

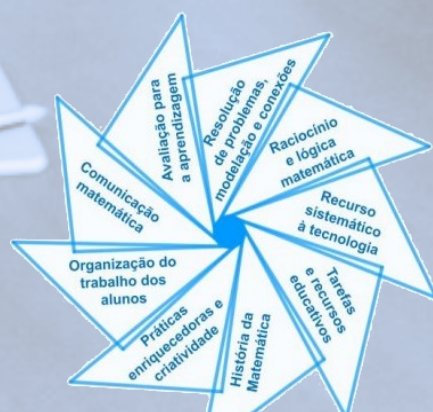
INTRODUÇÃO À INFERÊNCIA ESTATÍSTICA (Tema opcional)

Matemática A

12.º ano

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2025/2026



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Introdução à inferência estatística
(Matemática A 12.º ano)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto de Matemática A

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do
Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em
<https://www.pexels.com/photo/a-group-of-people-planning-while-looking-at-the-laptop-7550298/>

Data:

Lisboa, junho de 2026



Nota de apresentação

O Instituto de Educação, Qualidade e Avaliação I.P, (EduQA), enquanto organismo que sucede à Direção-Geral da Educação (DGE), dá continuidade ao trabalho anteriormente desenvolvido por esta entidade, prosseguindo a conceção e implementação de diversas iniciativas destinadas a apoiar a generalização das Aprendizagens Essenciais de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, incluindo as disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e os módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a

antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe e Carla Damásio (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE desenvolveu um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional.

O EduQA e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

TEMA - INTRODUÇÃO À INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Aulas (50 min)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
2	Tarefa 1 Sondagens e Amostras	Introdução à inferência estatística Raciocínio indutivo ou inferencial	• Compreender que o raciocínio indutivo ou inferencial se utiliza quando se pretende estudar uma população, analisando só alguns elementos dessa população, ou seja uma amostra, e que a partir das propriedades verificadas na amostra, se inferem propriedades para a população. • Conhecer que parâmetro é uma característica numérica da população e que estatística é uma característica numérica da amostra. • Compreender que um dos objetivos pretendidos ao recolher uma amostra da população, que se pretende estudar, é tirar conclusões sobre os parâmetros dessa população, considerando-se funções adequadas, estatísticas, que só dependem dos elementos da amostra. • Saber que à estatística utilizada para estimar um parâmetro também se dá o nome de estimador e que ao valor do estimador para uma determinada amostra também se chama estimativa.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Tarefas e recursos educativos • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação Matemática	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática. (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das tomadas de posição. (D)

2	Tarefa 2 Parâmetro e Estatística	Introdução à inferência estatística Parâmetro e estatística Estimador e estimativa Amostras aleatórias Estimativas pontuais	• Compreender que é necessário recolher uma amostra aleatória, quando se pretende utilizá-la para retirar conclusões para a população subjacente, pois só assim será possível utilizar a probabilidade para quantificar o erro cometido ao inferir para a população, os resultados aí verificados. • Compreender que os processos de seleção da amostra podem ser sem reposição ou com reposição. • Compreender que o processo da seleção da amostra é o primeiro passo importante para uma inferência estatística eficiente. • Reconhecer as limitações das estimativas pontuais, na medida em que, devido à variabilidade amostral, podem apresentar tantos valores diferentes quantas as amostras utilizadas para as obter.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Recurso sistemático à tecnologia • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação Matemática	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática. (A) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
2	Tarefa 3 Distribuição de amostragem de uma estatística	Introdução à inferência estatística Distribuição de amostragem de uma estatística (Distribuição de amostragem da média)	• Compreender que para averiguar da eficácia de um estimador para estimar um parâmetro, é necessário conhecer a sua distribuição de amostragem, ou seja, a distribuição dos valores obtidos pelo estimador, quando se consideram todas as amostras possíveis (da mesma dimensão), utilizando um determinado esquema de amostragem. • Compreender que a distribuição de amostragem de um estimador depende da dimensão das amostras consideradas e apresentará tanto menor variabilidade, quanto maior for a dimensão das amostras.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Recurso sistemático à tecnologia • Organização do trabalho dos alunos • Comunicação Matemática	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática. (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

3	Tarefa 4 Teorema Limite Central	Introdução à inferência estatística Teorema Limite Central (TLC)	• Compreender a utilização do Teorema Limite Central (TLC) na obtenção da distribuição de amostragem da média, quando se consideram amostras aleatórias de dimensão suficientemente grande, legitimando a utilização do modelo Normal e a utilização da média como estimador do valor médio μ.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Recurso sistemático à tecnologia • Tarefas e recursos educativos • Comunicação Matemática	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática. (A) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
---	--	--	---	---	---	--

3	Tarefa 5 Intervalos de confiança para o valor médio	Introdução à inferência estatística Estimativas intervalares Intervalo de confiança, para o valor médio, com uma confiança de 95% Intervalo de confiança, para o valor médio, com outros níveis de confiança de $100(1 - \alpha)\%$ Margem de erro	• Utilizar o modelo Normal como aproximação da distribuição de amostragem do estimador média, para estimar o valor médio μ, desconhecido, de uma população com desvio padrão σ, para obter a seguinte probabilidade $P\left(\bar{X} - 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0,95$ e chamar ao intervalo $\left[\bar{x} - 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ um intervalo de 95% de confiança para μ, em que se substitui o parâmetro σ, quando desconhecido, pelo desvio-padrão amostral. • Reconhecer a fórmula geral para o intervalo de confiança, com uma confiança de $100(1 - \alpha)\%$, $\left[\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ onde $z_{1-\alpha/2}$ é o percentil de probabilidade $100(1 - \alpha/2)\%$ e saber que a margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Comunicação Matemática • Raciocínio e lógica matemática	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) • Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
2	Tarefa 6 Intervalos de confiança para a proporção	Introdução à inferência estatística Intervalo de confiança para a proporção (populacional) p	• Reconhecer que a proporção (populacional) p, é um caso particular do valor médio de uma população constituída por uns e zeros, conforme a característica que se está a estudar está ou não presente na população e que o estimador que se utiliza é a proporção amostral, que se representa por p.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Resolução de problemas, modelação e conexões • Comunicação Matemática • Raciocínio e lógica matemática	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D)

