

PRIMITIVAS IMEDIATAS E INTEGRAIS DEFINIDOS (Tema opcional)

Matemática A

12.º ano

Coletânea de tarefas das turmas piloto

2025/2026



Ficha técnica

Título:

Coletânea de tarefas das turmas piloto - Primitivas imediatas e Integrais definidos
(Matemática A 12.º ano)

Autoria e adaptação:

Professores das turmas piloto de Matemática A

Revisão:

Grupo de Trabalho de Desenvolvimento Curricular e Profissional de Matemática do
Ensino Secundário

Imagem da capa:

Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em
<https://www.pexels.com/photo/a-group-of-people-planning-while-looking-at-the-laptop-7550298/>

Data:

Lisboa, junho de 2026



Nota de apresentação

O Instituto de Educação, Qualidade e Avaliação I.P, (EduQA), enquanto organismo que sucede à Direção-Geral da Educação (DGE), dá continuidade ao trabalho anteriormente desenvolvido por esta entidade, prosseguindo a conceção e implementação de diversas iniciativas destinadas a apoiar a generalização das Aprendizagens Essenciais de Matemática para os 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade, incluindo as disciplinas de Matemática A, Matemática B (Matemática Aplicada às Artes Visuais) e os módulos de Matemática dos Cursos Profissionais.

É essencialmente no âmbito do **Grupo de Trabalho (GT) do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática para o Ensino Secundário (DCPMES)** que tais atividades têm sido apresentadas, pensadas, discutidas e planeadas. Integram este GT os docentes e investigadores Jaime Carvalho e Silva (Coordenador), Alexandra Rodrigues, Ana Breda, António Cardoso, António Domingos, Carlos Albuquerque, Cristina Cruchinho, Cristina Negra, Emanuel Martinho, Helder Manuel Martins, Hélia Jacinto, João Almiro, Luís Gabriel, Maria Eugénia Graça Martins, Maria Manuel Torres, Maria Teresa Santos, Nélia Amado, Nélida Filipe, Paulo Correia, Pedro Freitas, Pedro Macias Marques, Raúl Gonçalves, Rui Gonçalo Espadeiro e Susana Carreira.

As Coletâneas de Tarefas destinam-se a apoiar a implementação dos programas de Matemática já referidos. São materiais que foram na sua grande maioria testados em turmas piloto que se iniciaram no ano letivo de 2023/2024 e são acompanhados de alguns dos comentários motivados pela sua aplicação em sala de aula. Contudo, não substituem outros elementos de estudo e de consulta, mas constituem certamente referências de qualidade que, com certeza, ajudarão os professores de Matemática a aprofundar os seus conhecimentos sobre a natureza e as finalidades dos programas, sobre questões matemáticas, pedagógicas e didáticas ou sobre a conceção e o desenvolvimento de projetos. Neste sentido, são materiais que, passados pela prova essencial da realidade da sala de aula, podem apoiar os professores na seleção e na planificação de tarefas que mais facilmente concretizem as ideias inovadoras do currículo e envolvam os alunos em atividades matemáticas relevantes, empreendendo uma formação matemática abrangente e inovadora.

A aprendizagem de conceitos estruturantes e de competências essenciais dos alunos no âmbito da cidadania, implica disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, valorizando competências algébricas em paralelo com métodos numéricos e o raciocínio dedutivo a par do recurso à tecnologia. Estas Coletâneas de Tarefas pretendem oferecer exemplos muito concretos de forma a contribuir para esse objetivo.

Os professores das Turmas Piloto e os restantes elementos do GT DCPMES são professores, formadores e investigadores com percursos académicos e profissionais diversificados e significativos. Estas Coletâneas de Tarefas foram aplicadas num conjunto de turmas em escolas de Portugal Continental que aceitaram integrar a

antecipação da aplicação das novas Aprendizagens Essenciais, com a preocupação de encontrar uma grande diversidade regional, com escolas localizadas em grandes centros urbanos e localizadas no interior, com turmas grandes e turmas pequenas, com alunos com condições socioeconómicas muito diferentes, dando garantia de uma melhor adequação aos alunos das escolas de hoje.

A testagem das tarefas agora publicadas é uma característica essencial do trabalho presente ao permitir uma reflexão sobre a aplicação prática das tarefas em salas de aula reais e um posterior refinamento dessas mesmas tarefas. Além do mais irão permitir, mais facilmente, uma aplicação a diferentes ambientes escolares e adaptações em diferentes direções, atendendo aos detalhes que emergiram da sua aplicação concreta. Os professores das turmas piloto e respetivas escolas/agrupamentos de escolas foram:

