow II$             | $C \rightarrow II$           |

Exame 2012 (MACS), 1.ª Fase (adaptado)



Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	<p>Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real.</p> <p>Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.</p> <p>Comunicação Matemática: Interpreta gráficos, esquemas, diagramas ou dados. Utiliza diferentes representações.</p>
Nível de desempenho	Proficiente



6. A distribuição de alturas de 2000 pessoas de uma região é bem modelada por uma distribuição normal  $N(162, 7)$ .

Indica um valor aproximado, às décimas, da percentagem daquelas pessoas cuja altura está compreendida entre 150 cm e 170 cm.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente

7. Os resultados obtidos pelos alunos na disciplina de Filosofia é bem modelada por uma distribuição normal  $N(12; 2, 5)$ .

Qual é a classificação mínima, arredondada às décimas, que um aluno deve ter para se situar entre os 3% dos alunos com melhores notas?

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente



8. No final de um ano, fez-se um estudo estatístico relativo à variável aleatória «duração, em minutos, da viagem de comboio entre as estações  $E1$  e  $E2$ ».
- Essa variável é bem modelada por uma distribuição normal com valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ .
- Escolhe-se, aleatoriamente, uma das viagens.
- Admita que a probabilidade de essa viagem ter uma duração até 43 minutos é, aproximadamente, 0,72.
- Qual pode ser o valor médio e o desvio padrão da variável em estudo?

**(A)**  $\mu = 36$  e  $\sigma = 3$

**(B)**  $\mu = 39$  e  $\sigma = 3$

**(C)**  $\mu = 36$  e  $\sigma = 7$

**(D)**  $\mu = 39$  e  $\sigma = 7$

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real.
Nível de desempenho	Proficiente



9. Os membros da Associação dos Amigos de Avelares (AAA) têm o cuidado de realizar conferências que incentivam à separação de resíduos. Uma das razões apontadas por alguns dos associados da AAA, presentes na conferência, para não fazerem a separação de resíduos foi a distância entre os ecopontos e as suas casas.

Admite que a distância, em metros, que esses associados têm de percorrer da sua casa até ao ecoponto mais próximo segue uma distribuição normal, com valor médio 400 metros e desvio padrão de 30 metros.

Escolhe-se ao acaso um associado que não separa os resíduos.

Determina a probabilidade, com arredondamento às centésimas, de esse associado ter de percorrer uma distância entre 370 metros e 460 metros para ir da sua casa ao ecoponto.

Caso procedas a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva, no mínimo, cinco casas decimais.

Exame 2020 (MACS), Época Especial

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente



10. Numa distribuição normal  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , sabe-se que a probabilidade de  $X$  assumir um valor superior a 74 é igual à probabilidade de assumir um valor inferior a 66.

Indica, justificando, o valor da média,  $\mu$ .

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas.
Nível de desempenho	Proficiente



11. Foram analisados 500 formulários preenchidos pelos turistas que embarcaram num navio de cruzeiro. Admita que a idade dos 500 turistas cujos formulários foram analisados segue uma distribuição normal de valor médio 51 anos.

Admita ainda que a probabilidade de um desses turistas, selecionado ao acaso, ter uma idade:

- inferior a 44 anos é igual a 0,32;
- compreendida entre 41 e 58 anos é igual a 0,42.

Determine quantos dos 500 turistas é de esperar que tenham uma idade compreendida entre 41 e 44 anos.

Exame 2023 (MACS), 2.ª Fase

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real.
Nível de desempenho	Proficiente



12. Seja  $Y$  a variável altura, expressa em centímetros (cm), dos alunos da Escola Secundária de Lugares de Cima.

Admite que a variável  $Y$  é bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 167 e desvio padrão 13.

Sabe-se que a escola tem 502 alunos.

Quantos destes alunos apresentam uma altura inferior a 160 cm?

Nos cálculos intermédio conserva quatro casas decimais e apresenta o valor arredondado às unidades.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente



13. As alturas das raparigas de uma dada população é bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 1,60 m e desvio padrão 0,05 m.  
Se a população for constituída por 4500 raparigas, determina quantas raparigas se espera que tenham uma altura entre 1,55 m e 1,70 m.

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas do mundo real.
Nível de desempenho	Proficiente

14. Uma variável aleatória  $X$  é bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 42 e desvio padrão  $\sigma_X$ .  
Sabendo que  $P(39.2 < X < 44.8) = p$ , qual é o valor de  $p(X < 39.2)$  em função de  $p$ ?