2	Tarefa 7 Leituras de resultados em sondagens	Introdução à inferência estatística Intervalo de confiança para a proporção (populacional) p	• Saber fazer uma leitura adequada da informação veiculada pela comunicação social quando apresentam resultados de sondagens, na forma de intervalos de confiança.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	• Organização do trabalho dos alunos • Práticas enriquecedoras e criatividade	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D)
2	Coleção de problemas Introdução à inferência estatística	Introdução à inferência estatística Distribuição de amostragem de uma estatística Intervalo de confiança, para o valor médio, com uma confiança de 95% Intervalo de confiança, para o valor médio, com outros níveis de confiança de $100(1 - \alpha)\%$	• Resolver problemas envolvendo os conceitos estudados associados à introdução à inferência estatística	Trabalho em grupo	• Resolução de Problemas, modelação e conexões • Comunicação Matemática • Avaliação para a aprendizagem	• Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) • Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D)

Tarefa 1

Sondagens e amostras

1. Hábitos de leitura em Portugal

Em 2024, a Associação Portuguesa de Editores e Livreiros (APEL) realizou um estudo cujo objetivo foi conhecer os hábitos de leitura e de compra de livros portugueses. O estudo foi realizado através de entrevistas a 1002 indivíduos de ambos os sexos. Os participantes foram selecionados aleatoriamente de um universo formado por indivíduos, com 15 e mais anos de idade, residentes em Portugal.



Alguns dos resultados do estudo são apresentados no gráfico, onde se conclui que um pouco mais de metade dos inquiridos assumem que gostam de ler.

Fonte:

<http://livro.dglab.gov.pt/sites/DGLB/Portugues/noticiasEventos/Paginas/Habitos-de-compra-e-leitura-de-Livros-em-Portugal.aspx> consultado em 5 de janeiro de 2026

Situações como esta, em que a opinião pública é medida por sondagens cujos resultados são depois generalizados para toda a população, são utilizadas pelos mais diversos ramos de atividade.

- 1.1. Na tua opinião, este tipo de estudos interessa a quem?
- 1.2. Descreve algumas sondagens com que estejas familiarizado. Já participaste em alguma?
- 1.3. Porque pensas que se utiliza uma amostra em vez de se questionar toda a população?
- 1.4. Quando lêes os resultados de uma sondagem, quais pensas serem as informações mais importantes que esta deve fornecer?



1.5. Sabe-se que a amostra é constituída por 1002 entrevistas, com distribuição por Género (2 grupos), Idade (5 grupos) e Região (7 grupos). Os respondentes foram seleccionados através do método de quotas, com base numa matriz que cruza as variáveis acima identificadas. As quotas foram definidas de acordo com os dados dos censos de 2021, do Instituto Nacional de Estatística. A margem de erro máximo para amostra obtida é de $\pm 3,1$ p.p. para um intervalo de confiança de 95%.

No teu entender, o que significa a margem de erro de $\pm 3,1$ pontos percentuais?

2. Eleições Presidenciais de 2026

Para as Eleições Presidenciais de 2026 realizaram-se várias sondagens. A imagem seguinte apresenta os resultados de uma dessas sondagens.



2.1. Qual é a importância do método de seleção da amostra?

2.2. Considerando a margem de erro indicada na ficha técnica, determina o intervalo associado à percentagem de indivíduos que pensavam que Luís Marques Mendes passaria à segunda volta das Eleições Presidenciais de 2026.



3. Como são feitas as sondagens

Assiste ao vídeo do link e sistematiza as ideias principais num pequeno parágrafo.

https://youtu.be/vkjXqQX8GB4?si=VxZBoAgdN_uVDaBe



Tarefa 1

Sondagens e amostras

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

O objetivo desta tarefa é conduzir os alunos a reverem os conceitos relacionados com a estatística estudados ao longo do 3.º Ciclo do ensino básico, em particular, sondagem e amostra. Pode, ainda, ser feita uma primeira abordagem ao significado intuitivo que os alunos atribuem ao conceito de margem de erro de uma amostra.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceitos relacionados com a estatística trabalhados no 3.º Ciclo, em particular sondagem e amostra.

Materiais e recursos: Enunciado da tarefa.

Notas para o professor:

Os alunos poderão manifestar algumas dificuldades em identificar, sintetizar e organizar as ideias principais do vídeo. Por isso, cabe ao professor orientar a discussão final, ajudando a selecionar, clarificar e analisar essas ideias de forma estruturada.



Tarefa 2

Parâmetros e Estatísticas

1. Fez-se o levantamento do peso, em quilogramas, dos 100 bebês do sexo masculino, no momento do seu nascimento, numa maternidade, durante um determinado mês.

3,217	3,337	3,404	3,568	3,510	3,550	3,555	4,100	3,345	3,566
3,986	3,235	3,187	3,991	3,643	3,610	3,640	3,905	3,567	3,455
2,822	3,088	3,006	3,77	4,061	3,495	3,800	3,450	3,689	3,965
3,465	3,473	3,473	3,219	2,861	4,020	3,678	3,357	3,786	3,800
4,075	3,537	3,73	3,754	4,075	4,000	3,902	3,550	3,567	3,886
3,749	3,238	3,229	3,558	3,434	3,987	4,005	3,658	3,589	3,600
4,083	3,446	3,696	2,117	2,876	3,567	4,995	3,758	3,907	3,775
3,383	3,601	3,13	3,185	3,478	3,876	3,400	3,500	4,005	4,005
3,683	3,223	3,822	2,806	3,766	3,650	3,299	3,970	3,289	3,897
3,262	2,641	2,649	3,608	3,173	4,120	3,879	4,070	3,456	3,350

Estes dados foram introduzidos numa folha de cálculo, a que podes aceder em

 **Peso dos bebês**, e fazer uma cópia.

- 1.1. Determina o valor médio (μ) e o desvio padrão (σ) dos pesos dos bebês nascidos na maternidade (4 casas decimais).
- 1.2. Determina a percentagem (p) de bebês com peso superior a 3,8 kg.
- 1.3. Na folha de cálculo, cria duas amostras aleatórias de dimensão 30 (Amostra 1 e Amostra 2) sem reposição.