Alexandra Ferrão (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo), Ana Catarina Lopes (Escola Secundária Cacilhas Tejo), Ana Cristina Gomes (Agrupamento de Escolas Soares Basto), Cristina Cruchinho (Escola Secundária Filipa de Vilhena), Cristina Fernandes (Agrupamento de Escolas de Sampaio), Elisabete Sousa (Agrupamento de Escolas de Trancoso), Elisabete Sousa Almeida (Agrupamento de Escolas de Sátão), Elsa Gomes (Escola Secundária de Paços de Ferreira), Eunice Tavares Pita (Agrupamento de Escolas Gabriel Pereira), Helder Manuel Martins (Escola Secundária António Damásio), Joaquim Rosa (Escola Secundária Luís de Freitas Branco), Maria Teresa Santos (Escola Profissional de Agricultura e Desenvolvimento Rural de Vagos), Marília Rosário (Escola Secundária de Tomaz Pelayo), Marisabel Antunes (Escola Secundária D. Dinis, Coimbra), Nélida Filipe e Carla Damásio (Agrupamento de Escolas Dra. Laura Ayres), Paula Teixeira (Escola Secundária João de Barros), Paulo Correia (Agrupamento de Escolas de Alcácer do Sal), Raul Aparício Gonçalves (Agrupamento de Escolas de Ermesinde), Rui Gonçalo Espadeiro (Agrupamento de Escolas de Redondo), Sandra Afonso (Escola Secundária José Saramago), Sara Faria Monteiro (Escola Secundária Pedro Nunes), Verónica Lopes (Agrupamento de Escolas Poeta António Aleixo).

A DGE desenvolveu um processo de apoio sistemático e persistente aos professores de Matemática que iniciam em 2024/2025 a generalização dos novos programas de Matemática do Ensino Secundário, e que inclui, entre outras iniciativas: a dinamização de Turmas Piloto em mais de uma vintena de escolas; a edição de várias Coletâneas de Tarefas e outras brochuras; a formação de professores formadores que determina uma rede nacional de professores que, localmente, apoiam os seus colegas e desenvolvem ações de formação para todas as escolas; uma base de dados de tarefas novas ou já anteriormente publicadas e adequadas aos novos programas; e um conjunto de seminários a distância (*webinars*) dedicados a temas relevantes suscitados pelos novos programas.

Os desafios dos tempos modernos são significativos e por isso é fundamental que o currículo na escolaridade obrigatória dê resposta a todos os alunos, tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos, tendo o cuidado dos formalismos e dos níveis de abstração serem adequados ao trabalho a desenvolver em cada tema. A matemática deve ser um importante contributo para a resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o

seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção e uso de estratégias adequadas a cada contexto.

Finalmente, esperamos que as professoras e os professores de Matemática do ensino Secundário, bem como toda a comunidade, possam reconhecer utilidade nos materiais agora disponibilizados, quer no âmbito da planificação das suas atividades de ensino quer ainda como referências e instrumentos de reflexão, de autoformação e de desenvolvimento profissional.

O EduQA e o GT DCPMES, como lhes compete, não deixarão de continuar a desenvolver esforços para apoiar e melhorar o desenvolvimento curricular na disciplina de Matemática. Para tal, continuamos a contar com os professores e com o seu profissionalismo empenhado, informado e consciente, elemento essencial e decisivo no processo de efetiva melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Pelo GT DCPMES

Jaime Carvalho e Silva
Coordenador

TEMA - PRIMITIVAS IMEDIATAS E INTEGRAIS DEFINIDOS

Aulas (50 min)	Nome da Tarefa	Tópicos/ Subtópicos	Objetivos de Aprendizagem	Tipo de trabalho	Ideias chave das AE	Áreas de Competência do PASEO
3	Tarefa 1 Noção de primitiva	Primitivas imediatas e Integrais definidos	Conhecer o processo de primitivação (antiderivação) como processo inverso da derivação.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	- Comunicação Matemática - Organização do trabalho dos alunos - Recurso sistemático à tecnologia	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) - Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) - Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
3	Tarefa 2 Áreas limitadas por curvas	Primitivas imediatas e Integrais definidos Áreas de figuras definidas por gráficos de funções Teorema Fundamental do Cálculo Integral	- Reconhecer o integral definido de uma função positiva como a área de uma região compreendida entre o gráfico da função num intervalo e o eixo das abcissas. - Conhecer e aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo Integral e a Fórmula de Barrow para calcular integrais definidos. - Calcular áreas de figuras definidas por funções contínuas e positivas usando a Fórmula de Barrow.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	- Recurso sistemático à tecnologia - Tarefas e recursos educativos - Comunicação Matemática	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) - Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) - Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

3	Tarefa 3 Propriedades das primitivas	Primitivas imediatas e Integrais definidos Propriedades das primitivas	Provar e aplicar as seguintes propriedades das primitivas (antiderivadas): $P(kf) = kP(f)$ e $P(f + g) = P(f) + P(g)$ generalizadas aos integrais.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	- Recurso sistemático à tecnologia - Raciocínio e lógica matemática - Comunicação Matemática	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) - Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) - Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)
3	Tarefa 4 Tabela de primitivas	Primitivas imediatas e Integrais definidos Propriedades das primitivas	Construir uma tabela de primitivas simples, envolvendo funções polinomiais, $\frac{1}{x}$, e^x, $\sin(x)$ e $\cos(x)$.	Trabalho a pares, com discussão final com a turma	- Tarefas e recursos educativos - Comunicação Matemática	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática. (A) - Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C)
3	Coleção de problemas Cálculo de áreas	Primitivas imediatas e Integrais definidos Áreas de figuras definidas por gráficos de funções	Resolver problemas envolvendo os conceitos estudados associados a Primitivas imediatas e Integrais definidos.	Trabalho em grupo	- Resolução de Problemas, modelação e conexões - Comunicação Matemática - Avaliação para a aprendizagem	- Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) - Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D)