(A)  $1 - p$

(B)  $0.5 - 0.5p$

(C)  $p - 1$

(D)  $\frac{p-1}{2}$

Classificação do Item	
Tema das AE	Probabilidade
Tópico das AE	Modelo Normal
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de seleção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas.
Nível de desempenho	Proficiente



## Itens Resolução aproximada de equações (12.º ano)

		Nível	Avançado	Proficiente
Domínio de avaliação				
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados.			2
Resolução de Problemas, Modelação e Conexões	Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas			4
Comunicação Matemática	Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.		3	
Recurso Sistemático à Tecnologia	Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.			2
Recurso Sistemático à Tecnologia	Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.		6	
Recurso Sistemático à Tecnologia	Resolve problema que integram atividades de programação, desenvolvendo processos algorítmicos com um pensamento estruturado e raciocínio lógico		1	



1. Considera as funções reais de variável real definidas por  $f(x) = 2^x$  e por  $g(x) = x^2$ .

Pretende-se obter uma aproximação da abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$ , no intervalo  $[-1; -0.5]$ .

Aplica o método de Newton-Raphson com duas iterações a partir de um valor inicial no intervalo  $[-1; -0.5]$  e apresenta o valor obtido depois da segunda iteração, com arredondamento às milésimas.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas.
Nível de desempenho	Proficiente



2. Considera as funções reais de variável real definidas por  $f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{2}\right)$  e por  $g(x) = -x^2$ , em  $]-\frac{1}{2}, +\infty[$  e em  $\mathbb{R}$ , respetivamente.

Pretende-se obter a abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$ , no intervalo  $[0; 1]$ .

Determina, recorrendo ao método da bisseção, um valor aproximado da abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$  com erro inferior a  $0,2$ .

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos.
Nível de desempenho	Proficiente

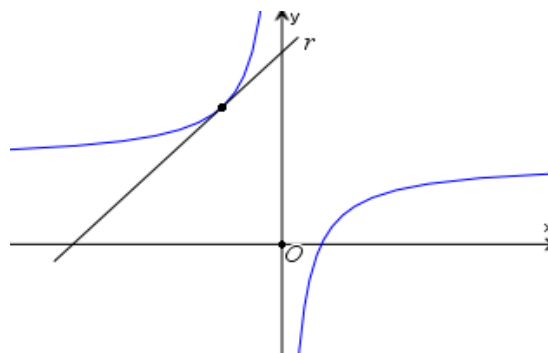


3. Em alguns dos primeiros modelos de computadores digitais a determinação do inverso de um número recorria ao método de Newton-Raphson. Considera o problema da determinação do inverso de 7, solução da equação  $7 - \frac{1}{x} = 0$ , utilizando o método de Newton-Raphson.
- Averigua a possibilidade de obter um valor aproximado da solução da equação, partindo do valor inicial  $\frac{2}{7}$ . Justifica a tua resposta.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Recurso Sistemático à Tecnologia: Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.
Nível de desempenho	Avançado



4. Em alguns dos primeiros modelos de computadores digitais a determinação do inverso de um número recorria ao método de Newton-Raphson. Considera o problema da determinação do inverso de 7, solução da equação  $7 - \frac{1}{x} = 0$ , utilizando o método de Newton-Raphson. Na figura está representada graficamente a função  $f$ , definida em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  por  $f(x) = 7 - \frac{1}{x}$  e a reta  $r$ , tangente ao gráfico de  $f$  num ponto de abcissa negativa.



- 4.1. Mostra que a fórmula iteradora do método de Newton-Raphson pode ser dada pela expressão  $x_{n+1} = x_n (2 - 7x_n)$ .
- 4.2. Justifica que, partindo de um valor inicial negativo, esta fórmula produz sempre valores negativos, que não se aproximam da solução da equação.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Recurso Sistemático à Tecnologia: Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional. Comunicação Matemática: Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.
Nível de desempenho	Avançado



5. Considera as funções reais de variável real definidas por  $f(x) = \ln(x + 2)$  e por  $g(x) = x^2$ .

Pretende-se obter uma aproximação da abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$ , no intervalo  $[1; 2]$ .

Aplica o método de Newton-Raphson com duas iterações, a partir de um valor inicial no intervalo indicado e apresenta o valor obtido depois da segunda iteração, com arredondamento às milésimas.

Classificação do Item	
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Nível de desempenho	Proficiente



6. Considera a função  $g$  definida em  $R$  por  $g(x) = -1 + \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$ .

Recorrendo à representação gráfica de  $g$ , justifica porque não é possível utilizar o método da bisseção para determinar o zero de  $g$ .

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Recurso Sistemático à Tecnologia: Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional. Comunicação Matemática: Escreve e critica explicações e argumentos matemáticos, produzindo justificações com encadeamentos lógicos.
Nível de desempenho	Avançado



7. Considera a função  $f$ , definida em  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = x^5 + x - 1$ , da qual se sabe que tem apenas um zero.