Nota: Para obter uma amostra aleatória de dimensão 30 podes usar a seguinte fórmula:

=SORTN(A2:A101; 30; 0; RANDARRAY(LINS(A2:A101)); VERDADEIRO)

em que:

- **A2:A101:** É a coluna com os teus dados originais.
- **30:** É o tamanho da amostra (número de itens que queres extrair). Muda este número para a quantidade que precisares.
- **0:** A folha de cálculo ignora empates e devolve exatamente o número de linhas pedido.
- **RANDARRAY(LINS(A2:A101)):** Cria uma lista invisível de números completamente aleatórios, com o mesmo tamanho da tua coluna de dados.
- **VERDADEIRO:** Ordena os teus dados com base nessa lista de números aleatórios, ou seja, baralha tudo, ordena os números aleatórios com os dados agregados e seleciona os primeiros 30 resultados.



- 1.4. Preenche a tabela seguinte, utilizando 4 casas decimais para os arredondamentos:

	Amostra 1	Amostra 2
Média dos pesos ($\bar{x}$)		
Desvio padrão (s)		
Percentagem de pesos superiores a 3,8 kg ($\hat{p}$)		

- 1.5. Calcula o valor absoluto da diferença entre a média dos pesos em cada amostra e o valor médio calculado na questão 1.1. .
- 1.6. Compara os valores da tabela anterior com os obtidos pelos teus colegas. O que observas?

Parâmetro: é uma característica numérica que descreve a população. Por exemplo, o valor médio μ , o desvio padrão σ ou uma proporção p .

Estatística: é uma característica numérica que descreve a amostra. Por exemplo, a média $\bar{x}$, o desvio padrão amostral s ou uma proporção $\hat{p}$.

Quando os parâmetros não são conhecidos, estes são estimados utilizando estatísticas, que são funções que só dependem da amostra, *estimadores*, e que para cada amostra selecionada fornece uma *estimativa* do parâmetro desconhecido. A palavra estatística acarreta alguma ambiguidade, pois tanto se utiliza como estimador ou estimativa, dependendo do contexto em que está a ser utilizada, se nos estamos a referir à função - estimador, ou ao valor da função para uma determinada amostra - estimativa.

Erro amostral: valor absoluto da diferença entre a estatística obtida numa amostra (estimativa) e o parâmetro.



Tarefa 2

Parâmetros e Estatísticas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa é exploratória tendo como objetivo a distinção entre os conceitos de parâmetro como característica numérica que descreve a população e estatística como característica numérica que descreve a amostra.

Conhecimentos prévios dos alunos: Média e desvio padrão.

Materiais e recursos: Folha de cálculo.

Notas para o professor:

É natural que alguns alunos possam manifestar algumas dificuldades na utilização da folha de cálculo, em particular, na seleção das funções que permitem a resolução da tarefa.

Pode também ocorrer que os alunos atribuam demasiada importância às diferenças entre as medidas calculadas para a população e para as amostras. Nestes casos, é importante clarificar que o mais relevante é a proximidade entre os valores, e não as diferenças observadas.

Durante a discussão, e tirando partido da folha de cálculo já construída, poderão ser levantadas outras questões, como a comparação de proporções nas amostras e na população (por exemplo qual é a percentagem de bebés com peso superior a 3kg), ou relacionar a dimensão da amostra com a proximidade entre os valores obtidos.



Tarefa 3

Distribuição de amostragem de uma estatística

1. Considera uma população constituída por quatro irmãos com as seguintes idades:

10, 15, 20 e 25

- 1.1. Completa a tabela seguinte com todas as amostras diferentes de dimensão 2 (com reposição) e determina a média de cada amostra.

x_1	10	10	10	10	15	15										25
x_2	10	15	20	25	10	15										25
$\bar{x}$																

- 1.2. Considera a variável aleatória $\bar{X}$ cujos valores são as médias de todas as amostras diferentes de dimensão 2.

Determina a sua distribuição de probabilidade.

$\bar{X} = x_i$							
$P(\bar{X} = x_i)$							

- 1.3. Determina:

1.3.1. o valor médio e o desvio padrão da população;

1.3.2. o valor médio e o desvio padrão da distribuição da média, $\bar{X}$.

- 1.4. Compara os valores médios e os desvios padrões obtidos nos itens 1.3.1. e 1.3.2..

Sugestão: calcula a razão entre o desvio padrão populacional e o desvio padrão da média $\bar{X}$.

O resultado obtido para a média $\bar{X}$ de amostras de dimensão $n = 2$ pode generalizar-se para a média $\bar{X}$ de amostras de dimensão n qualquer, podendo-se mostrar que neste caso o seu valor médio é μ e o seu desvio padrão é $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

A distribuição de amostragem de uma estatística - estimador, é a distribuição dos valores que a estatística assume para todas as possíveis amostras, da mesma dimensão, da população.



2. Considera o número de doses de vacina COVID-19 administradas por semana durante um determinado período de 12 semanas da campanha de vacinação:
Com base nos dados apresentados na tabela seguinte responde às questões:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Doses administradas (em milhares)	105	198	211	185	172	160	145	158	167	154	162	149

- 2.1. Calcula o valor médio e o desvio padrão da população constituída pelo número de doses administradas por semana.
- 2.2. Interpreta os valores obtidos no contexto da campanha de vacinação.
- 2.3. Considera agora amostras aleatórias de $n = 4$ semanas. Qual é o valor médio e o desvio padrão da distribuição de amostragem da média?
- 2.4. Repete o item anterior considerando agora $n = 9$ semanas.
Compara os resultados obtidos para $n = 4$ e $n = 9$, explicando o efeito da dimensão da amostra na variabilidade da distribuição de amostragem da média.



Tarefa 3

Distribuição de amostragem de uma estatística

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa tem como objetivo definir o conceito de distribuição de amostragem de uma estatística, estudando-se a média e o desvio padrão de amostras de dimensões diferentes.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceito de variável aleatória, probabilidade de um acontecimento e distribuição de probabilidade de uma variável aleatória (função massa de probabilidade).

Materiais e recursos: Folha de cálculo ou calculadora gráfica.

Notas para o professor:

É importante que os alunos compreendam que só quando se trabalha com populações de dimensão muito reduzida e com amostras de dimensão igualmente reduzida é possível construir a função massa de probabilidade para a distribuição amostral das médias.