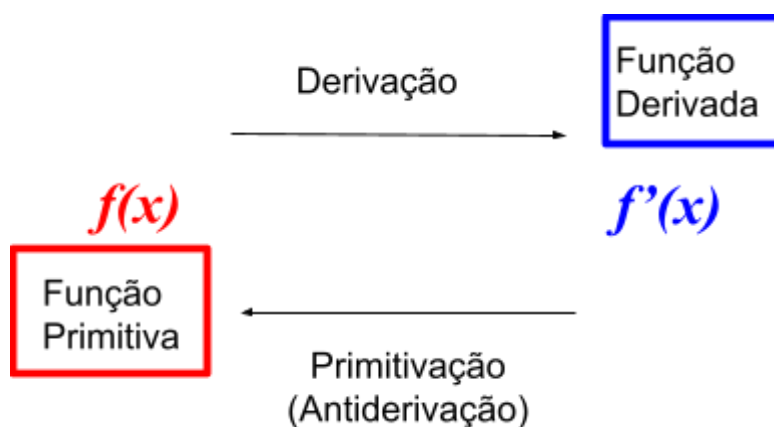
Tarefa 1

Noção de primitiva

1. Completa a tabela seguinte escrevendo a função ou a respetiva função derivada.

Função	Função derivada
x^2	$2x$
	x
$\frac{1}{3}x^3$	
	2
	$4x^3$
	x^3
	$x^p (p \in \mathbb{N})$

Quando se determina a função derivada a partir de uma função, diz-se “**derivar**” a função, e quando se determina a função primitiva, a partir de uma função derivada, diz-se “**primitivar**” a função. A **derivação** e a **primitivação** (antiderivação) são operações inversas.



2. Considera a função f , definida por $f(x) = 3x^2 + 2x$.

2.1. Quais das seguintes expressões definem primitivas da função f ?

2.1.1. $x^3 + x^2 + 1$

2.1.2. $6x + 2$

2.1.3. $x^3 + x^2 - 3$

2.1.4. $x^3 + x^2$

2.1.5. $3x^3 + 2x^2$

2.2. Escreve outra expressão que também defina uma primitiva de f .

3. Abre o Geogebra.

3.1. Obtém uma representação gráfica da função $f(x) = x^3 + 2x^2 + k$.

3.2. Marca um ponto A sobre o gráfico de f e traça a reta tangente ao gráfico de f nesse ponto.

3.3. Mantendo a abcissa do ponto A , faz variar o valor de k para visualizar o gráfico de diferentes funções. Identifica a relação entre os declives das retas tangentes aos gráficos das várias funções em pontos com a mesma abcissa.

3.4. Altera a posição do ponto A e repete o procedimento do item anterior. Que conclusões retiras?

3.5. Obtém uma representação gráfica da função derivada de f .

3.6. Faz variar o valor de k e descreve o que acontece ao gráfico da função derivada para cada valor de k .

4. Seja $F(x)$ uma primitiva de uma função contínua f . Justifica que, para qualquer constante real k , a função $G(x) = F(x) + k$ é também uma primitiva da função f .

5. Diz, justificando, se a afirmação seguinte é verdadeira ou falsa:

“Considera duas funções f e g tais que $f'(2) = g'(2)$ e $f'(3) = g'(3)$, então f e g diferem de uma constante”.



6. Encontra a primitiva $F(x)$ de $f(x) = 3x^2$, tal que $F(1) = 7$.
7. Determina a função primitiva $F(x)$ de $f(x) = x^3$, cujo gráfico de F passa pelo ponto de coordenadas $(1, 7)$.



Tarefa 1

Noção de primitiva

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Nesta tarefa os alunos exploram o conceito de primitivas imediatas simples no contexto do estudo das funções derivadas. Inicialmente completam relações entre funções e respectivas funções derivadas, reconhecendo a derivação e a primitivação como operações inversas. Identificam primitivas de uma função dada e analisam graficamente famílias de funções recorrendo ao GeoGebra, investigando o papel da constante de integração e a relação entre os declives das tangentes.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceitos de função e de função derivada de uma função e suas representações gráficas; regras de derivação; interpretação geométrica da derivada como declive da reta tangente.

Materiais e recursos: GeoGebra ou calculadora gráfica.

Notas para o professor:

Os alunos devem ser incentivados a estabelecer ligações entre derivação e primitivação antes da formalização do conceito de primitiva.

Durante a discussão da tarefa o professor deve solicitar que os alunos enunciem as conclusões retiradas a partir da observação das representações gráficas, desenvolvendo a comunicação matemática.

A discussão final deve garantir que os alunos concluam que existem infinitas primitivas de uma mesma função e que essas primitivas diferem de uma constante.



Tarefa 2

Áreas limitadas por curvas

Parte I

Abre um ficheiro GeoGebra.