Para obter um valor aproximado do zero de  $f$ , usando o método de Newton-Raphson, foi utilizado o programa descrito em linguagem natural por:

Iniciar com  $x = 0.8$

Repetir  $n$  vezes:

$$x = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Escrever  $x$

Se  $n = 3$ , qual é o valor que o programa devolve no final como aproximação do zero de  $f$ ?

Apresenta o resultado arredondado com 5 casas decimais.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Recurso Sistemático à Tecnologia: Resolve problema que integram atividades de programação, desenvolvendo processos algorítmicos com um pensamento estruturado e raciocínio lógico
Nível de desempenho	Avançado



8. Considere a função  $f$  definida em  $R$  por  $f(x) = x^2 - a$ , onde  $a > 0$ .

Pretende-se determinar uma solução da equação  $f(x) = 0$ , utilizando o método de Newton Raphson.

Mostra que a aplicação deste método conduz à seguinte fórmula iterativa:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Recurso Sistemático à Tecnologia: Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.
Nível de desempenho	Avançado



9. Considera as funções reais de variável real definidas em  $R$ , por

$$f(x) = \text{sen}(x - 1) \text{ e por } g(x) = \frac{x}{2}.$$

Pretende-se obter uma aproximação da abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$ , no intervalo  $[-2; -1]$ .

Determina um valor aproximado da abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$ , com erro inferior a  $0,1$ , usando o método da bisseção.

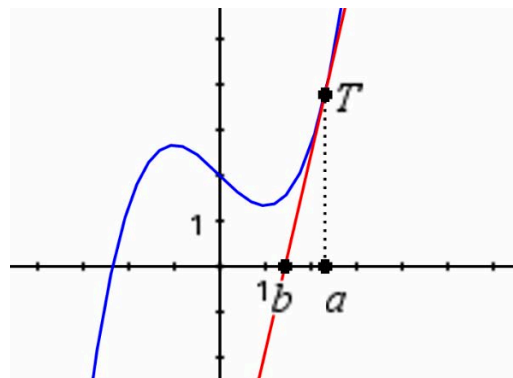
Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente



10. Ao aplicar o método de Newton-Raphson para obter uma boa aproximação do zero de uma função, procuramos pontos de interseção das retas tangentes ao seu gráfico com o eixo das abcissas, o que não é possível, quando o ponto de tangência corresponde a um extremo relativo da função.

Na figura ao lado está representada parte do gráfico da função  $f$  definida em  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 2$  e um ponto  $T$ , de abcissa  $a$ , do seu gráfico.

A reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $T$ , ilustrado na figura, intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abcissa  $b$ .



Sabe-se que,  $b = \frac{2a^3 - 6}{3a^2 - 3}$  representa o primeiro valor iterado ao aplicar o Método de Newton-Raphson a partir do valor inicial  $a$ .

Utiliza a calculadora gráfica para determinar um dos valores de  $a$  que não permitem obter o segundo valor iterado.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Interpreta, gere informação e toma decisões, usando recursos diversificados. Recurso Sistemático à Tecnologia: Usa a tecnologia na representação de ideias e conceitos matemáticos. Recurso Sistemático à Tecnologia: Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.
Nível de desempenho	Avançado



11. Para determinar uma aproximação do único zero de uma função contínua  $g$ , com um erro inferior a  $0,01$  foi possível utilizar, com eficácia, o método da bisseção a partir do intervalo  $[-3, 1]$ .

Quantas iterações tiveram de ser aplicadas, no mínimo, para garantir a aproximação do zero com a precisão indicada?

Considera que nenhum dos extremos dos intervalos iterados é zero da função e que se considerou o valor médio de cada intervalo iterado como aproximação do zero.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Recurso Sistemático à Tecnologia: Envolve-se genuinamente na formulação e na resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento computacional.
Nível de desempenho	Avançado



12. Considera as funções reais de variável real definidas por  $f(x) = 3 \cos x$  e por  $g(x) = 2x$ .

Pretende-se obter uma aproximação da abcissa do ponto de interseção dos gráficos de  $f$  e de  $g$ .

Aplica o método de Newton-Raphson com duas iterações, a partir do valor inicial  $x_0 = 0,5$ , e apresenta o resultado com arredondamento às milésimas.

Classificação do Item	
Tema das AE	Funções
Tópico das AE	Resolução aproximada de equações
Ano de escolaridade	12.º ano
Tipo de item	Item de construção
Domínios de avaliação	Resolução de Problemas, Modelação e Conexões: Mobiliza e aplica adequadamente a matemática para resolver problemas
Nível de desempenho	Proficiente