Apesar de não conseguirem estudar a totalidade das amostras em populações de dimensões grandes, os alunos devem ser levados a concluir a relação entre a média e o desvio padrão da amostra e o valor médio e o desvio padrão da distribuição amostral das médias. É importante que, para cada cálculo, os alunos sejam capazes de identificar claramente se o resultado é referente à população, à amostra ou à distribuição amostral das médias.



Tarefa 4

Teorema Limite Central

Na tabela seguinte, encontram-se registadas as classificações finais obtidas, pelos 120 alunos de 12.º ano de uma escola, na disciplina de Matemática A, no 11.º ano, no 1.º semestre.

10	10	10	10	8	10	17	10	10	14	13	16
15	10	12	14	12	8	10	18	8	13	8	16
12	11	20	10	12	10	10	14	20	16	14	11
11	15	16	8	16	19	13	8	9	11	16	14
13	14	10	17	16	17	12	10	9	19	15	8
9	19	10	14	19	10	18	16	13	15	9	19
20	11	12	9	14	16	20	19	14	12	13	14
12	13	11	10	16	9	18	15	9	12	18	12
12	11	11	13	17	17	8	16	16	16	13	20
8	16	15	10	8	9	13	11	18	14	8	14

Acede à folha de cálculo  **Classificações** onde estão registadas essas classificações e faz uma cópia.

1. Calcula o valor médio (μ) e o desvio padrão (σ) da população constituída pelas classificações da tabela anterior (apresenta os resultados com 2 casas decimais).
2. Obtém três amostras, com reposição, de dimensão 30. Calcula, para cada amostra, a respetiva média (com 2 casas decimais).

Nota: Para obter as amostras podes proceder do seguinte modo:

- Para a amostra 1, na célula C2 escreve a fórmula:
=INDEX(\$A\$2:\$A\$121;RANDBETWEEN(2;121)) e arrasta-a até à célula C31.
(A instrução **RANDBETWEEN(2;121)** escolhe aleatoriamente um número inteiro entre 2 e 121, podendo existir repetições).
(A instrução **INDEX(\$A\$2:\$A\$121;** devolve o valor da coluna A nessa posição).
- Repete o processo para as outras duas amostras.

Atenção: As amostras mudam automaticamente sempre que a folha recalcula. Para fixar os valores, depois de gerar a amostra, copiar os 30 valores com a instrução “colar especial”, selecionando a opção “colar valores”.



3. Regista na tabela seguinte as médias das amostras (com 2 casas decimais) obtidas por todos os alunos da turma. Agrupa as médias em classes de amplitude 0,25 e constrói o respetivo histograma.

4. Completa na tabela seguinte:

- os limites superior e inferior de cada intervalo;
- a percentagem de médias da tabela do item 3. pertencentes a cada um dos intervalos.

Intervalos	Percentagem de médias $\bar{x}$ no intervalo
$]\mu - \frac{\sigma}{\sqrt{30}}, \mu + \frac{\sigma}{\sqrt{30}} [=$ _____	
$]\mu - 2\frac{\sigma}{\sqrt{30}}, \mu + 2\frac{\sigma}{\sqrt{30}} [=$ _____	
$]\mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{30}}, \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{30}} [=$ _____	

5. Compara as percentagens obtidas com o comportamento de uma distribuição normal. O que concluis?

Teorema Limite Central

Se forem selecionadas amostras de dimensão n (obtidas com reposição), a partir de uma população com valor médio μ e desvio padrão σ , então a distribuição de amostragem da média, para n suficientemente grande ($n \geq 30$) pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio μ e desvio padrão $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Podemos escrever que a distribuição $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.



Tarefa 4

Teorema Limite Central

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem como objetivo a introdução do Teorema Limite Central na obtenção da distribuição de amostragem da média, quando se consideram amostras aleatórias de dimensão suficientemente grande, legitimando a utilização do modelo Normal e a utilização da média da amostra como estimador do valor médio da população.

Conhecimentos prévios dos alunos: Média, desvio padrão e a distribuição normal.

Materiais e recursos: Folha de cálculo.

Notas para o professor:

Os alunos devem compreender que a média de uma amostra não é, necessariamente, igual à média da população, embora seja uma aproximação. Devem ainda perceber que as médias de todas as possíveis amostras seguem uma distribuição aproximadamente normal, cuja média e desvio padrão são definidos pelo Teorema Limite Central.

O Item 3. pode ser realizado no ambiente da folha de cálculo permitindo representar a distribuição das médias e verificar que a mesma tende a aproximar-se da distribuição normal, para cada conjunto de 30 amostras selecionado. Pode ser vantajoso aumentar o número de amostras selecionadas.



Tarefa 5

Intervalos de confiança para o valor médio

Parte I

Tendo em consideração o comportamento da distribuição de amostragem da média, de amostras de dimensão n , de uma população com valor médio μ e desvio padrão σ , podemos escrever:

$$P\left(-1,96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq 1,96\right) = 95\%$$

A partir da probabilidade anterior conclui-se que o intervalo de confiança para o valor médio, com uma confiança de 95%, tem a forma:

$$\left[\bar{X} - 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

ou, de uma forma geral:

$$\left[\bar{X} - z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

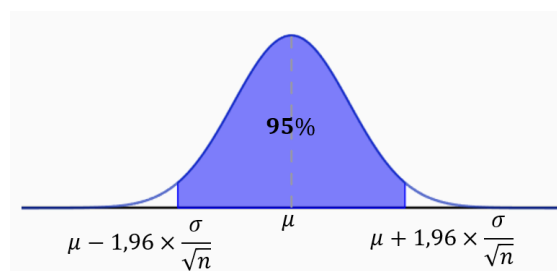
Um **intervalo de confiança** é um intervalo em relação ao qual temos uma certa confiança que contenha o valor do parâmetro (desconhecido) que pretendemos estimar. Essa confiança designa-se por **grau** ou **nível de confiança**.

Os graus de confiança mais habituais são os de 90%, 95% e 99%.

Na tabela seguinte, temos alguns valores de z , de acordo com o nível de confiança pretendido.