1. Obtém uma representação gráfica da função definida, em $\mathbb{R}$, por

$$f(x) = 2x + 1$$

2. Marca um ponto A no eixo Ox , de abcissa positiva.
3. Define o trapézio $[OABC]$ em que:
 - O é a origem do referencial;
 - B é o ponto do gráfico de f com a mesma abcissa de A (ponto que obténs escrevendo no campo “Entrada...”: $(x(A), f(x(A)))$);
 - C é o ponto onde o gráfico de f intersecta o eixo Oy .
4. Determina a área do trapézio $[OABC]$.
5. Obtém, no GeoGebra, uma primitiva, g , da função f , escrevendo no campo “Entrada...”: $\text{Integral}(f)$.
6. Marca o ponto $D(x(A), g(x(A)))$. Varia a posição do ponto A e observa as coordenadas do ponto D e a área do trapézio $[OABC]$. O que podes concluir?

Segue os passos seguintes para justificar a tua conclusão:

- considera x como abcissa do ponto A ;
- escreve a área do trapézio, $A(x)$, em função de x ;
- mostra que $A'(x) = f(x)$;
- conclui o pretendido.



Parte II

1. No mesmo ficheiro Geogebra, segue as instruções:

- marca agora, um ponto E , pertencente ao eixo Ox , de abcissa maior do que a do ponto A e o ponto F , de coordenadas $(x(E), f(x(E)))$;
- constrói o trapézio $[AEFB]$.

1.1. Determina $g(x(E))$ e diz qual é o significado do valor obtido.

1.2. Determina a área do trapézio $[AEFB]$ e explica como o fizeste.

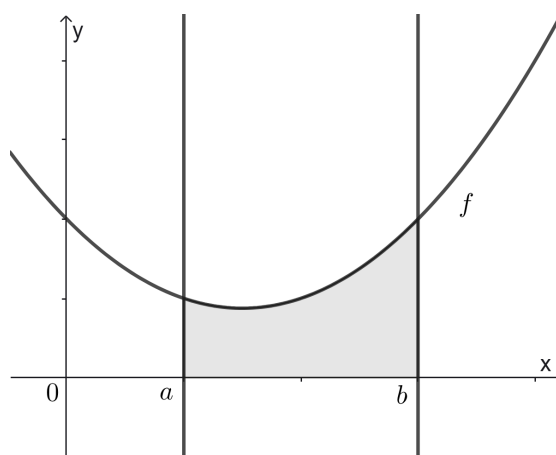
2. Abre um novo ficheiro GeoGebra.

2.1. Utilizando um processo semelhante ao que utilizaste na item anterior, determina a área da região do plano limitada pelos semi-eixos positivos Ox e Oy , a reta de equação $x = 2$ e o gráfico da função f , de domínio R , definida por $f(x) = x^2 - 3x + 4$.

2.2. Determina a área da região do plano delimitada pelas retas de equações $x = 2$ e $x = 4$, o eixo Ox e o gráfico da função f . Descreve um processo que permita determinar a área delimitada pelas retas verticais de equações $x = a$ e $x = b$, com $b > a$, o eixo Ox e o gráfico de uma função f , positiva e contínua.

A área da região do plano limitada pelo gráfico de uma função positiva e contínua no intervalo $]a, b[$, as retas $x = a$ e $x = b$ e o eixo Ox é igual à diferença da primitiva da função em b e em a .

Esta relação é conhecida como fórmula ou regra de Barrow.

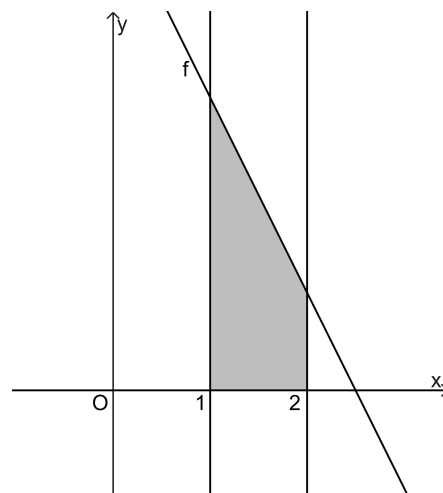


$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

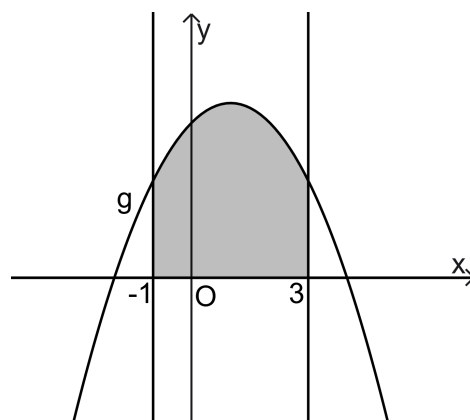


Parte III

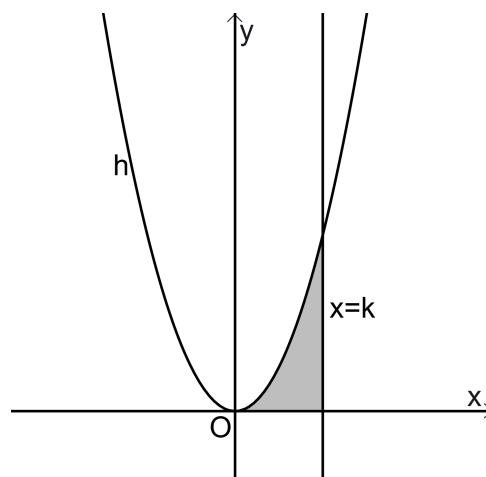
1. No referencial da figura ao lado está representada a região do plano delimitada pelo gráfico da função f , definida por $f(x) = -2x + 5$, o eixo Ox e as retas de equação $x = 1$ e $x = 2$. Determina a área da região sombreada.



2. No referencial da figura ao lado estão representadas a função g , definida por $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$, e as retas de equação $x = -1$ e $x = 3$. Determina a área da região do plano sombreada.



3. A região do plano representada na figura seguinte é limitada pelo gráfico da função h , definida por $h(x) = x^2$, o eixo Ox , o eixo Oy e a reta definida pela equação $x = k$. Sabendo que a medida da área dessa região é $\frac{8}{3}$, calcula o valor de k .



Tarefa 2

Áreas limitadas por curvas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Esta tarefa promove a compreensão do conceito de integral definido e da fórmula ou regra de Barrow a partir da exploração gráfica e geométrica de áreas limitadas por curvas. A utilização do GeoGebra permite aos alunos estabelecer relações entre a função, as suas primitivas e o cálculo de áreas, favorecendo uma aprendizagem investigativa e visual.

Conhecimentos prévios dos alunos: Função e sua representação gráfica; noções de derivada e primitiva; cálculo de áreas de figuras planas simples; interpretação geométrica da área sob um gráfico; familiarização com o GeoGebra;

Materiais e recursos: GeoGebra ou calculadora gráfica;

Notas para o professor:

O professor deve incentivar a formulação de conjecturas a partir da observação dinâmica das figuras e orientar os alunos na passagem da representação geométrica para a expressão algébrica das áreas.

O aluno será confrontado com o cálculo de áreas que sabe determinar recorrendo a conhecimentos geométricos, sem recurso ao integral, o que o levará à generalização do cálculo de áreas sob outras curvas, usando integrais, e num intervalo limitado qualquer.

É importante reforçar a interpretação do integral definido como medida de área, consolidar a ligação entre derivada e primitiva e clarificar a distinção entre primitiva e integral.

Importa ainda valorizar a formulação e verificação de conjecturas a partir das construções dinâmicas no GeoGebra, promovendo a interpretação geométrica da fórmula de Barrow antes da formalização algébrica.

O professor deve acompanhar os alunos na construção das expressões algébricas das áreas e nas respetivas justificações.



Tarefa 3

Propriedades das primitivas

1.

1.1. Completa a tabela seguinte:

A	B	C	D	E	F
$f(x)$	$g(x)$	$f(x) + g(x)$	$P(f(x))$	$P(g(x))$	$P(f(x) + g(x))$
$3x^2$	$2x$				
$4x^3$				x^3	
	5		$2x^5$		

1.2. Compara as colunas D, E e F da tabela anterior e completa:

$P(f(x) + g(x)) =$
 ou
 $\int (f(x) + g(x))dx =$

1.3. Demonstra a conjectura anterior.

2.

2.1. Completa a tabela seguinte:

A	B	C	D	E	F
$f(x)$	k	$k f(x)$	$P(f(x))$	$P(k f(x))$	$k P(f(x))$
x^2	3				
	5		x^4		
				$\frac{2x^5}{5}$	

2.2. Compara as colunas E e F da tabela e completa:

$P(k f(x)) =$
 ou
 $\int (k f(x))dx =$

2.3. Demonstra a conjectura anterior.



3. Determina as seguintes primitivas, usando as propriedades anteriores:

3.1. $\int 7x \, dx$

3.2. $\int \left(\frac{-1}{3}x^7\right)dx$

3.3. $\int \left(\frac{2}{3}x^3\right)dx$

3.4. $\int (7x - 1)dx$

3.5. $\int \left(\frac{7}{3}x - x^2\right)dx$

3.6. $\int \left(\frac{x-x^2}{3}\right)dx$

4. Determina uma função f tal que $f'(x) = 5x^2 - 4$.

5. Determina a função $f(x)$ tal que $f'(x) = x^4 - 4x^2$ e $f(0) = 2$.

6. Determina os integrais definidos:

6.1. $\int_{-1}^1 (x^3 + 4x^2)dx$

6.2. $\int_0^1 \left(5x + \frac{1}{4}x^2\right)dx$

7. Determina $\int x^4 dx$ e a partir desse valor determina $\int (-x^4)dx$.

8. Determina $\int_1^2 x^3 dx$ e a partir desse valor determina $\int_1^2 (3x^3)dx$.



Tarefa 3

Propriedades das primitivas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Nesta tarefa, pretende-se que os alunos investiguem propriedades das primitivas através da análise de tabelas e da formulação de conjecturas relativas à soma de funções e ao produto de funções por constantes. Posteriormente justificam essas propriedades recorrendo à derivação. Promove-se, ainda, através de um conjunto de situações a aplicação sistemática das propriedades estudadas.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceito de derivada e primitiva; regras de derivação de funções polinomiais; conceito de integral definido e aplicação da fórmula de Barrow; reconhecimento da derivação e primitivação como operações inversas.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas para o professor:

Durante a tarefa o professor deve garantir que os alunos compreendem o processo matemático de demonstrar uma propriedade. Em particular, as propriedades em causa resultam de propriedades semelhantes associadas às derivadas.