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	1,645	1,960	2,576

Tendo em conta as propriedades da distribuição normal, tem-se que, para uma confiança de 95%,



ou seja,

$$P\left(\bar{X} - 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 95\%$$

Recolhida uma amostra de dimensão n e calculada a sua média $\bar{X}$, obtém-se assim, o seguinte intervalo de confiança de 95% para μ ,

$$\left[\bar{x} - 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1,96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

em que se substitui o parâmetro σ , quando desconhecido, pelo desvio padrão amostral s .

Não temos a garantia do intervalo anterior conter o parâmetro desconhecido μ , mas o que podemos dizer é que se construirmos 100 intervalos de confiança, a partir de outras tantas amostras (da mesma dimensão), esperamos que 95 desses intervalos contenham μ .

Exemplo: Relativamente à classificação obtida, por um conjunto de alunos, numa prova escrita de Português, selecionou-se, aleatoriamente, uma amostra de 40 dessas classificações e verificou-se que a média era 132 pontos e o desvio padrão era igual a 6 pontos.

1. Determina o intervalo de confiança de 95% para o valor médio desta população (com 3 casas decimais).
2. Utilizando os valores correspondentes para z , determina o intervalo de confiança de 90% e de 99%.
3. Calcula e compara a amplitude dos três intervalos obtidos anteriormente. O que podes concluir?
4. Sabendo que a margem de erro é dada pela metade da amplitude do intervalo de confiança, estabelece uma relação entre esta e o nível de confiança do intervalo.

Intervalo de confiança para o valor médio μ

$$\left[\bar{x} - z \times \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

n – dimensão da amostra ($n \geq 30$)

$\bar{x}$ – média da amostra

s – desvio padrão da amostra

z – valor relacionado com o nível de confiança

Margem de erro: $z \times \frac{s}{\sqrt{n}}$ (metade da amplitude do intervalo)

Parte II



Considera o seguinte programa em Python que explora a noção de intervalo de confiança, disponível na ligação [🔗 Inferência](#).

No programa, são extraídas sucessivas amostras, com a mesma dimensão, de uma população com distribuição Normal $N(0, 1)$ e, para cada uma delas, apresenta-se um intervalo de confiança para o valor médio com o nível de confiança pretendido.

```
import random
import statistics
import math
num_amostras=40
dim_amostra=20
for i in range(num_amostras):
    amostra=[random.normalvariate(0,1) for k in range(dim_amostra)]
    vmedio=statistics.mean(amostra)
    desvio_padrao=statistics.stdev(amostra)
    z=1.645
    d=z*desvio_padrao/math.sqrt(dim_amostra)
    print('O intervalo de confiança para o valor médio é: [' ,vmedio-d, ', ' ,vmedio+d ,']')
```

1. Explica a instrução contida em cada linha do programa.
2. Executa o programa para 15 amostras de dimensão 30 para obteres intervalos de confiança de 95%. Quantos dos intervalos obtidos contêm o valor médio?
3. Repete o procedimento anterior para 15 amostras de dimensão 50 e para 10 amostras de dimensão 70 e relaciona a dimensão da amostra com a margem de erro.
4. Se construíres 100 intervalos de confiança de 95%, utilizando amostras da mesma dimensão, quantos intervalos esperas que não contenham o valor médio? E se o grau de confiança for de 90%?



Tarefa 5

Intervalos de confiança para o valor médio

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Nesta tarefa pretende-se na primeira parte, conduzir os alunos para o cálculo de intervalos de confiança para o valor médio, com graus de confiança 90%, 95% e 99%. Na segunda parte da tarefa, pretende-se que os alunos, com recurso a um programa em linguagem Python, compreendam as suas instruções e alterem algumas linhas de modo a explorarem o conceito de intervalo de confiança.

Conhecimentos prévios dos alunos: Média, desvio padrão e a distribuição normal.

Materiais e recursos: Folha de cálculo e calculadora gráfica.

Notas para o professor:

Pretende-se que os alunos se apropriem da fórmula geral de um intervalo de confiança para a média e estabeleçam a relação com o Teorema Limite Central. O professor pode obter os valores do parâmetro z apresentados através da calculadora gráfica, recorrendo à distribuição normal $N(0, 1)$, e clarificar a relação desta distribuição com a distribuição amostral das médias em cada caso, pela subtração da média e a divisão por $\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Deve, ainda, ficar claro para os alunos a influência do parâmetro z , da dimensão da amostra e do valor do desvio padrão na amplitude dos intervalos de confiança.



Tarefa 6

Intervalos de confiança para a proporção

Parte I

Um grupo de alunos de uma escola secundária pretende estimar a proporção, p , de alunos que praticam exercício físico regularmente.

Selecionaram uma amostra aleatória constituída por 30 alunos, aos quais perguntaram:

“Praticas exercício físico regularmente?”

A seguir apresentam-se os resultados obtidos, sendo a resposta “Sim” representada por “S” e a resposta “Não” por “N”.

S	N	N	N	N	N	N	N	N	N
N	S	S	N	N	S	N	S	N	S
N	S	S	N	N	S	S	S	S	N

1. Qual é a proporção amostral, representada por $\hat{p}$, de alunos que responderam Sim?
2. Considera uma população, representada pela variável aleatória X , que assume os valores 1 sempre que um seu elemento tem a característica em estudo, que existe na proporção p , e 0 se não tem essa característica. Completa a tabela seguinte com a função massa de probabilidade de X .

$X = x_i$	1	0
$P(X = x_i)$		

3. Calcula o valor médio e o desvio padrão da distribuição anterior.

Nota: Repara que sendo a tua população constituída por zeros e uns, quando recolhes uma amostra e fazes a média, obténs a proporção $\hat{p}$ de elementos da amostra com a característica em estudo, pelo que estás em condições de aplicar os resultados que obtiveste para a distribuição de amostragem da média $\bar{X}$, para obteres a distribuição de amostragem da proporção $\hat{P}$ (no caso da proporção não é usual utilizar notação diferente para o estimador $\hat{P}$ e estimativa $\hat{p}$, dependendo do contexto sabemos a que nos estamos a referir).



Teorema Limite Central (distribuição de amostragem da proporção populacional p)

Se forem selecionadas amostras de dimensão n (obtidas com reposição), de uma população, em que uma determinada característica existe com uma proporção p , desconhecida, que se pretende estimar, então a distribuição de amostragem da proporção amostral $\hat{p}$, para n suficientemente grande ($n \geq 30$) pode ser aproximada por uma distribuição normal com valor médio p e desvio padrão $\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}$.

Podemos escrever: A distribuição do estimador $\hat{p} \sim N\left(p, \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$.

Tal como foi feito para a distribuição de amostragem da média é possível obter intervalos de confiança para uma proporção.

Assim, um intervalo de confiança para a proporção p é:

$$\left[\hat{p} - z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

onde, tal como nos intervalos de confiança para o valor médio, o valor de z depende do nível de confiança que se considera e, substitui-se $p(1-p)$ por $\hat{p}(1-\hat{p})$.

Parte II

Numa das praias da região do Algarve, inquiriram-se 1600 pessoas relativamente ao tempo despendido, em minutos, na deslocação entre o seu alojamento e a praia. Na tabela seguinte, apresentam-se os dados recolhidos.

Tempo, em minutos	]0, 15]	]15, 30]	]30, 45]	]45, 60]
N.º de pessoas	350	850	180	220

1. Recorrendo aos dados da tabela anterior, constrói um intervalo de confiança de 95% para a proporção de pessoas que, na deslocação entre o seu alojamento e a praia, despenderam, no máximo, 30 minutos.

Apresenta os valores dos extremos do intervalo arredondados às centésimas. Caso procedas a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva quatro casas decimais.



2. Calcula a margem de erro.
3. Interpreta o intervalo obtido no contexto do enunciado.

Adaptado do exame de M.A.C.S. 2025, 1.ª Fase



Tarefa 6

Intervalos de confiança para a proporção

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com esta tarefa pretende-se que os alunos conheçam a fórmula geral do intervalo de confiança para a proporção, com uma confiança de 90%, 95%, 99% e identifiquem que a margem de erro é igual a metade da amplitude do intervalo.

Conhecimentos prévios dos alunos: Média, desvio padrão, função massa de probabilidade, distribuição normal e intervalos de confiança.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas para o professor:

Durante a discussão da tarefa, deve ser estabelecido um paralelismo entre os intervalos de confiança para a média e para as proporções. Os alunos devem compreender que tanto a proporção amostral como a média amostral são estimadores pontuais e que correspondem ao ponto médio dos respectivos intervalos de confiança.

É igualmente importante que percebam que os elementos envolvidos na construção deste intervalo, o parâmetro z , o desvio padrão e a dimensão da amostra, são mobilizados de forma análoga em ambos os casos. Essa análise comparativa contribui para uma compreensão mais integrada e consistente dos diferentes tipos de intervalos de confiança.

Sem que a notação passe a desempenhar um papel central na determinação dos intervalos de confiança, os alunos devem ser incentivados a usar criteriosamente, por exemplo, as designações de p e de $\hat{p}$, quando se referem à proporção na população ou na amostra, como forma de distinção entre dois parâmetros relacionados, mas com significados distintos no contexto da inferência estatística.



Tarefa 7

Leitura dos resultados em sondagens

O **Digital News Report - Portugal 2025 (DNR 2025)**, o relatório mais recente, publicado em junho de 2025 pelo Reuters Institute for the Study of Journalism em parceria com o OberCom, traça um retrato detalhado sobre o consumo de informação em Portugal.



Imagem criada por IA

Principais destaques e resultados do DNR 2025:

- **Confiança em Queda:** A confiança nas notícias atingiu o mínimo histórico da última década, descendo para 54%. Apesar disso, Portugal continua a ser o 7.º país do mundo que mais confia na comunicação social.
- **Resiliência da televisão:** A televisão continua a dominar a dieta mediática portuguesa, sendo usada por 67% da população e assumindo-se como a principal via de acesso a notícias.
- **Redes Sociais:** O consumo está concentrado no Facebook (34%), seguido do WhatsApp e do Instagram. Há um crescimento claro do interesse por formatos de vídeo em plataformas como o YouTube e o TikTok.
- **Ceticismo face à Inteligência Artificial (IA):** Os portugueses rejeitam a ideia de notícias produzidas autonomamente por IA, exigindo que a tecnologia seja usada apenas como um apoio supervisionado pelos jornalistas.
- **Fadiga e evitamento:** Cerca de 35% da população evita ativamente o consumo de notícias (frequente ou ocasionalmente), sobretudo devido à saturação de alertas, ao excesso de temas negativos e ao impacto na saúde mental.
- **Combate à desinformação:** Portugal regista níveis elevados de preocupação com notícias falsas. Para combater a desinformação *online*, 34% dos inquiridos recorrem diretamente às marcas tradicionais de *media* para verificar os factos.

Ficha técnica e metodologia:

- **Coordenação global:** Reuters Institute for the Study of Journalism (Universidade de Oxford).
- **Parceiro em Portugal:** OberCom – Observatório da Comunicação.
- **Trabalho de campo:** YouGov (inquérito preenchido online).
- **Universo:** População portuguesa adulta (18+ anos) com acesso à internet e que consumiu notícias no último mês.
- **Amostra nacional:** 2014 inquiridos.
- **Representatividade:** Amostras estratificadas com quotas de género, idade, região e nível de escolaridade para espelhar a população conectada.
- **Nível de Confiança:** 95% (padrão assumido pela YouGov para a amostragem nacional deste painel).
- **Margem de erro prática:** ± 2 pontos percentuais (sendo uma amostra online, não se aplica uma margem estatística pura).

O relatório completo pode ser consultado [aqui](#).