Durante este processo, a progressiva valorização da notação matemática associada ao cálculo integral deve ser promovida como um elemento facilitador da comunicação matemática e não como um formalismo abstrato, sem significado para os alunos.

No final da tarefa os exercícios propostos devem ser entendidos como uma aplicação das propriedades que os alunos trabalharam.



Tarefa 4

Tabela de primitivas

1. De acordo com a definição de primitiva, completa a tabela seguinte, escrevendo em cada linha, uma função, cuja função derivada é a apresentada:

Função	Derivada
	k
	$x^n, n \neq -1$
	e^x
	$\frac{1}{x}, x > 0$
	$\frac{1}{x}, x < 0$
	$\text{sen}(x)$
	$\text{cos}(x)$

2. Tendo em atenção a tabela anterior, completa a tabela seguinte de primitivas, sem esquecer a constante arbitrária:

Função	Primitiva
k	
$x^n, n \neq -1$	
e^x	
$\frac{1}{x}, \text{com } x > 0$	
$\frac{1}{x}, \text{com } x < 0$	
$\text{sen}(x)$	
$\text{cos}(x)$	

Nota: Estas primitivas são frequentemente consideradas Primitivas Imediatas, por resultarem imediatamente das derivadas conhecidas. Combinando esta tabela com as propriedades das primitivas (trabalhadas na tarefa 3) poderemos calcular primitivas de um grande número de funções.



3. Determina a primitiva F de cada uma das funções seguintes, sabendo que o ponto de coordenadas $(0, 1)$ pertence ao gráfico de F .

3.1. $f_1(x) = 5x$

3.2. $f_2(x) = \frac{x^3}{4}$

3.3. $f_3(x) = \cos x$

3.4. $f_4(x) = 2e^x$

4. Calcula as primitivas seguintes:

4.1. $\int (3x + 2)dx$

4.2. $\int (x^4 - 5x + 2)dx$

4.3. $\int (4x - e^x)dx$

4.4. $\int \left(\frac{3}{x} + \sin x\right)dx$, com $x > 0$

4.5. $\int (2e^x + 3\cos x)dx$



Tarefa 4

Tabela de primitivas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

A tarefa aborda o conceito de primitivas no 12.º ano, começando pela relação entre derivadas e primitivas imediatas. A tarefa tem como objetivo que os alunos consolidem a relação entre derivação e integração, promovendo o cálculo algébrico e o efeito das constantes de integração. Propõe-se, ainda, a aplicação das propriedades das primitivas em funções polinomiais, exponenciais, trigonométricas e racionais simples.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceito de derivada e regras de derivação; derivadas de funções polinomiais, exponenciais, trigonométricas e logarítmicas; operações algébricas com funções; resolução de equações simples envolvendo constantes.

Materiais e recursos: Calculadora gráfica.

Notas para o professor:

A discussão coletiva deve enfatizar a ideia de que a primitiva corresponde ao “processo inverso” da derivação e, desta forma, mobilizar os conhecimentos sobre derivadas para o contexto das primitivas.

A importância da constante de integração deve também ser objeto de discussão no final da tarefa. O professor deve incentivar os alunos a justificarem as suas respostas, verificando as primitivas obtidas pelo processo inverso da derivação. Os casos particulares da função $\frac{1}{x}$, distinguindo os domínios $\mathbb{R}^+$ e $\mathbb{R}^-$, devem ser objeto de uma análise cuidada com os alunos.



Coleção de problemas

Cálculo de áreas

1. Faz um esboço dos gráficos das funções e das retas indicadas e determina a área das regiões do plano delimitadas pelos gráficos das funções e as retas verticais indicadas.

1.1. $f(x) = 2x$, $g(x) = 2$, $x = 1$ e $x = 5$.

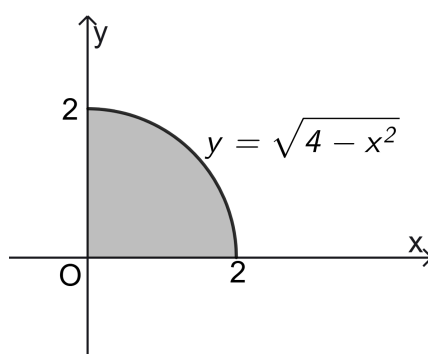
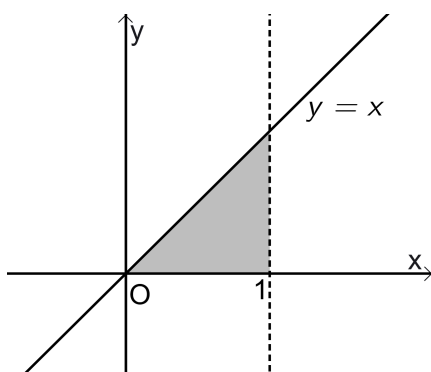
1.2. $f(x) = x^2$, $g(x) = 2$, $x = -1$ e $x = 1$.