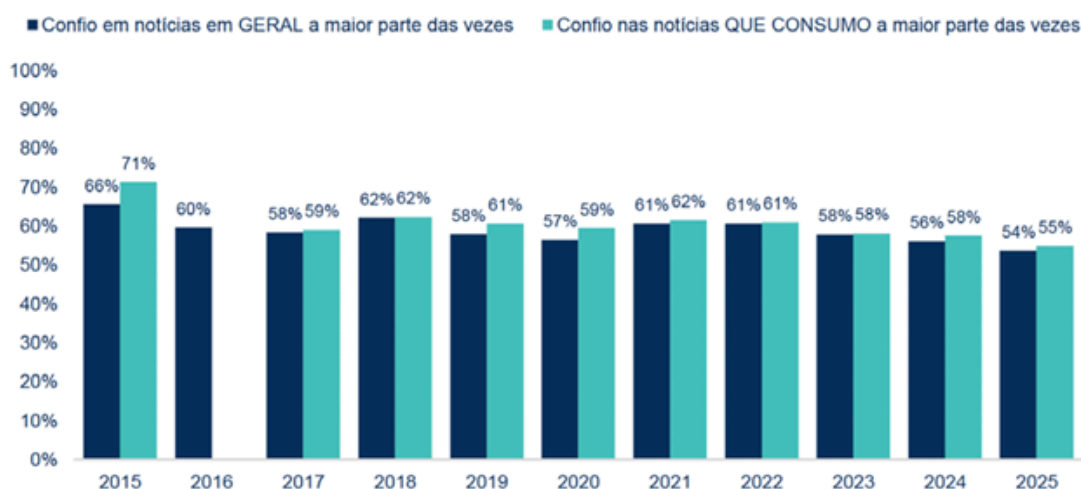


1. Ao noticiar os resultados do relatório de 2025, um jornalista escreve a seguinte frase:

“Como o estudo tem um nível de confiança de 95% e uma margem de erro de 2%, há uma probabilidade de 95% de que a (verdadeira) percentagem de portugueses que evita notícias esteja exatamente entre 33% e 37%.”

A afirmação do jornalista está correta? Justifica a tua resposta.

2. Considera o gráfico seguinte sobre a confiança em conteúdos noticiosos, em Portugal, de 2015 a 2025.



- 2.1. Atendendo apenas aos dados de 2024 e de 2025, e tendo em conta que a margem de erro é de 2%, podemos afirmar com certeza absoluta que a “confiança em notícias em Geral” caiu de um ano para outro? Justifica a tua resposta.
- 2.2. E se olharmos aos valores, desde 2015 a 2025, podemos afirmar que o jornalismo português está a perder a confiança dos portugueses?



3. O gráfico seguinte, tem origem no referido relatório de 2025, apresenta a perceção dos portugueses sobre as maiores ameaças em termos de informação falsa na Internet.



- 3.1. De acordo com o gráfico anterior, 44% dos inquiridos consideram os “Políticos ou partidos políticos do meu país” como uma das maiores ameaças em termos de informação falsa na Internet. Utilizando os dados específicos desta categoria ($p = 0,44$) e o tamanho total da amostra ($n = 2014$), calcula o intervalo de confiança a 95% para a proporção da população portuguesa que partilha esta opinião.
- 3.2. Com base no intervalo calculado no item anterior, a margem de erro obtida confirma ou refuta a afirmação de que os resultados do estudo têm uma margem de erro prática de ± 2 pontos percentuais?



Tarefa 7

Leitura dos resultados em sondagens

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa tem como objetivo trabalhar com os alunos a leitura adequada da informação veiculada pela comunicação social, quando apresenta resultados de sondagens na forma de intervalos de confiança.

Conhecimentos prévios dos alunos: Intervalos de confiança.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas para o professor:

Durante o trabalho dos alunos e na discussão final, o professor deve incentivar o enquadramento das conclusões que podem ser retiradas dos intervalos de confiança no contexto concreto a que se referem. A comunicação matemática, com a mobilização adequada dos termos específicos, deve constituir o foco central da discussão. Para além de chegarem a conclusões adequadas, os alunos devem ser incentivados a comunicar de forma correta, clara e rigorosa. É também importante analisar diferentes estratégias, compará-las e selecionar as que se revelem mais adequadas.



Coleção de problemas

Introdução à inferência estatística

1. Identifica se cada uma das afirmações seguintes se refere a um parâmetro ou a uma estatística. Em alguns casos terá de ficar ao teu critério qual é a população em estudo.
 - 1.1. Proporção de alunos numa turma que praticam exercício físico.
 - 1.2. Proporção de alunos de toda a escola que praticam exercício físico.
 - 1.3. Número médio de visitas de estudo realizadas pela tua turma.
 - 1.4. Número médio de visitas de estudo realizadas por todos os alunos da tua escola.
 - 1.5. Desvio padrão das idades dos professores do teu conselho de turma.
 - 1.6. Desvio padrão das idades dos professores da tua escola.
 - 1.7. Número médio de animais de estimação por família dos alunos da tua escola.
 - 1.8. Número médio de animais de estimação por cada família portuguesa.
 - 1.9. Realizou-se um estudo que visava saber o peso médio de uma adolescente de 18 anos. A amostra recolhida contemplava jovens, do sexo feminino, de todo o país, tendo-se obtido um peso médio amostral igual a 57 kg.
2. As caixas de uma marca de cliques de papel contêm cinco cores: verde, vermelho, azul, laranja e roxo. A turma da Cristina decidiu estudar a distribuição do número de cliques amarelos nas caixas com 200 cliques dessa marca.
 - 2.1. Se cada aluno da tua turma abrir uma caixa de 200 cliques será de esperar que todas tenham o mesmo número de cliques verdes? Justifica.
 - 2.2. A Cristina abriu a sua caixa e registou o número de cliques de cada cor.

Completa a tabela relativa à caixa da Cristina:

	Verde	Vermelho	Azul	Laranja	Roxo
Contagem	32	40	34	42	52
Proporção					

- 2.3. A proporção de cliques verdes na caixa da Cristina é um parâmetro ou uma estatística?



3. Uma determinada raça de cães tem uma altura média igual a 45 cm e um desvio padrão igual a 10 cm. Caracteriza a distribuição de amostragem da média, no que diz respeito à média e ao desvio padrão (2 c.d.), para uma amostra de 50 desses cães.
4. Uma empresa de telemarketing telefona aleatoriamente a assinantes da rede fixa, para fazer sondagens. Em cada 250 telefonemas, apenas 75 das pessoas que atendem colaboram com o seu interlocutor. Determina uma estimativa pontual da proporção de pessoas que não colaboram nas sondagens de telemarketing.
5. Para determinar o interesse na criação de um espaço de estudo colaborativo na escola, foram inquiridos os 300 alunos do ensino secundário. 135 alunos mostraram-se favoráveis à criação desse novo espaço. Qual é a proporção populacional?
6. A direção de uma escola quer estimar a proporção de alunos que estão contentes com a comida da cantina. Entrevistou, para tal, 50 dos 740 alunos da escola. Os resultados mostram que 16 consideram que a comida é boa.
 - 6.1. Descreve a população e explica a que proporção populacional p se refere o estudo.
 - 6.2. Indica o valor (em percentagem) da estatística $\hat{p}$ estimador de p .
7. A altura de uma espécie de planta tem um valor médio de 134 cm e desvio padrão igual a 27 cm.
 - 7.1. Determina a média e o desvio padrão (3 c.d.) da distribuição de amostragem da média para amostras de dimensão 40
 - 7.2. Calcula a probabilidade de a média da distribuição de amostragem da média assumir um valor (apresente os resultados finais em percentagem arredondados às centésimas e nos cálculos intermédios utilize 4 c.d.)
 - 7.2.1. superior a 145 cm
 - 7.2.2. entre 128 cm e 140 cm
 - 7.2.3. inferior a 130 cm
 - 7.3. Calcula a probabilidade de que a diferença entre o valor médio e a média da distribuição de amostragem da média seja inferior a seis décimas.