1.3. $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$, $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{4}$.

1.4. $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = x^3$, $x = 0$ e $x = 1$.

2.

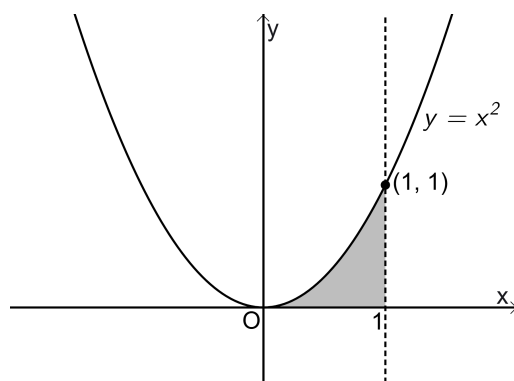
- 2.1. Determina a área da região do plano sombreada das figuras seguintes, recorrendo a conhecimentos sobre áreas de polígonos e de círculos.



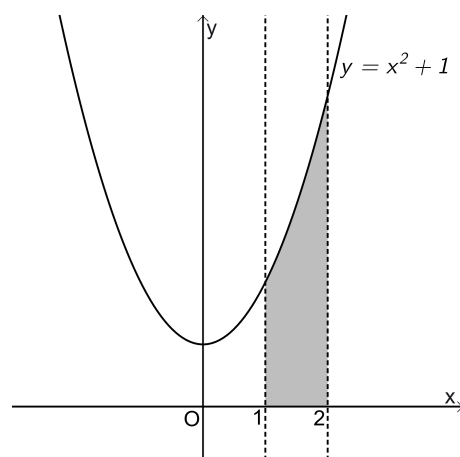
- 2.2. Qual será o integral definido que permite calcular cada uma dessas áreas?

3. Determina a área das regiões sombreadas nas figuras seguintes, usando um integral definido adequado.

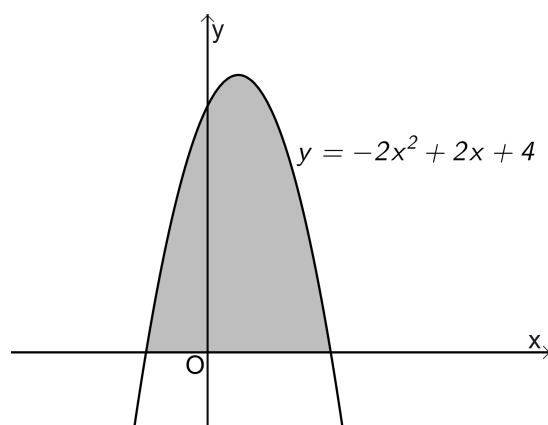
3.1.



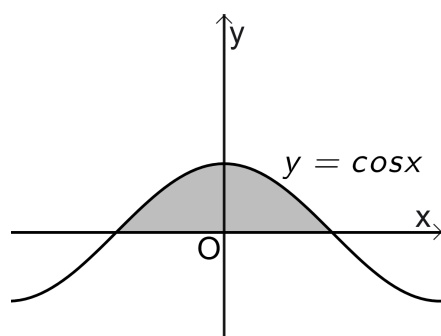
3.2.



3.3.



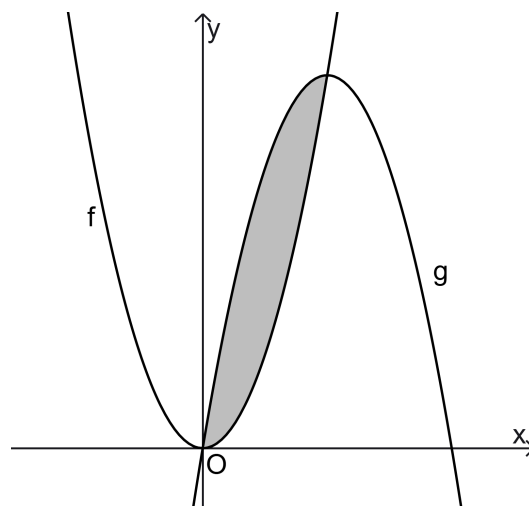
3.4.



4. Na figura ao lado estão representadas as funções f e g definidas por:

$$f(x) = x^2 \text{ e } g(x) = -x^2 + 6x$$

Determina a área da região do plano sombreada, que é delimitada pelos gráficos das duas funções.

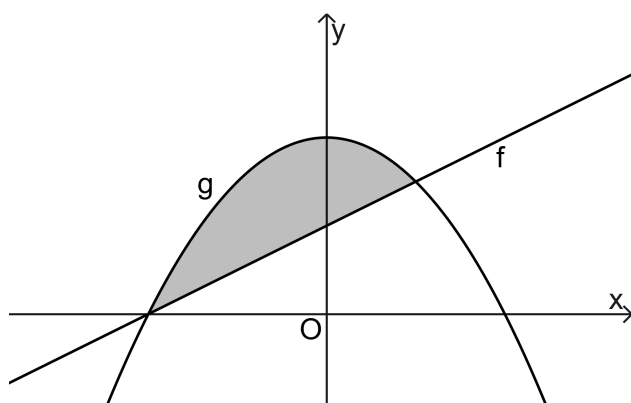


5. Nas figuras seguintes estão representadas as funções f e g definidas por:

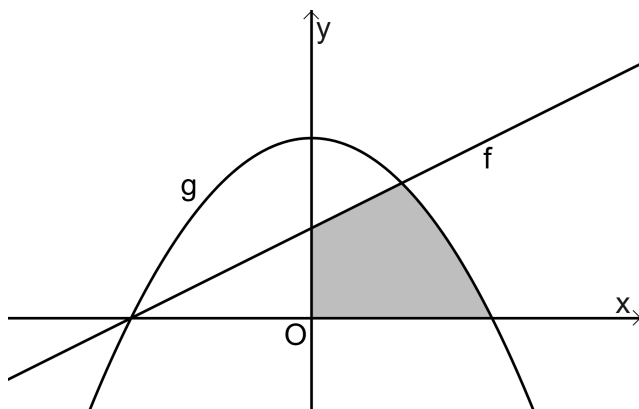
$$f(x) = \frac{x}{2} + 2 \text{ e } g(x) = -\frac{x^2}{4} + 4$$

Determina, em cada caso, a área da região do plano sombreada:

5.1.



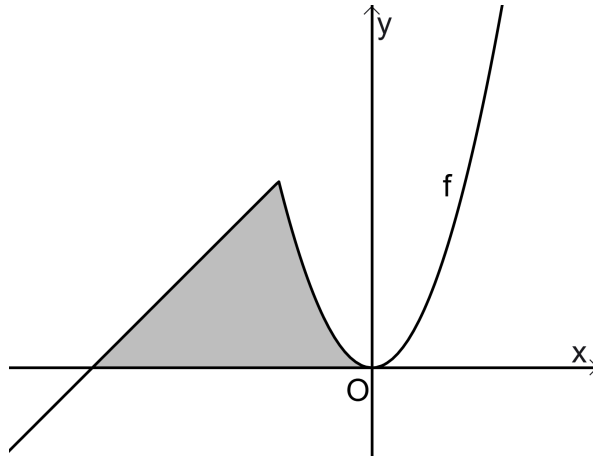
5.2.



6. Considera a função f , de domínio R , definida por:

$$\begin{cases} x + 6 & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

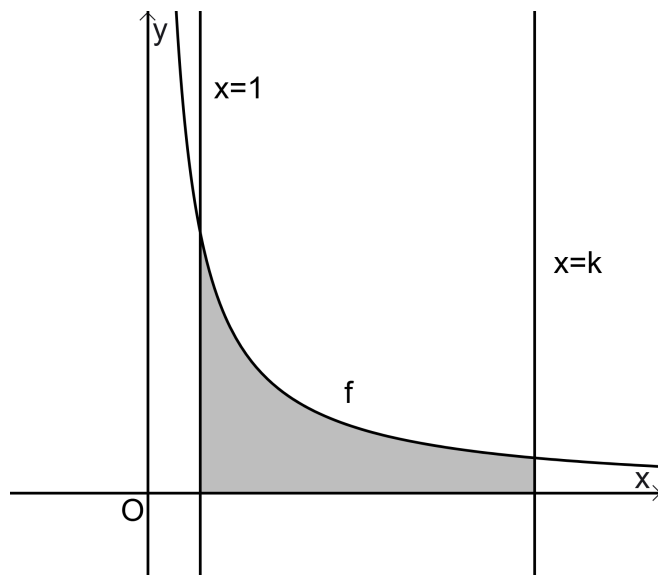
Determina a área da região do plano delimitada pelo gráfico de f e pelo eixo Ox , representada a sombreado na figura:



7. Considera a função f , de domínio R^+ , definida por $f(x) = \frac{5}{x}$.

Na figura está representada a sombreado uma região do plano delimitada pelo gráfico de f , pelo eixo Ox e pelas retas $x = 1$ e $x = k$, com $k > 1$.

Determina o valor de k , sabendo que a área daquela região é 10.



Coleção de problemas

Cálculo de áreas

Notas pedagógicas para a ação do professor

Resumo:

Com este conjunto de exercícios/problemas pretende-se proporcionar aos alunos um trabalho de aplicação dos conceitos trabalhados nas tarefas anteriores.

Esta coleção de problemas centra-se na aplicação do cálculo integral à determinação de áreas de regiões do plano no contexto das primitivas e integrais definidos, promovendo a ligação entre representação gráfica, interpretação geométrica do integral e técnicas de cálculo em situações simples.

Conhecimentos prévios dos alunos: Conceitos trabalhados no tema “Primitivas imediatas e Integrais definidos”.

Materiais e recursos: Internet e calculadora.

Notas para o professor:

O trabalho a desenvolver por cada grupo de alunos pode assumir formatos diferenciados. O professor poderá, eventualmente, sugerir outros exercícios/problemas para que os alunos possam dar continuidade a este trabalho fora da sala de aula. Caso alguns alunos não consigam resolver todas as propostas no tempo disponibilizado, essa diferença não compromete o objetivo essencial da atividade a realizar.