8. As pilhas de uma determinada marca têm uma duração média de 1250 horas, com um desvio padrão de 110 horas. Recolhe-se uma amostra aleatória de 45 destas pilhas.
- Calcula a probabilidade de:
- 8.1. a duração média de uma pilha da amostra estar entre 1200 e 1280 horas;
- 8.2. a diferença entre a média amostral e o valor médio ser inferior a duas décimas.
9. A quantidade de açúcar que é colocada numa embalagem de 1 kg segue uma distribuição normal. Uma recolha aleatória de 50 embalagens revelou que a média era de 994 g e o desvio padrão 10g.
- 9.1. Constrói intervalos de confiança de 90% e 99% para o valor médio. Como varia a amplitude do intervalo, de acordo com o grau de confiança.
- 9.2. Considera agora que foi feita uma recolha aleatória de 200 embalagens, cuja média e desvio padrão se mantiveram. Constrói um intervalo de 90% de confiança para este caso. O que podes concluir sobre o aumento do tamanho da amostra em relação à amplitude do intervalo de confiança?
10. A fim de estimar a proporção de estudantes a favor de uma campanha geral contra a permissão de fumar em restaurantes e bares, um sociólogo entrevistou uma amostra de 50 estudantes de entre a população de uma escola, constatando que 36% era favorável à proibição de fumar nos locais referidos. Determina o desvio padrão da proporção amostral e um intervalo de 95% de confiança para a proporção populacional.
11. A CGD possui um total de 800 terminais para atualização de caderneta. Escolhendo uma amostra aleatória de 48 terminais, 6 apresentaram defeito.
- 11.1. Identifica o intervalo que, com 95% de confiança, inclui a proporção de terminais defeituosos.
- 11.2. O fabricante afirma que a proporção máxima de terminais defeituosos não ultrapassa 4%. Com base nos dados amostrais, esta afirmação faz sentido?
12. Os resultados de um teste para determinar o QI (quociente de Inteligência) aplicado a 1100 pessoas distribuem-se normalmente. O valor médio é de 110 e o desvio padrão 25.



Qual é o número de pessoas que têm QI entre 85 e 160?

13. Com vista a estimar a altura dos alunos de uma escola, foram medidas as alturas de 150 estudantes e obteve-se uma altura amostral média de 1,63 m e um desvio padrão de 0,2 m.
 - 13.1. Determina um intervalo de confiança de 90% para a média μ .
 - 13.2. Se o intervalo de confiança fosse de 95%, o que acontecia à amplitude do intervalo?
 - 13.3. Se a dimensão da amostra aumentasse para 250, o que aconteceria à amplitude do intervalo de confiança?
14. O Serviço de Psicologia e Orientação de uma escola pretende fazer uma estimativa sobre o número de alunos do 12º ano que pretendem candidatar-se à Faculdade.
 - 14.1. Qual é o parâmetro que se pretende estudar?
 - 14.2. Verificou-se que nas três turmas de um curso, num total de 75 alunos, 80% querem candidatar-se. Obtém um intervalo de confiança de 99% para a proporção dos alunos que pensam candidatar-se.
15. Selecionaram-se aleatoriamente 200 clientes de um supermercado. Registaram-se os tempos que levavam a fazer as suas compras e concluiu-se que a média e o desvio padrão amostrais eram respetivamente de 25 e 10 minutos.
 - 15.1. Indica um intervalo de confiança a 95% para a média.
 - 15.2. Considerando que desses 200 clientes, apenas 170 fazem compras, construa um intervalo de confiança de 90% para a proporção p .
16. Os escritórios de uma empresa pretendem avaliar os gastos mensais com compras de material de papelaria. Para isso, foram verificados os registos mensais de tais despesas durante o ano de 2004. Obtiveram-se os seguintes resultados expressos em euros:



1348, 1757, 1341, 2654, 2305, 2043, 3211, 2331, 2034, 1658, 1443, 1852

- 16.1. Apresenta uma estimativa pontual para o valor médio.
- 16.2. Constrói um intervalo de confiança de 90% para a média populacional admitindo que as despesas seguem uma distribuição normal.

17. Numa rede social foi publicada uma estimativa do tempo médio diário, em minutos, gasto nessa rede por cada utilizador, que permitiu o tratamento dos seus dados pessoais.

Para essa estimativa, recorreu-se a uma amostra aleatória, de dimensão superior a 30 utilizadores, e construiu-se um intervalo a 90% de confiança.

Qual terá sido a dimensão da amostra, para que a amplitude desse intervalo de confiança seja 0,658, admitindo que o desvio padrão amostral foi, aproximadamente, igual a 10 minutos?

Fonte: Exame MACS – 2019, 1.ª Fase



Coleção de problemas

Introdução à inferência estatística

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com este conjunto de exercícios/problemas pretende-se proporcionar aos alunos um trabalho de aplicação dos conceitos trabalhados nas tarefas anteriores.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceitos trabalhados no tema “Introdução à inferência estatística”.

Materiais e recursos: Internet e calculadora.

Notas para o professor:

O trabalho a desenvolver por cada grupo de alunos pode assumir formatos diferenciados. O professor poderá, eventualmente, sugerir outros exercícios/problemas para que os alunos possam dar continuidade a este trabalho fora da sala de aula. Caso alguns alunos não consigam resolver todas as propostas no tempo disponibilizado, essa diferença não compromete o objetivo essencial da atividade a realizar.

